



INTELLIGENTE DATENANALYSE IN MATLAB

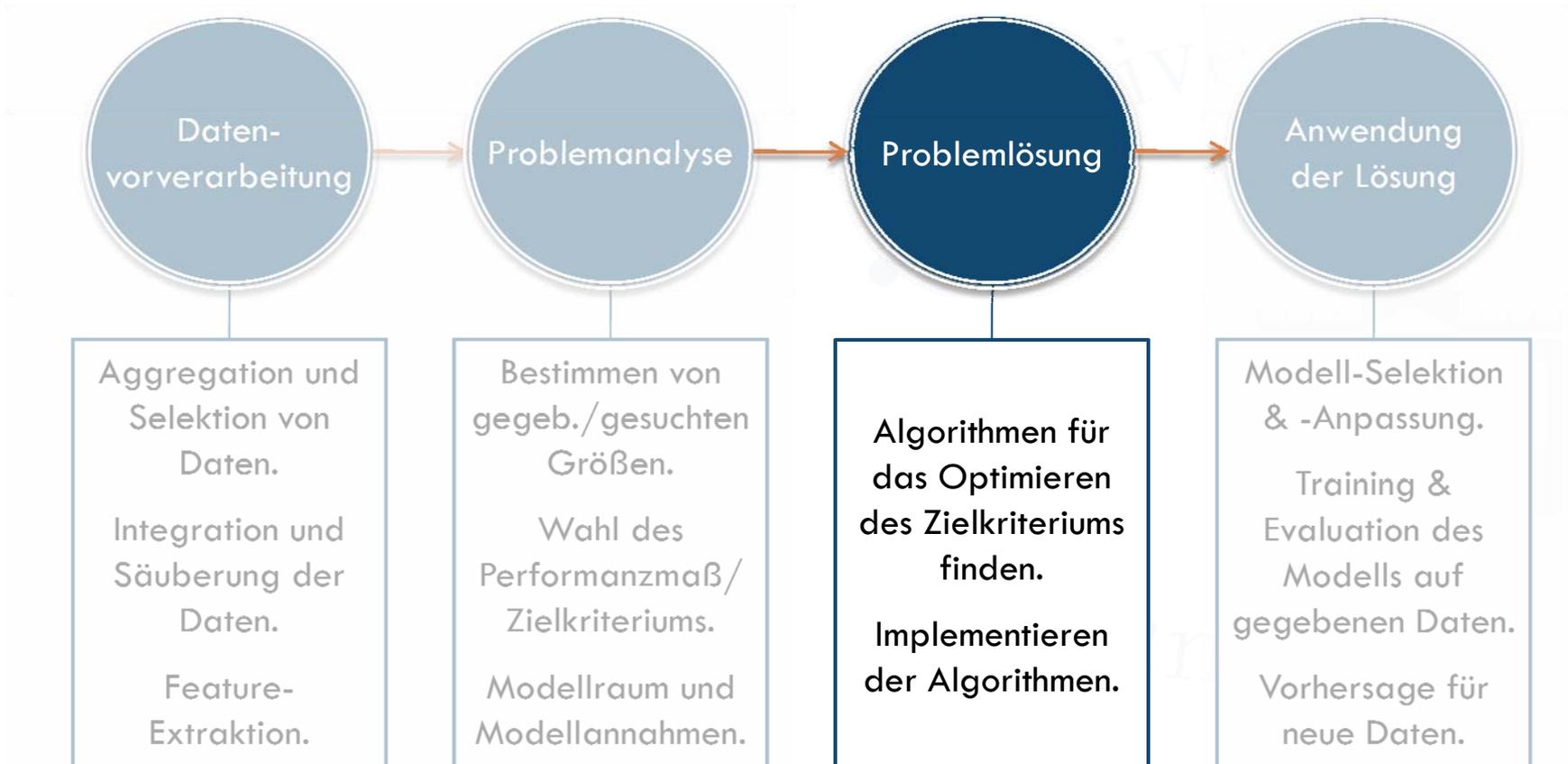
Collaborative Filtering

Literatur

- Benjamin Marlin: Collaborative Filtering – A Machine Learning Perspective.
- Thomas Hofmann: Collaborative Filtering with Privacy via Factor Analysis.
- Robert Bell et. al: Scalable Collaborative Filtering with Jointly Derived Neighborhood Interpolation Weights.
- Markus Weimer et al.: CoFiRank.

Überblick

□ Schritte der Datenanalyse:



Problemstellung

- Gegeben: Trainingsdaten mit mehreren (teilweise) bekannten nutzerabhängigen Sortierungen.
- Eingabe: Menge von Instanzen (mit/ohne Attribute), Nutzer (mit/ohne Attribute) und nutzerspezifische Instanz-Bewertungen.
- Ausgabe: Sortierung der Instanzen pro Nutzer.
 - Collaborative Filtering: Nur Instanz-Bewertungen teilweise bekannt.
 - Content-based Filtering: Eigenschaften von Instanzen und Nutzern bekannt; Präferenzen teilweise bekannt.

Collaborative Filtering:

Motivation

□ Beispiel:

- Empfehlungssysteme (*Recommendation Systems*) für Filme, Musik, Produkte, Restaurants, Nachrichten, Witze usw.

Predictions for you ↕	Your Ratings	Movie Information	Wish List
★★★★★	Not seen ▾	About a Boy (2002) DVD, VHS, info imdb Comedy, Drama	<input checked="" type="checkbox"/> 🍌
★★★★★	Not seen ▾	Chicago (2002) info imdb Comedy, Crime, Drama, Musical	<input checked="" type="checkbox"/> 🍌
★★★★★	Not seen	And Your Mother Too (Y Tu Mamá También) (2001) DVD, VHS, info imdb Comedy, Drama, Romance	<input type="checkbox"/>
★★★★★	4.0 stars	Monsoon Wedding (2001) DVD, VHS, info imdb Comedy, Romance	<input type="checkbox"/>
★★★★★	4.5 stars	Talk to Her (Hable con Ella) (2002) info imdb Comedy, Drama, Romance	<input type="checkbox"/>

Film	Nutzer 1	Nutzer 2	Nutzer 3
About a Boy	5		4
Chicago	4	2	?
And Your M...			5
Monsoon Wedding	4	1	?
Talk to Her			4
Titanic			?
The Bourne Identity	2	2	?
SAW	1	5	?
Se7en		4	1
Earth			5
Stuart Little		1	?

Trainingsdaten

Zielgröße

Collaborative Filtering:

Bewertungen: Erhebung

□ Explizit:

- Bewertung einer Instanz auf einer Skala bzw. mehreren Skalen (z.B. bzgl. Qualität, Preis-Leistungsverhältnis).
- Textbeitrag (z.B. Buch-Rezension, Restaurant- & Hotelbeschreibung).

□ Implizit:

- Kauf eines Artikels auf einer Webseite.
- Anklicken, Verweilen, Wechseln einer Webseite.
- Standortinformationen bei der Auswahl (z.B. Telefon- oder WLAN-Standort).

Collaborative Filtering:

Bewertungen: Eigenschaften

□ Umfang der Daten:

■ Sehr wenig Bewertungen, z.B.

- Einzelner Kunde eines Web-Shops bewertet nur Bruchteil des Angebotes.
- Durchschnittliche „Besetzung“ einer Filmdatenbank (z.B. EachMovie) beträgt nur ca. 2-5%.

Skalierbarkeit bzgl. Laufzeit
und Speicherverbrauch

■ Sehr viele Nutzer und Instanzen.

□ Qualität der Daten:

- Nicht-zufälliges Fehlen von Bewertungen.
- Unterschiedliche Verteilung der Scores verschiedener Benutzer.
- Fehlerhafte/unfaire Bewertungen.
- Zeitliche Abhängigkeiten von Bewertungen (selbstverstärkend).

Robustheit und
Generalisierungsfähigkeit

Collaborative Filtering:

Ansatz

- Gegeben: Bewertungsmatrix Y wobei Instanz $i = 1 \dots m$ von Nutzer $j = 1 \dots n$ mit $Y_{ij} \in [Y_{\min}, Y_{\max}]$ bewertet wurde und zahlreiche Bewertungen Y_{ij} unbekannt sind.
- Gesucht: Rating Scores $R_{ij} \in \mathbb{R}$ für jeden Nutzer und jede Instanz.
- Ziel: Modell zur Vorhersage unbekannter Rating Scores.
 - Rating bzw. Ranking für bekannte Y_{ij} und zugehörige vorhergesagte Scores R_{ij} soll möglichst gleich sein.
 - Hohe Generalisierungsfähigkeit/Robustheit.

Collaborative Filtering:

Ansatz

- Modellierung als nutzerspezifische...
 - Rating-Vorhersage: Vorhersage des Scores (Klassifikations- bzw. Regressions-Problem).
 - Ranking-Vorhersage: Vorhersage der Reihenfolge (Ranking-Problem).
- Lösungsansätze:
 - *Ähnlichkeitsbasiert* (memory-based): Ähnliche Nutzer bewerten ähnlich und/oder ähnliche Instanzen werden ähnlich bewertet.
 - *Modellbasiert*: Jede Instanz hat versteckte Eigenschaften welche jeder Nutzer unterschiedlich bewertet; Eigenschaften und Bewertungen gleichzeitig aus Daten schätzen.

Collaborative Filtering:

Ähnlichkeitsbasiertes Filtern (User-to-User)

□ Annahmen:

- Ähnlichkeit U_{ij} zwischen Nutzer i und Nutzer j entspricht Ähnlichkeit gemeinsamer Bewertungen.

Film	Nutzer 1	Nutzer 2	Nutzer 3
About a Boy	5	3	4
Chicago	4	2	
And Your M...			5
Monsoon Wedding	4	1	4
Talk to Her	1		4

□ Nächste-Nachbarn-Modell:

- Unbekannte Bewertung = bekannte Bewertungen gewichtet mit Nutzer-Ähnlichkeit:

$$R_{ij} = \frac{\sum_{k \in B_j} U_{kj} R_{ik}}{\sum_{k \in B_j} |U_{kj}|}$$

$B_j =$ Indexmenge $\{k\}$ für welche R_{kj} bekannt

	Nutzer 1	Nutzer 2	Nutzer 3
Nutzer 1	1,0	0,2	0,5
Nutzer 2	0,2	1,0	0,3
Nutzer 3	0,5	0,3	1,0

$$R_{23} = \frac{0,5 \cdot 4 + 0,3 \cdot 2}{0,5 + 0,3} = 3,25$$

Collaborative Filtering:

Ähnlichkeitsbasiertes Filtern (Item-to-Item)

□ Annahmen:

- Ähnlichkeit V_{ij} zwischen Instanz i und Instanz j entspricht Ähnlichkeit gemeinsamer Bewertungen.

Film	Nutzer 1	Nutzer 2	Nutzer 3
About a Boy	5	3	4
Chicago	4	2	
And Your M...			5
Monsoon Wedding	4	1	4
Talk to Her	1		4

□ Nächste-Nachbarn-Modell:

- Unbekannte Bewertung = bekannte Bewertungen gewichtet mit Instanz-Ähnlichkeit:

$$R_{ij} = \frac{\sum_{k \in B_i} V_{ik} R_{kj}}{\sum_{k \in B_i} |V_{ik}|}$$

B_i = Indexmenge $\{k\}$ für welche R_{ik} bekannt

	Film 1	Film 2	Film 3	Film 4	Film 5
Film 1	1,0	0,8	0,7	0,9	0,4
Film 2	0,8	1,0	0,1	0,9	0,2
Film 3	0,7	0,1	1,0	0,8	0,8
Film 4	0,9	0,9	0,8	1,0	0,6
Film 5	0,4	0,2	0,8	0,6	1,0

$$R_{23} = \frac{0,8 \cdot 4 + 0,1 \cdot 5 + 0,9 \cdot 4 + 0,2 \cdot 4}{0,8 + 0,1 + 0,9 + 0,2} = 4,05$$

Collaborative Filtering:

Ähnlichkeitsbasiertes Filtern: Lösungsidee

□ Allgemeiner Ansatz:

- Bestimmung eines Kernels \mathbf{K} für Nutzer-Nutzer- und/oder Instanz-Instanz-Ähnlichkeit.
- Bestimmung von Gewichten \mathbf{W} , so dass

$$R_{ij} = \sum_{k=1}^n K_{ik} W_{kj} \Rightarrow \mathbf{R} = \mathbf{KW}$$

- Beispiel Nächste-Nachbarn-Modell:

$$R_{ij} = \sum_{k \in B_i} \left(\frac{V_{ik}}{\sum_{k \in B_i} |V_{ik}|} \right) R_{kj}$$

Ähnlichkeit K_{ik} zwischen
Instanz i und Instanz k

Gewichtungsfaktor W_{kj} für
Instanz k und Nutzer j

Collaborative Filtering:

Ähnlichkeitsbasiertes Filtern: Ähnlichkeitskernel

□ Bestimmung des Ähnlichkeitskernels \mathbf{K} :

- 1. Möglichkeit: Empirischer Korrelationskoeffizient (Pearson-Korrelationskoeffizient) bzgl. Nutzern:

$$K_{ij} = \frac{1}{|B_{ij}|} \frac{\sum_{k \in B_{ij}} (R_{ik} - \mu_{R_i})(R_{jk} - \mu_{R_j})}{\sigma_{R_i} \sigma_{R_j}}$$

B_{ij} = Indexmenge $\{k\}$ für welche R_{ik} und R_{jk} bekannt

mit mittlerem Nutzer-Rating $\mu_{R_i} = \frac{1}{|B_i|} \sum_{k \in B_i} R_{ik}$ und Standard-

abweichung $\sigma_{R_i} = \sqrt{\frac{1}{|B_i|} \sum_{k \in B_i} (R_{ik} - \mu_{R_i})^2}$.

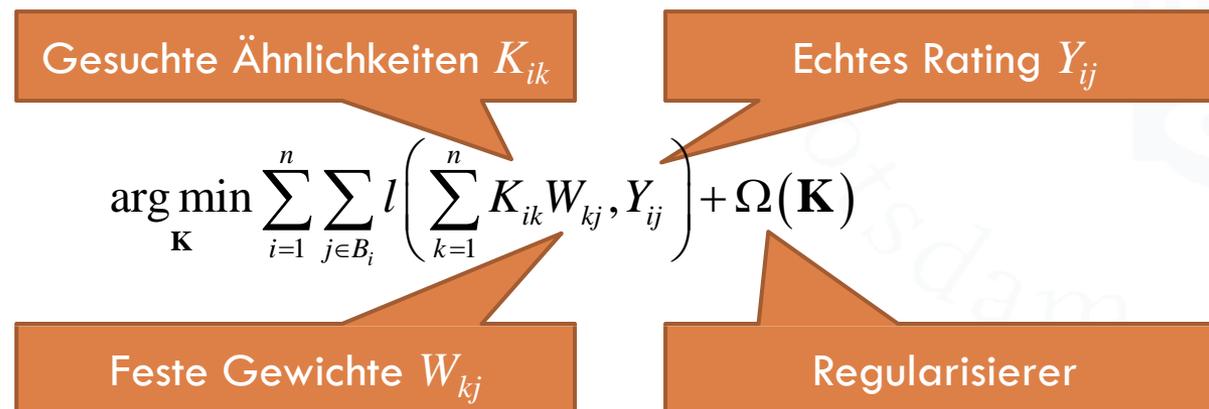
B_i = Indexmenge $\{k\}$ für welche R_{ik} bekannt

- Analog für Korrelation bzgl. Instanzen.

Collaborative Filtering:

Ähnlichkeitsbasiertes Filtern: Ähnlichkeitskernel

- Bestimmung des Ähnlichkeitskernels \mathbf{K} :
 - 2. Möglichkeit: Für gegebene Gewichtematrix \mathbf{W} , Ähnlichkeitsfaktoren aus Daten lernen.
 - Minimierung einer (regularisierten) Verlustfunktion wie z.B. mittlere quadratische Abweichung zwischen echtem und vorhergesagtem Rating:



Gesuchte Ähnlichkeiten K_{ik}
Echtes Rating Y_{ij}

$$\arg \min_{\mathbf{K}} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in B_i} l \left(\sum_{k=1}^n K_{ik} W_{kj}, Y_{ij} \right) + \Omega(\mathbf{K})$$

Feste Gewichte W_{kj}
Regularisierer

Collaborative Filtering:

Ähnlichkeitsbasiertes Filtern: Gewichtematrix

□ Bestimmung der Gewichtematrix \mathbf{W} :

- 1. Möglichkeit: Nächste-Nachbarn-Ansatz, z.B. $W_{ij} = R_{ij}$ bzw. mit Mittelwert-Korrektur:

$$R_{ij} = \mu_{R_j} + \sum_{k \in B} \frac{V_{ik}}{\sum_{k \in K} V_{ik}} (R_{kj} - \mu_{R_k})$$

- 2. Möglichkeit: Für gegebenen Ähnlichkeitskernel \mathbf{K} , Gewichtematrix aus Daten lernen:

$$\arg \min_{\mathbf{W}} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in B_i} l \left(\sum_{k=1}^n K_{ik} W_{kj}, Y_{ij} \right) + \Omega(\mathbf{W})$$

Feste Ähnlichkeiten K_{ik}

Gesuchte Gewichte W_{kj}

Collaborative Filtering:

Ähnlichkeitsbasiertes Filtern: Gewichtematrix

- Verlustfunktion:
 - Squared Loss (Regressions-Problem).
 - Relaxiertes NDCG Loss (Ranking-Problem).
- Regularisierer:
 - Sparse Lösung bevorzugt, z.B. $\Omega(\mathbf{W}) = \sum_{i,j} |W_{ij}|$ bzw. $\Omega(\mathbf{K}) = \sum_{i,j} |K_{ij}|$.
- Kombination aus Instanz-Instanz- und Nutzer-Nutzer-Ähnlichkeit:
 - Annahme: Ähnliche Instanzen werden von ähnlichen Nutzern nahezu gleich bewertet.

Collaborative Filtering:

Modellbasiertes Filtern

□ Annahmen:

- Jede Instanz (z.B. Film, Produkt) hat versteckte Eigenschaften, d.h. Vektor \mathbf{x}_i ($i = 1 \dots m$) mit k unbekanntem Attribut-Belegungen.
- Jeder Nutzer hat versteckte Interessen, d.h. Vektor \mathbf{w}_j ($j = 1 \dots n$) mit k unbekanntem Attribut-Bewertungen (Nutzer-Profil).
- Rating R_{ij} eines Nutzers j für Instanz i ist Skalarprodukt aus Attribut-Belegung \mathbf{x}_i und Attribut-Bewertung \mathbf{w}_j : $R_{ij} = \mathbf{x}_i^T \mathbf{w}_j$.

□ Ziel:

- Vektoren \mathbf{x}_i und \mathbf{w}_j für alle Instanzen und Nutzer aus Daten Schätzen sodass R_{ij} möglichst gleich den bekannten Y_{ij} .
- Hohe Generalisierungsfähigkeit, d.h. Vorhersage basierend auf möglichst wenig Attributen (kleines k).

Collaborative Filtering:

Modellbasiertes Filtern: Beispiel

- Beispiel für (versteckte) Attribut-Belegungen:

Film	Drama	Action	Dialoge
About a Boy	0,6	0,1	1,0
Chicago	0,7	0,2	0,7
Terminator	0,1	0,9	0,1
Matrix	0,2	1,0	0,3

- Beispiel für (versteckte) Attribut-Bewertungen:

Nutzer	Mag Drama	Mag Action	Mag Dialoge
Nutzer 1	0,5	4,5	1,0
Nutzer 2	3,5	0,0	2,5
Nutzer 3	1,5	2,0	1,0

- Beispiel-Ratings:

Film	Nutzer 1	Nutzer 2	Nutzer 3
About a Boy	1,75	4,60	2,10
Chicago	1,95	4,20	2,15
Terminator	4,20	0,60	2,05
Matrix	4,90	1,45	2,60

$$= 0.6 \cdot 1.5 + 0.1 \cdot 2.0 + 1.0 \cdot 1.0$$

Collaborative Filtering:

Modellbasiertes Filtern

- Gleichzeitiges Schätzen von allen Vektoren \mathbf{x}_i und \mathbf{w}_j

$$\begin{bmatrix} - & \mathbf{x}_1 & - \\ & \vdots & \\ - & \mathbf{x}_m & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & & | \\ \mathbf{w}_1 & \cdots & \mathbf{w}_n \\ | & & | \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{X}^T \mathbf{W} = \mathbf{R}$$

Gesuchte Instanz-Attribute

Gesuchte Attribut-Bewertungen

mit dem Ziel den Abstand (Verlust) zwischen vorhergesagtem Rating \mathbf{R} und echtem Rating \mathbf{Y} zu minimieren:

$$\arg \min_{\mathbf{X}, \mathbf{W}} \sum_{i=1}^m \sum_{j \in B_i} l \left(\sum_{l=1}^k x_{il} w_{lj}, Y_{ij} \right) + \Omega(\mathbf{X}, \mathbf{W})$$

Collaborative Filtering:

Modellbasiertes Filtern: Alle Ratings bekannt

- Betrachten zunächst vereinfachende Annahmen:
 - Alle Ratings Y bekannt.
 - Squared Loss.
 - Keine Regularisierung.
- Optimale Lösung:

$$\arg \min_{\mathbf{X}, \mathbf{W}} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_i^T \mathbf{w}_j - Y_{ij})^2 \Rightarrow \mathbf{X}^T \mathbf{W} = \mathbf{Y}$$

Matrix-Faktorisierung

- Optimierungsproblem besitzt unendlich viele Lösungen!
- Eindeutige Lösung durch Regularisierung.

Collaborative Filtering:

Modellbasiertes Filtern: Alle Ratings bekannt

- Welchen Regularisierer verwenden?
 - ▣ Anzahl versteckte Attribute soll k sein (= Rang von \mathbf{R}).
- Optimale Lösung:

$$\mathbf{U} \underset{i=1 \dots \min(m,n)}{\text{diag}} (\sigma_i) \mathbf{V}^T = \mathbf{Y} \Rightarrow \mathbf{X} = \mathbf{U}^T, \mathbf{W} = \underset{i=1 \dots k}{\text{diag}} (\sigma_i) \mathbf{V}^T \Rightarrow \mathbf{R} = \mathbf{U} \underset{i=1 \dots k}{\text{diag}} (\sigma_i) \mathbf{V}^T$$

Singulärwertzerlegung mit Singulärwerten σ_i

Rang von \mathbf{R} ist k

- Spalte von \mathbf{U} ist Koordinatenachse des Attribute-Raums.
- Zeile von \mathbf{U} ist eine Instanz (z.B. Film) in diesem Raum.

Collaborative Filtering:

Modellbasiertes Filtern: Nicht alle Ratings bekannt

- Problem: Nicht alle Ratings bekannt.
- Idee: Minimiere Rang von \mathbf{X} und \mathbf{W} direkt.

$$\arg \min_{\mathbf{X}, \mathbf{W}} \sum_{i=1}^m \sum_{j \in B_i} l \left(\sum_{l=1}^k x_{il} w_{lj}, Y_{ij} \right) + \frac{\lambda}{2} (rk(\mathbf{X}) + rk(\mathbf{W}))$$

- Rang-Funktion ist nicht konvex!
- Statt Minimierung des Rangs (Anzahl Singulärwerte $\neq 0$), Minimierung der Summe der quadrierten Singulärwerte = (quadrierte) Frobenius-Norm.

$$\arg \min_{\mathbf{X}, \mathbf{W}} \sum_{i=1}^m \sum_{j \in B_i} l \left(\sum_{l=1}^k x_{il} w_{lj}, Y_{ij} \right) + \frac{\lambda}{2} (\|\mathbf{X}\|_F^2 + \|\mathbf{W}\|_F^2)$$

Collaborative Filtering:

Modellbasiertes Filtern: Nicht alle Ratings bekannt

- Für Frobenius-Norm einer Matrix gilt:

$$\|\mathbf{X}\|_F^2 = \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \sigma_i^2 = \text{tr}(\mathbf{X}\mathbf{X}^T) = \sum_{i=1}^m \|\mathbf{x}_i\|^2$$

- (Ein mögliches) konvexes Optimierungsproblem für modellbasiertes Collaborative Filtering:

$$\arg \min_{\mathbf{X}, \mathbf{W}} \sum_{i=1}^m \sum_{j \in B_i} l(\mathbf{x}_i^T \mathbf{w}_j, Y_{ij}) + \frac{\lambda}{2} \left(\sum_{i=1}^m \|\mathbf{x}_i\|^2 + \sum_{j=1}^n \|\mathbf{w}_j\|^2 \right)$$

- Lösen bspw. durch abwechselnde Optimierung bzgl. \mathbf{X} und \mathbf{W} .

Collaborative Filtering:

Modellbasiertes Filtern: l_2 -Regularized Collaborative Filtering

□ Algorithmus:

RegCoFilter(*Ratings* \mathbf{Y} , *Anzahl versteckter Attribute* k)

Setze $l=0, \forall j \mathbf{w}_j^0 = \mathbf{0}$ und wähle zufällig $\forall i \mathbf{x}_i^0 \in \mathbb{R}^k$

DO

FOR $j = 1 \dots n$

$$\mathbf{w}_j^{l+1} = \arg \min_{\mathbf{w}_j} \sum_{i \in B_j} l(\mathbf{w}_j^T \mathbf{x}_i^l, Y_{ij}) + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{w}_j\|^2$$

FOR $i = 1 \dots m$

$$\mathbf{x}_i^{l+1} = \arg \min_{\mathbf{x}_i} \sum_{j \in B_i} l(\mathbf{x}_i^T \mathbf{w}_j^{l+1}, Y_{ij}) + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{x}_i\|^2$$

$l = l + 1$

$$\text{WHILE } \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \|\mathbf{x}_i^l - \mathbf{x}_i^{l-1}\| + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \|\mathbf{w}_j^l - \mathbf{w}_j^{l-1}\| > \varepsilon$$

$$\mathbf{R} = [\mathbf{x}_1^l \quad \dots \quad \mathbf{x}_m^l]^T [\mathbf{w}_1^l \quad \dots \quad \mathbf{w}_n^l]$$

RETURN \mathbf{R}

Lösen bspw. mit RegERM mit Trainingsbeispielen $\{\mathbf{x}_i^l, Y_{ij} \mid i \in B_j\}$.

Lösen bspw. mit RegERM mit Trainingsbeispielen $\{\mathbf{w}_j^{l+1}, Y_{ij} \mid j \in B_i\}$.

Collaborative Filtering:

Modellbasiertes Filtern: Erweiterungen

- Erweiterungen:
 - Ranking-Loss verwenden (z.B. CoFiRank).
 - Kombination mit Ähnlichkeitsbasierten Verfahren (z.B. Jointly Derived Neighborhood).
 - Spezielle Regularisierer welche z.B. Ähnlichkeitskernel berücksichtigen.
 - Approximationen für hohe Skalierbarkeit.
 - Normierung der gegebenen Daten (z.B. mittlere Bewertung jedes Nutzers auf 0 skalieren).

Zusammenfassung

- Ziel: Vorhersage von Nutzerbewertungen bzw. nutzerspezifischen Rankings.
 - Vorhersage basierend ausschließlich auf bekannten Bewertungen/Rankings anderer Nutzer.
- Ähnlichkeitsbasierter Ansatz:
 - Nächste-Nachbarn-Modell mit Ähnlichkeiten zweier Nutzer und/oder Instanzen.
- Modellbasierter Ansatz:
 - Versteckte Instanz-Attribute und nutzerspezifischen Attribut-Bewertungen gleichzeitig aus Daten schätzen.