Maschinelles Lernen II

7. Übung

Prof. Tobias Scheffer
Dr. Niels Landwehr
Christoph Sawade

Sommer 2010

Ausgabe am: 09.06.10
Besprechung am: 16.06.10

Aufgabe 1 *PCA*

Das Ergebnis der Hauptkomponentenanalyse auf einer Datenmatrix $X \in \mathbb{R}^{10000 \times 5}$ ergab die folgenden Hauptkomponenten:

$$U = \begin{pmatrix} - & u_1 & - \\ - & u_2 & - \\ - & u_3 & - \\ - & u_4 & - \\ - & u_5 & - \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}90 & 0{,}30 & \text{-}0{,}01 & \text{-}0{,}11 & \text{-}0{,}30 \\ \text{-}0{,}15 & \text{-}0{,}41 & \text{-}0{,}01 & \text{-}0{,}61 & \text{-}0{,}66 \\ \text{-}0{,}40 & 0{,}85 & \text{-}0{,}01 & \text{-}0{,}13 & \text{-}0{,}30 \\ \text{-}0{,}06 & \text{-}0{,}13 & 0{,}01 & 0{,}77 & \text{-}0{,}62 \\ \text{-}0{,}01 & 0{,}00 & 1{,}00 & \text{-}0{,}01 & 0{,}00 \end{pmatrix}$$

mit $(\lambda_1; \lambda_2; \lambda_3; \lambda_4; \lambda_5) = (770; 3.885; 9.724; 16.226; 98.562)$. Bestimmen Sie für das Beispiel

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0{,}54 \\ \text{-}0{,}84 \\ 0{,}82 \\ 1{,}71 \\ \text{-}0{,}28 \end{pmatrix}$$

den Fehler, der durch die Reduktion auf die ersten $d = 1, \dots, 5$ Hauptkomponenten verursacht wird. Prüfen Sie die Nebenbedingung $U^T U = I$.

Aufgabe 2 *Billiard Algorithmus*

Abbildung 1 stellt den dualen Version-Space, der durch zwei Beispiele $\mathbf{x}_1 = (2, -1)^T$ mit $y_1 = +1$ und $\mathbf{x}_2 = (-0,5; 1)^T$ mit $y_2 = -1$ und den Einheitskreis begrenzt ist, dar.

a) Geben Sie die (geometische) Approximation des Maßeschwerpunkts nach den ersten vier Iteration des Billiard-Algorithmus für $w_0 = (0,25; 0,5)^T$ mit $\nu_0 = (1, 0)^T$ an. Zeichnen Sie dazu die Trajektorien ein.

b) Bestimmen Sie den Maßeschwerpunkt analytisch.

c) Geben Sie die primale Sicht des Version-Space mit den erhaltenen Lösungen aus a) und b) an.

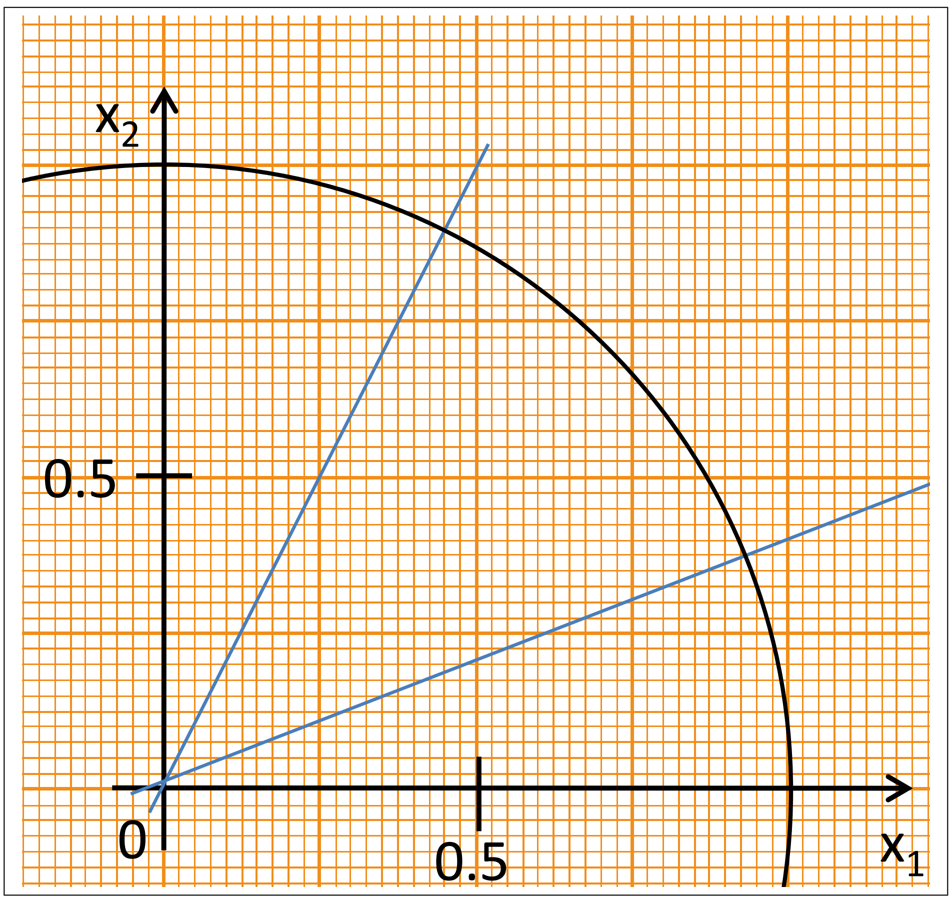

Abbildung 1: Dualer Version-Space