

Sprachtechnologie

1. Übung

Prof. Tobias Scheffer
Thomas Vanck

Sommer 2010

Ausgabe am: 26.04.10
Besprechung am: 03.05.10

Aufgabe 1

Binomialverteilung

Bei der Produktion von Halbleiterelementen sind durchschnittlich 20% defekt. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten, dass unter 10 Stück

- genau 5 Stück
- höchstens 3 Stück defekt sind?

Aufgabe 2

Satz von Bayes

Über Umfragen wurde festgestellt, dass 28% der Männer und 24% der Frauen rauchen. Des Weiteren geben 15% der Männer ein Interesse für Radsport an. Der Anteil der Frauen mit der Vorliebe für diesen Sport beschränkt sich auf 5%. Angenommen 51% der Bevölkerung sind Frauen und die Interessen sind unabhängig von einander. Mit welcher Wahrscheinlichkeit handelt es sich bei jemandem, der raucht und sich nicht für Radsport interessiert um einen Mann? Welches Attribut sagt mehr über das Geschlecht aus?

Aufgabe 3

Maximum Likelihood

In der Natur sind viele kontinuierliche Zufallsvariablen X wie z.B. die Körpergröße oder der Intelligenzquotient normalverteilt, d.h.

$$p(x) = \mathcal{N}[\mu, \sigma^2](x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Seien x_1, \dots, x_n unabhängige Realisationen von $X \sim \mathcal{N}[\mu, \sigma^2]$. Mit dem Maximum Likelihood (ML) Verfahren suchen wir das Modell, welches die Wahrscheinlichkeit für die beobachteten Daten maximiert. Die Likelihoodfunktion ist durch

$$\mathcal{L}(\mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n p(x_i)$$

gegeben. Bestimmen Sie die Maximalstelle $\hat{\mu}$ und $\hat{\sigma}^2$ unter der Normalverteilungsannahme.

Hinweis: Leiten Sie die Funktion $\ln \mathcal{L}(\mu, \sigma^2)$ einmal nach dem Erwartungswert μ und einmal nach der Varianz σ^2 ab.