

Maschinelles Lernen

4. Übung

Prof. Tobias Scheffer
Dr. Niels Landwehr
Christoph Sawade
Paul Prasse

WS09/10

Ausgabe am: 17.11.09
Besprechung am: 24.11.09

Aufgabe 1 (1/4 Punkt):

Ein Online-DVD-Verleih möchte mehr Umsatz machen und seinen Kunden Filme vorschlagen, die möglichst genau ihrem Filmgeschmack entsprechen. Sie sind beauftragt, für einen gegebenen Benutzer ein Vorhersagemodell zu trainieren mit dem sie für ungesehene Filme die Bewertung vorhersagen können. Der Benutzer hat die unten angegebenen Filme gesehen und mit 1-5 Sternen bewertet. Sie vermuten, dass die Bewertung vom Produktionsbudget abhängt. Sie möchten ein Regressionsmodell lernen, dass ihnen zu jedem Budget die entsprechende Bewertung (1-5 Sterne) liefert.

Name	Budget (Mio.\$)	Sterne
Mad Max	0,2	*****
King Kong	0,8	****
Alien	9	**
Robocop	22	*

1. Simulieren sie das Training eines Regressionsbaumes. Brechen sie das Lernen ab, sobald sie einen Splitknoten erzeugt haben. Welcher Baum wird gelernt?
2. Passen sie ein lineares Regressionsmodell an. Welche Modellparameter erhalten sie?
3. Wenn sie einen Modellbaum mit einem Splitknoten (Budget ≥ 9) trainieren, um wieviel reduziert sich der SSE im Vergleich zu einem Baum mit nur einem Blattknoten? Veranschaulichen sie die Bäume grafisch.

Aufgabe 2 (1/4 Punkt):

Der Satz von Bayes wird sehr häufig für die Herleitung von probabilistischen Modellen verwendet. Er lautet:

$$P(Y|X) = \frac{P(X|Y)P(Y)}{P(X)}$$

Beweisen sie diesen Satz. Vielleicht hilft ihnen die Faktorregel $P(X|Y)P(Y) = P(X, Y)$.

In der Vorlesung wurden zwei äquivalente Bedingungen für die Unabhängigkeit von zwei Zufallsvariablen definiert, $P(X, Y) = P(X)P(Y)$ und $P(X|Y) = P(X)$. Beweisen sie mit Hilfe der Faktorregel, dass die Bedingungen äquivalent sind.

Aufgabe 3 (1/4 Punkt):

Seien $X_1, \dots, X_n \sim \text{Bern}(X|\mu)$ unabhängige Bernoulli-Variablen. Zeigen Sie, dass die Variable $Y = \sum_{i=1}^n X_i$, wie in der Vorlesung behauptet, folgendermaßen verteilt ist:

$$\text{Bin}(Y|n, \mu) = \binom{n}{Y} \mu^Y (1 - \mu)^{n-Y}$$

An welcher Stelle benötigen Sie die Unabhängigkeit? Was ist die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Sequenz von Kopf/Zahl-Würfen?

Aufgabe 4 (1/4 Punkt):

Nehmen sie an, sie besitzen zwei verbogene Münzen (a und b), deren Wahrscheinlichkeit für Kopf $\Theta_a = 0,2$ bzw. $\Theta_b = 0,7$ sind. Ein Bekannter von ihnen wählt heimlich eine Münze aus und wirft diese fünfmal. Die Wurfsergebnisse sind: (Kopf, Zahl, Kopf, Kopf, Zahl). Sie wissen, dass ihr Bekannter die Münze *a* lieber mag, ihr Vorwissen ist demnach $P(a) = 0,8$ und $P(b) = 0,2$. Wenn ihr Bekannter nun mit der gleichen Münze noch einmal wirft, was ist die Bayes-Hypothese? Beachten sie, dass hier das Integral der Bayes-Hypothese zu einer Summe wird.