Maschinelles Lernen

5. Übung

Prof. Tobias Scheffer
Dr. Niels Landwehr
Christoph Sawade
Paul Prasse

WS09/10

Ausgabe am: 24.11.09
Besprechung am: 01.12.09

Aufgabe 1 (1/5 Punkt):
Was ist das Nash-Gleichgewicht eines Vorhersagespiels? Welche Konsequenzen hat es, wenn ein Vorhersagespiel mehrere Gleichgewichte besitzt?

Aufgabe 2 (1/5 Punkt):
Modellieren Sie das Problem der Erkennung betrügerischer Kreditkartentransaktionen als Vorhersagespiel.

1. Wie könnten die Verlustfunktionen von Bank und Betrüger aussehen?
2. Wie könnte das Transformationsmodell des Betrügers aussehen?

Aufgabe 3 (1/5 Punkt):
Worin besteht der Unterschied zwischen Bayes- und MAP-Hypothese? Was sind die Vor- und Nachteile beider Schätzer? In diesem Zusammenhang betrachten wir die Multinomialverteilung welche gegeben ist durch

$$Mult(N_1, N_2, \ldots, N_k | \mathbf{\Theta}) = \binom{N_1 + N_2 + \ldots N_k}{N_1 N_2 \ldots N_k} \prod_{i=1}^{k} \Theta_k^{N_k}$$

und die Dirichlet-Verteilung, gegeben durch

$$Dir(\mathbf{\Theta} | \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k) = \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_k)}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2) \ldots \Gamma(\alpha_k)} \prod_{i=1}^{k} \Theta_k^{\alpha_k - 1}.$$

Die Dirichlet-Verteilung ist die "konjugierte" Verteilung einer multinomial verteilten Stichprobe. Welche Vorteile hat die Wahl eines konjugiert verteilten Priors, wenn man die Bayes-Hypothese zu dieser Stichprobe berechnen möchte? Welche Interpretation haben die Parameter der Dirichlet-Verteilung in diesem Zusammenhang?

Aufgabe 4 (1/5 Punkt):
Betrachten wir die Normalverteilung (Gauß-Verteilung)

$$N(x|\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right).$$

Zeigen sie, dass die zugehörige konjugierte Verteilung bezogen auf den Mittelwert wieder eine Normalverteilung ist. Begründen sie warum in diesem Fall Stichproben-Verteilung und konjugierte Verteilung aus der gleichen Verteilungsfamilie stammen. (Könnte es am Normalisierungsterm $\sqrt{2\pi\sigma^2}$ liegen?)

Aufgabe 5 (1/5 Punkt):
Sie veranstalten ein Party und haben spezielle hochempfindliche bunte Glühlampen zur Dekoration gekauft. Die Lebensdauer dieser Sorte Glühlampen ist normalverteilt mit dem Mittelwert $\mu = 12$ Stunden und der Varianz $\sigma^2 = 9$ Stunden. Zur Einstimmung schalten sie die Glühlampen schon vor der Party ein, die Party beginnt in 10 Stunden.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Glühlampe schon vor der Party ihren Geist aufgibt?

2. Sie möchte am liebsten, dass in der 7. Stunde der Party die Glühlampen von selbst nicht mehr leuchten, damit die Gäste nach hause gehen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Glühlampe genau in dieser Stunde aufhört zu leuchten? Bedenken sie, dass die Glühlampen schon vor der Party 10 Stunden leuchten.