

# Maschinelles Lernen

## 2. Übung

Prof. Tobias Scheffer  
Dr. Niels Landwehr  
Christoph Sawade  
Jules Rasetaharison

WS10/11

Ausgabe am: 01.11.09  
Besprechung am: 08.11.09

### Aufgabe 1 (1/4 Punkt):

Angenommen wir haben 3 Medikamentenboxen  $b_1$ ,  $b_2$  und  $b_3$ . In Box  $b_1$  befinden sich 3 Aspirin ( $m_1$ ), 2 Thomapyrin ( $m_2$ ) und 4 Placebo ( $m_3$ ); Box  $b_2$  enthält 1 Aspirin, 1 Thomapyrin und keine Placebo; und in Box  $b_3$  sind 4 Aspirin, 1 Thomapyrin und 3 Placebo. Die A-Priori-Wahrscheinlichkeiten für die zufällige Wahl der Boxen sind  $P(Box = b_1) = 0,2$ ,  $P(Box = b_2) = 0,2$  und  $P(Box = b_3) = 0,6$ .

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine Aspirin zu “ziehen”?
- Falls die gezogene Tablette Thomapyrin ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt sie aus Box  $b_1$ ,  $b_2$  bzw.  $b_3$ ?

### Aufgabe 2 (1/4 Punkte):

- Erklären sie die Begriffe “Posterior”, “Likelihood” und “Prior” am Beispiel der Regression.
- Was ist die “Log-Likelihood” und wieso verwendet man sie anstelle der Likelihood?
- Beschreiben sie den Zusammenhang zwischen Likelihood und Verlustfunktion.
- Nehmen wir an, die Likelihood der Zielvariablen sei normalverteilt mit  $P(y_i | f_{\mathbf{w}}, \mathbf{x}_i) = N(y_i | f_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_i), \sigma^2)$ . Was ist die Likelihood der gesamten Trainingsdaten  $L$ ?
- Zeigen sie, dass diese Likelihood der (negativen) quadratischen Verlustfunktion entspricht: Das heißt, das Maximum dieser Likelihood liegt an derselben Stelle, wie das Minimum der quadratischen Verlustfunktion  $l(f_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_i), y) = (f_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_i) - y)^2$ .

### Aufgabe 3 (1/4 Punkte):

Ein aufgeregter Student berichtet, Außerirdische seien auf dem Campus gelandet. Zwei Erklärungen bieten sich an:

$e_1$  : Ein Ufo ist tatsächlich gelandet, und

$e_2$  : Der Bericht ist eine lahme Ausrede; der Student hat keine Hausaufgaben gemacht.

Leiten sie den Posterior der beiden Erklärungen her. Setzen sie dabei sinnvolle Einzelwahrscheinlichkeiten ein. Was ist die MAP-Hypothese? Als *Maximum Likelihood-Hypothese* (ML-Hypothese) bezeichnet man die Erklärung, die die Likelihood maximiert. Was ist in diesem Beispiel die ML-Hypothese. Falls sich MAP- und ML-Hypothese bei Ihnen unterscheiden sollten, begründen sie warum!

**Aufgabe 4 (1/4 Punkte):**

Gegeben seien ein großes und ein kleines Krankenhaus. Das Erste hat eine hohe und das Zweite eine geringe Geburtenrate. In einem der beiden werden 60% mehr Jungen als im Durchschnitt über alle Krankenhäuser geboren. Von welchem ist hier wahrscheinlicher die Rede unter der Annahme, dass  $P(\text{kleines Krankenhaus})=P(\text{großes Krankenhaus})$  gilt.

*Hinweis:* Benutzen Sie den Satz von Bayes und überlegen Sie sich was für ein Zufallsexperiment beschrieben wird.