# Maschinelles Lernen

4. Übung

Prof. Tobias Scheffer
Dr. Niels Landwehr
Christoph Sawade
Jules Rasetaharison

WS10/11

Ausgabe am: 15.11.10
Besprechung am: 22.11.10

**Aufgabe 1 (1/5 Punkt):**
Ein Online-DVD-Verleih möchte mehr Umsatz machen und seinen Kunden Filme vorschlagen, die möglichst genau ihrem Filmgeschmack entsprechen. Sie sind beauftragt, für einen gegebenen Benutzer ein Vorhersagemodell zu trainieren mit dem sie für ungesehene Filme die Bewertung vorhersagen können. Der Benutzer hat die unten angegebenen Filme gesehen und mit 1-5 Sternen bewertet. Sie vermuten, dass die Bewertung vom Produktionsbudget abhängt. Sie möchten ein Regressionsmodell lernen, dass ihnen zu jedem Budget die entsprechende Bewertung (1-5 Sterne) liefert.

| Name | Budget (Mio.$) | Sterne |
|---|---|---|
| Mad Max | 0,2 | ***** |
| King Kong | 0,8 | **** |
| Alien | 9 | ** |
| Robocop | 22 | * |

1. Simulieren sie das Training eines Regressionsbaumes. Brechen sie das Lernen ab, sobald sie einen Splitknoten erzeugt haben. Welcher Baum wird gelernt?
2. Lernen sie ein lineares Regressionsmodell. Welche Modellparameter erhalten sie?
3. Wenn sie einen Modellbaum mit einem Splitknoten (Budget >= 9) trainieren, um wieviel reduziert sich der SSE im Vergleich zu einem Baum mit nur einem Blattknoten? Veranschaulichen sie die Bäume grafisch.

**Aufgabe 2 (1/5 Punkt):**
Seien $X_1, \ldots, X_n \sim Bern(X|\mu)$ unabhängige Bernoulli-Variablen. Zeigen sie, dass die Variable $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$, wie in der Vorlesung behauptet, folgendermaßen verteilt ist:

$$Bin(Y|n, \mu) = \binom{n}{Y} \mu^Y (1-\mu)^{n-Y}$$

An welcher Stelle benötigen sie die Unabhängigkeit? Was ist die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Sequenz von Kopf/Zahl-Würfen?

**Aufgabe 3 (1/5 Punkt):**
Ein Preis wurde zufällig hinter eines von drei Toren platziert. Für eines dieser geben sie einen Tipp ab. Nachdem sie sich entschieden haben, öffnet der Spielleiter von den übrigen beiden Toren, eines, hinter dem sich kein Preis befindet. Nun bekommen sie erneut die Chance zwischen den beiden noch geschlossenen Toren zu wählen. Bleiben sie bei ihrer ersten Wahl oder entscheiden sie sich um? Beweisen sie ihre Entscheidung!

**Aufgabe 4 (1/5 Punkt):**
Nehmen sie an, sie besitzen zwei verbogene Münzen (a und b), deren Wahrscheinlichkeit für Kopf $\Theta_a = 0,2$ bzw. $\Theta_b = 0,7$ sind. Ein Bekannter von ihnen wählt heimlich eine Münze aus und wirft diese fünfmal. Die Wurfergebnisse sind: (Kopf, Zahl, Kopf, Kopf, Zahl). Sie wissen, dass ihr Bekannter die Münze $a$ lieber mag, ihr Vorwissen ist demnach $P(a) = 0,8$ und $P(b) = 0,2$. Wenn ihr Bekannter nun mit der gleichen Münze noch einmal wirft, was ist die Bayes-Hypothese? Beachten sie, dass hier das Integral der Bayes-Hypothese zu einer Summe wird.

**Aufgabe 5 (1/5 Punkt):**
Beweisen sie die folgenden Aussagen:

- $P(X, Y) = P(X)P(Y)$ genau dann, wenn $P(X|Y) = P(X)$,
- $Var\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} Cov\left(X_i, X_j\right)$,
- Wenn X und Y zwei unabhängige Zufallsvariablen sind, dann gilt $Cov(X, Y) = 0$.