

Naturwissenschaftlich motivierte formale Modelle

OL-Systeme: Hierarchien, Abschlusseigenschaften

**Institut für Informatik und Computational Science
Universität Potsdam**

Henning Bordihn

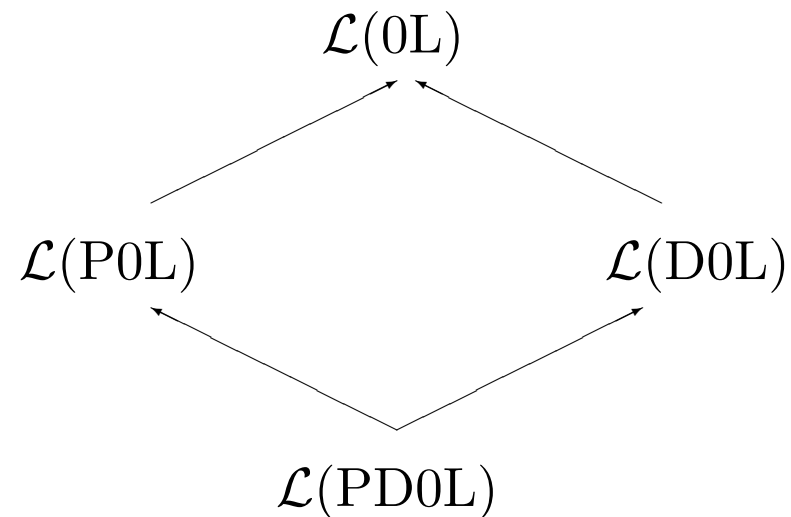
Hierarchie der 0L-Sprachfamilien

Satz 2.5 Es gibt endliche Sprachen, die keine 0L-Sprachen sind.

Hierarchie der 0L-Sprachfamilien

Satz 2.5 Es gibt endliche Sprachen, die keine 0L-Sprachen sind.

Satz 2.6



(\rightarrow für \subset , kein Pfad: mengentheoretisch unvergleichbar)

Einordnung in die Chomsky-Hierarchie

Satz 2.7 Es gelten folgende Beziehungen:

1. $\mathcal{L}(0L) \subset \mathcal{L}(CS)$
2. Jede der Sprachfamilien $\mathcal{L}(0L)$, $\mathcal{L}(P0L)$, $\mathcal{L}(D0L)$ und $\mathcal{L}(PD0L)$ ist *mengentheoretisch unvergleichbar* mit jeder der Familien $\mathcal{L}(CF)$, $\mathcal{L}(REG)$ und $\mathcal{L}(FIN)$, der Familie aller endlichen Sprachen.

Abgeschlossenheit

Notation. \mathcal{L}_{all} – Familie *aller* Sprachen

Definition. Seien k eine ganze Zahl mit $k > 1$, \mathcal{L} eine Sprachfamilie und \circ eine k -stellige Operation

$$\circ : \mathcal{L}_{\text{all}}^k \rightarrow \mathcal{L}_{\text{all}} \quad \text{vermöge} \quad \circ(L_1, L_2, \dots, L_k) = L.$$

\mathcal{L} heißt **abgeschlossen unter** \circ , falls für alle $L_1, L_2, \dots, L_k \in \mathcal{L}$ gilt, dass

$$\circ(L_1, L_2, \dots, L_k) \in \mathcal{L}.$$

AFL-Operationen

1. Vereinigung
 2. Konkatenation (\cdot)
 3. Kleene-Abschluss ($*$)
 4. nicht-löschende Homomorphismen
 5. inverse Homomorphismen
 6. Durchschnitt mit regulären Mengen
- Eine Sprachfamilie ist eine **AFL**, wenn sie unter allen AFL-Operationen abgeschlossen ist.
 - Eine AFL heißt **volle AFL**, wenn sie unter beliebigen Homomorphismen abgeschlossen ist.

Abschlusseigenschaften

- Die Familien der Chomsky-Hierarchie sind AFLs, $\mathcal{L}(\text{REG})$, $\mathcal{L}(\text{CF})$, $\mathcal{L}(\text{RE})$ sind voll.
- AFLs besitzen viele „schöne“ Eigenschaften.

Abschlusseigenschaften

- Die Familien der Chomsky-Hierarchie sind AFLs, $\mathcal{L}(\text{REG})$, $\mathcal{L}(\text{CF})$, $\mathcal{L}(\text{RE})$ sind voll.
- AFLs besitzen viele „schöne“ Eigenschaften.

Satz 2.8 Die Familien $\mathcal{L}(\text{PD0L})$, $\mathcal{L}(\text{P0L})$, $\mathcal{L}(\text{D0L})$, $\mathcal{L}(\text{0L})$ sind unter keiner der AFL-Operationen abgeschlossen.