

Compiler und Programmtransformation

Übung 8

(Statische Analyse 2)

Henning Bordihn

Institut für Informatik und Computational Science
Universität Potsdam

1. Distributive Analyseprobleme

Ein Analyseproblem heißt **Bitvektorproblem** genau dann, wenn

- 1) die abstrakten Daten die Elemente eines Verbandes $(L, \sqsubseteq)$ mit
 - a) $L = \mathbf{Pot}(D)$ für eine endliche Menge D ist,
 - b) $\sqsubseteq$ entweder $\subseteq$ oder $\supseteq$ ist und
- 2) alle Transferfunktionen von der Form $f : L \rightarrow L$ derart sind, dass es Mengen $A, B \subseteq D$ gibt, so dass $f(X) = (X \cap A) \cup B$ für jedes $X \subseteq D$ gilt.

Zeigen Sie, dass Bitvektorprobleme **distributiv** sind, d.h. dass

$$f(x \sqcup y) = f(x) \sqcup f(y) \text{ für alle } x, y \in L \text{ gilt.}$$

2. Monotonie und Kettendistributivität

1. Betrachten Sie den Verband aller natürlichen Zahlen mit zwei zusätzlichen Elementen ∞_1 und ∞_2 . Es gelte die natürliche Ordnung der Zahlen und für alle Zahlen n gelte $n \sqsubseteq \infty_1 \sqsubseteq \infty_2$. Ist das ein vollständiger Verband?
Seien nun eine Funktion f auf dem Verband wie folgt definiert:
 $f(n) = n+1$ für alle Zahlen n und $f(\infty_1) = f(\infty_2) = \infty_2$.
 - a. Ist f monoton?
 - b. Ist f positiv kettendistributiv?
 - c. Gilt die Eigenschaft des Satzes von Knaster-Tarski?
 - d. Gilt die Eigenschaft des Satzes von Knaster-Tarski-Kleene?
2. Warum muss bei den Voraussetzungen des Satzes von Knaster, Tarski und Kleene gefordert werden, dass die Funktion f positiv kettendistributiv ist, also die Bedingung der Kettendistributivität nur für nichtleere Mengen $X \subseteq L$ gilt?
3. Zeigen Sie, dass jede Funktion, die positiv kettendistributiv ist, auch monoton ist.