Naturwissenschaftlich motivierte formale Modelle

Übungsblatt 4

1. Beweisen Sie, dass
   (a) $\{a, ab\} \in \mathcal{L}(\text{D0L}) \setminus \mathcal{L}(\text{P0L})$,
   (b) $a^+ \in \mathcal{L}(\text{P0L}) \setminus \mathcal{L}(\text{D0L})$.

2. Seien $L_1 = \{a, b^2\}$ und $L_2 = \{\, a^n b^n \mid n \geq 1 \,\}$. Weiter sei $h : \{a, b\}^* \to \{a, b\}^*$ ein Homomorphismus mit $h(a) = \lambda$ und $h(b) = b^2$. Bestimmen Sie
   (a) $h(L_1)$ und $h(L_2)$
   (b) $h^{-1}(L_1)$ und $h^{-1}(L_2)$

3. Zeigen Sie, dass keine der Familien $\mathcal{L}(\text{0L})$, $\mathcal{L}(\text{P0L})$, $\mathcal{L}(\text{D0L})$, $\mathcal{L}(\text{PD0L})$ abgeschlossen ist unter
   (a) Vereinigung,
   (b) Homomorphismen,
   (c) Durchschnitt mit regulären Mengen.

   Hinweis: Eine Sprachfamilie $\mathcal{L}$ heißt angeschlossen unter einer k-stelligen Operation τ, falls für alle $L_1, L_2, \ldots, L_k \in \mathcal{L}$ gilt, dass $\tau(L_1, L_2, \ldots, L_k) \in \mathcal{L}$.