Naturwissenschaftlich motivierte formale Modelle

Institut für Informatik und Computational Science
Universität Potsdam

Henning Bordihn

Zwei Aspekte interdisziplinärer Wissenschaft

- Bereitstellung von Modellen und Werkzeugen, die in den Naturwissenschaften Nutzen bringen können, und deren Analyse und Bewertung aus Sicht der Informatik
  - Handhabung von Big Data
  - Wissenschaftliche Workflows, deren Modellierung und rechnerbasierte Unterstützung
  - medizinische Informatik (bildgebende Verfahren, ...)

Zwei Aspekte interdisziplinärer Wissenschaft

- Bereitstellung von Modellen und Werkzeugen, die in den Naturwissenschaften Nutzen bringen können, und deren Analyse und Bewertung aus Sicht der Informatik
  - Handhabung von Big Data
  - Wissenschaftliche Workflows, deren Modellierung und rechnerbasierte Unterstützung
  - medizinische Informatik (bildgebende Verfahren, ...)

- Adaption von Phänomenen der Natur(wissenschaften) für Zwecke der Informatik
  - DNA- oder Quanten-Computing
  - weitere **Inhalte dieses Kurses**

Inhalte des Kurses

1. Lindenmayer-Systeme
   (a) Biologischer Hintergrund und historische Bemerkungen
   (b) Formalisierung des Sachverhalts
   (c) Ausgewählte theoretische Resultate
   (d) Anwendungen, z.B. in der Computergraphik
2. DNA-Computing
   (a) Grundlegende Konzepte und Verfahren; Adlemans Experiment
   (b) DNA-Berechnungsmodelle und ausgewählte Eigenschaften
   (c) Wer hat das Pointer-Konzept „erfunden“?
3. Soliton-Automaten
   (a) Soliton-Wellen und Berechnungen
   (b) Soliton-Automaten und ihre Eigenschaften

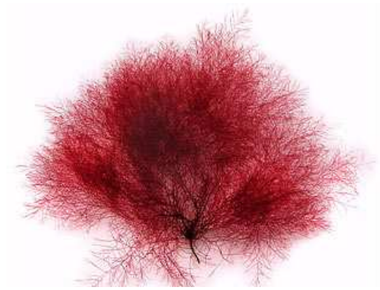
Lindenmayer-Systeme

Lindenmayer-Systeme — historisch

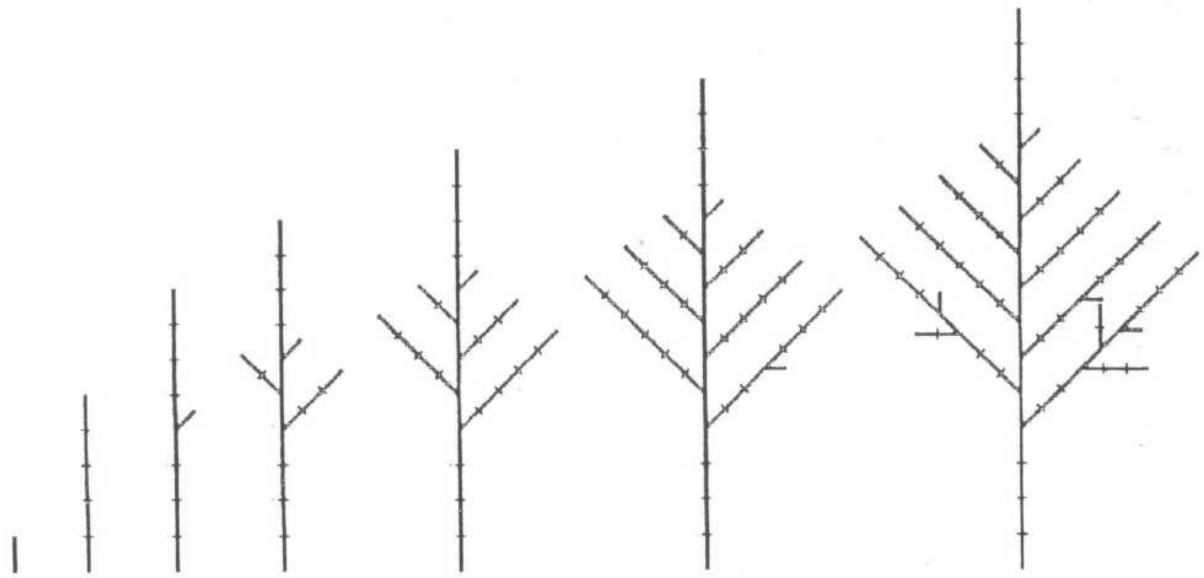
- 1968 eingeführt von Aristid Lindenmayer (Entwicklungsbiologe)
- **Ziel:** Modellierung (zum Zweck der Untersuchung) des Wachstums einfacher mehrzelliger Lebewesen
- **Methode:**
  - Analyse von Regelmäßigkeiten im Wachstumsprozess
  - Beschreibung des Wachstumsprozesses durch ein Regelsystem

Das Wachstum der Callithamnion roseum

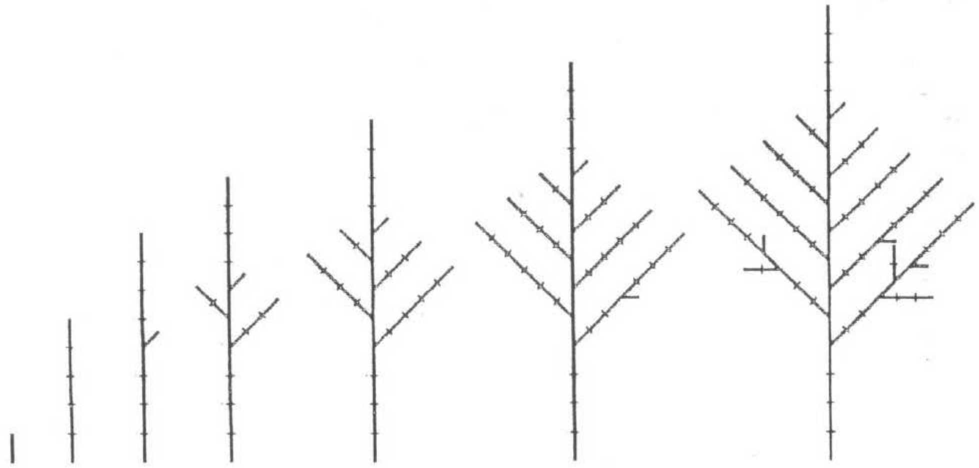
- Aus den untersten vier Zellen des Stamms wachsen keine Äste.
- Aus jeder anderen Zelle des Stamms wächst ein Ast, auf alternierenden Seiten des Stamms.
- Die drei Zellen unterhalb der Spitze haben keine Äste.
- Jeder Ast repliziert das Wachstum des Stamms.



Wachstumsstadien des Callithamnion roseum



Beschreibung der Organismen als Strings



$$
\begin{aligned}
w_0 &= a\\
w_4 &= aaaaa\\
w_7 &= aaaa[a]aaaa\\
w_9 &= aaaa[aaa]a[aa]a[a]aaaa\\
w_{11} &= aaaa[aaaaa]a[aaaa]a[aaa]a[aa]a[a]aaaa\\
w_{13} &= aaaa[aaa[a]aaaa]a[aaaaaa]a[aaaaa]a[aaaa]a[aaa]a[aa]a[a]aaaa
\end{aligned}
$$

Beschreibung des Wachstums als Regelsystem

$$\Sigma = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \quad \text{// Zellen, unterschieden nach inneren Zuständen}$$
$$\cup \{[,]\}$$

Entwicklungsregeln für die Zellen:

$1 \to 23,$ // Zellteilung
$2 \to 2,$ // „adult"
$3 \to 24,$
$4 \to 25,$
$5 \to 65,$
$6 \to 7,$ // Reifung
$7 \to 8,$
$8 \to 9[3],$
$9 \to 9$

Der Wachstumsprozess

$1 \to 23,\ 2 \to 2,\ 3 \to 24,$
$4 \to 25,\ 5 \to 65,\ 6 \to 7,$
$7 \to 8,\ 8 \to 9[3],\ 9 \to 9$

$$
\begin{aligned}
w_0 &= 1\\
w_1 &= 23\\
w_2 &= 224\\
w_3 &= 2225\\
w_4 &= 22265\\
w_5 &= 222765\\
w_6 &= 2228765\\
w_7 &= 2229[3]8765\\
w_8 &= 2229[24]9[3]8765\\
w_9 &= 2229[225]9[24]9[3]8765\\
w_{10} &= 2229[2265]9[225]9[24]9[3]8765\\
w_{11} &= 2229[22765]9[2265]9[225]9[24]9[3]8765\\
w_{12} &= 2229[228765]9[22765]9[2265]9[225]9[24]9[3]8765\\
w_{13} &= 2229[229[3]8765]9[228765]9[22765]9[2265]9[225]9[24]9[3]8765
\end{aligned}
$$

Bedeutung der Lindenmayer-Systeme

1. Formales Modell zur Beschreibung von Wachstums-/Entwicklungsprozessen
   $\hookrightarrow$ Anwendungen in und außerhalb der Biologie

Bedeutung der Lindenmayer-Systeme

1. Formales Modell zur Beschreibung von Wachstums-/Entwicklungsprozessen
   $\hookrightarrow$ Anwendungen in und außerhalb der Biologie

2. Paralleles Analogon zu (kontextfreien) Regelgrammatiken

   - In jedem Ableitungsschritt werden alle Symbole gleichzeitig ersetzt.
   - Jedes Symbol hat mindestens eine Regel.
   - Es gibt keine Unterscheidung zwischen Terminalen und Nichtterminalen.
   - Das Axiom kann ein Wort sein.

Bedeutung der Lindenmayer-Systeme

1. Formales Modell zur Beschreibung von Wachstums-/Entwicklungsprozessen
   $\hookrightarrow$ Anwendungen in und außerhalb der Biologie

2. Paralleles Analogon zu (kontextfreien) Regelgrammatiken
   - In jedem Ableitungsschritt werden alle Symbole gleichzeitig ersetzt.
   - Jedes Symbol hat mindestens eine Regel.
   - Es gibt keine Unterscheidung zwischen Terminalen und Nichtterminalen.
   - Das Axiom kann ein Wort sein.

3. Ableitungen sind iterierte endliche Substitutionen,
   in besonderen Fällen iterierte Homomorphismen.
   $\hookrightarrow$ ausgereifte mathematische Theorie

1. Systematisierung Formale Sprachen

1.1 Formale Sprachen und Operationen

Ersetzung/Substitution

Seien U und V Alphabete. Eine Abbildung $\sigma : U^* \to 2^{V^*}$ heißt Ersetzung/Substitution von U in V, falls folgende Eigenschaften erfüllt sind:

1. $\sigma(a) \neq \emptyset$ für alle $a \in U$
2. $\sigma(\lambda) = \{\lambda\}$
3. $\sigma(wa) = \sigma(w) \cdot \sigma(a)$ für alle $w \in U^*$ und $a \in U$.

σ heißt

- **endlich** gdw. $\sigma(a)$ endlich für alle $a \in U$,
- **nicht löschend** gdw. $\lambda \notin \sigma(a)$ für alle $a \in U$,
- **Homomorphismus** gdw. $\#\sigma(a) = 1$ für alle $a \in U$.

Ersetzung/Substitution (2)

- Sei σ eine Substitution von U in V und $L \subseteq U^*$.

  $\sigma(L) = \bigcup_{w \in L} \sigma(w)$

- Sei ferner $w \in U^*$.

  $\sigma^0(w) = \{w\}$

  $\sigma^{i+1}(w) = \sigma(\sigma^i(w))$ für $i \geq 0$.