

# **Naturwissenschaftlich motivierte formale Modelle**

## **0L-Systeme: Hierarchien, Abschlusseigenschaften**

**Institut für Informatik und Computational Science  
Universität Potsdam**

**Henning Bordihn**

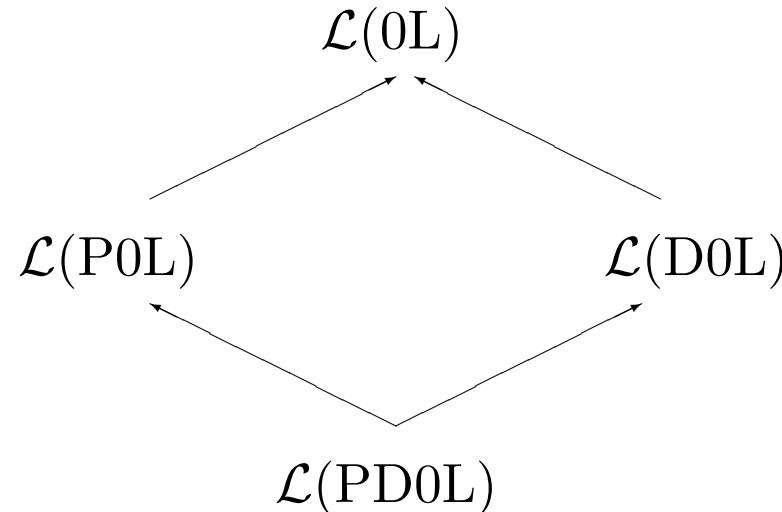
## Hierarchie der 0L-Sprachfamilien

**Satz 2.5** Es gibt endliche Sprachen, die keine 0L-Sprachen sind.

## Hierarchie der 0L-Sprachfamilien

**Satz 2.5** Es gibt endliche Sprachen, die keine 0L-Sprachen sind.

**Satz 2.6**



( $\rightarrow$  für  $\subset$ , kein Pfad: mengentheoretisch unvergleichbar)

## Einordnung in die Chomsky-Hierarchie

**Satz 2.7** Es gelten folgende Beziehungen:

1.  $\mathcal{L}(0L) \subset \mathcal{L}(CS)$
2. Jede der Sprachfamilien  $\mathcal{L}(0L)$ ,  $\mathcal{L}(P0L)$ ,  $\mathcal{L}(D0L)$  und  $\mathcal{L}(PD0L)$  ist *mengentheoretisch unvergleichbar* mit jeder der Familien  $\mathcal{L}(CF)$ ,  $\mathcal{L}(REG)$  und  $\mathcal{L}(FIN)$ , der Familie aller endlichen Sprachen.

## Abgeschlossenheit

**Notation.**  $\mathcal{L}_{\text{all}}$  – Familie aller Sprachen

**Definition.** Seien  $k$  eine ganze Zahl mit  $k > 1$ ,  $\mathcal{L}$  eine Sprachfamilie und  $\circ$  eine  $k$ -stellige Operation

$$\circ : \mathcal{L}_{\text{all}}^k \rightarrow \mathcal{L}_{\text{all}} \text{ vermöge } \circ(L_1, L_2, \dots, L_k) = L .$$

$\mathcal{L}$  heißt **abgeschlossen unter  $\circ$** , falls für alle  $L_1, L_2, \dots, L_k \in \mathcal{L}$  gilt, dass

$$\circ(L_1, L_2, \dots, L_k) \in \mathcal{L} .$$

## AFL-Operationen

1. Vereinigung
  2. Konkatenation ( $\cdot$ )
  3. Kleene-Abschluss ( $*$ )
  4. nicht-löschenende Homomorphismen
  5. inverse Homomorphismen
  6. Durchschnitt mit regulären Mengen
- 
- Eine Sprachfamilie ist eine AFL, wenn sie unter allen AFL-Operationen abgeschlossen ist.
  - Eine AFL heißt volle AFL, wenn sie unter beliebigen Homomorphismen abgeschlossen ist.

## Abschlusseigenschaften

- Die Familien der Chomsky-Hierarchie sind AFLs,  
 $\mathcal{L}(\text{REG})$ ,  $\mathcal{L}(\text{CF})$ ,  $\mathcal{L}(\text{RE})$  sind voll.
- AFLs besitzen viele „schöne“ Eigenschaften.

## Abschlusseigenschaften

- Die Familien der Chomsky-Hierarchie sind AFLs,  
 $\mathcal{L}(\text{REG})$ ,  $\mathcal{L}(\text{CF})$ ,  $\mathcal{L}(\text{RE})$  sind voll.
- AFLs besitzen viele „schöne“ Eigenschaften.

**Satz 2.8** Die Familien  $\mathcal{L}(\text{PD0L})$ ,  $\mathcal{L}(\text{P0L})$ ,  $\mathcal{L}(\text{D0L})$ ,  $\mathcal{L}(\text{0L})$  sind unter keiner der AFL-Operationen abgeschlossen.