Naturwissenschaftlich motivierte formale Modelle

Erweiterte 0L-Systeme

Institut für Informatik und Computational Science
Universität Potsdam

Henning Bordihn

2.2 Erweiterte 0L-Systeme

Erweiterte 0L-Systeme (E0L-Systeme)

Definition. Es sei $\overline{G} = (\Sigma, \sigma, \omega)$ ein 0L-System und $\Delta \subseteq \Sigma$. Das Quadrupel $G = (\Sigma, \sigma, \omega, \Delta)$ heißt E0L-System und $\overline{G} = U(G)$ das *zugrundeliegende* 0L-System.

Die von G erzeugte *Sprache* sei definiert durch

$$L(G) = L(U(G)) \cap \Delta^* .$$

G heißt *propagierend* (EP0L-System) oder *deterministisch* (ED0L-System), falls $U(G)$ propagierend bzw. deterministisch ist. Ist G propagierend und deterministisch, so ist es ein EPD0L-System.

Sprachfamilien

$\mathcal{L}(\mathrm{E0L})$	Familie aller E0L-Sprachen
	$\{ L \mid L = L(G)$ für ein E0L-System $G \}$
$\mathcal{L}(\mathrm{EP0L})$	Familie aller EP0L-Sprachen
	$\{ L \mid L = L(G)$ für ein propagierendes E0L-System $G \}$
$\mathcal{L}(\mathrm{ED0L})$	Familie aller ED0L-Sprachen
	$\{ L \mid L = L(G)$ für ein deterministisches E0L-System $G \}$
$\mathcal{L}(\mathrm{EPD0L})$	Familie aller EPD0L-Sprachen
	$\{ L \mid L = L(G)$ für ein propagierendes ED0L-System $G \}$

Triviale Inklusionen

- $\mathcal{L}(\mathrm{EPD0L}) \subseteq \mathcal{L}(\mathrm{EP0L}) \subseteq \mathcal{L}(\mathrm{E0L})$
- $\mathcal{L}(\mathrm{EPD0L}) \subseteq \mathcal{L}(\mathrm{ED0L}) \subseteq \mathcal{L}(\mathrm{E0L})$
- $\mathcal{L}(X\mathrm{0L}) \subseteq \mathcal{L}(\mathsf{E}X\mathrm{0L})$ für $X \in \{\mathsf{PD},\mathsf{P},\mathsf{D},\lambda\}$
- $\mathcal{L}(\mathrm{FIN}) \subset \mathcal{L}(\mathrm{E0L})$

Synchronisierte Normalform

Satz 2.9 Es gibt einen Algorithmus, der zu jedem gegebenen E0L-System G' ein äquivalentes E0L-System $G = (\Sigma, \sigma, \omega, \Delta)$ konstruiert, für das gilt:

1. $\omega \in \Sigma \setminus \Delta$,
2. es gibt ein Symbol $F \in \Sigma \setminus \Delta$, so dass $\sigma(a) = \{F\}$ für alle $a \in \Delta$ und $\sigma(F) = \{F\}$ gelten,
3. falls $\alpha \in \sigma(a)$ (für $a \in \Sigma$), dann gilt eine der drei Bedingungen
   (a) $\alpha \in \Delta^*$ oder
   (b) $\alpha = F$ oder
   (c) $\alpha \in (\Sigma \setminus (\Delta \cup \{F, \omega\}))^+$,
4. für alle $a \in \Sigma \setminus (\Delta \cup \{F, \omega\})$ gibt es ein Wort $x \in \Delta^*$, so dass $a \stackrel{*}{\Longrightarrow} x$.

Falls G' propagierend ist, dann auch G.

Hierarchie

Satz 2.10

$$\begin{tikzcd}
 & \mathcal{L}(\mathrm{E0L}) & \\
\mathcal{L}(\mathrm{EP0L}) \arrow[ur] & & \mathcal{L}(\mathrm{ED0L}) \arrow[ul] \\
 & \mathcal{L}(\mathrm{EPD0L}) \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

($\rightarrow$ für $\subset$, kein Pfad: mengentheoretisch unvergleichbar)