Naturwissenschaftlich motivierte formale Modelle

E0L-Systeme: Eigenschaften

Institut für Informatik und Computational Science
Universität Potsdam

Henning Bordihn

Beseitigung von löschenden Regeln

Notation.

- $\mathcal{L}_1 \subseteq_\lambda \mathcal{L}_2$ gdw. $\forall L \in \mathcal{L}_1 \, \exists L' \in \mathcal{L}_2 \, . \, L' \setminus \{\lambda\} = L \setminus \{\lambda\}$
- $\mathcal{L}_1 =_\lambda \mathcal{L}_2$ gdw. $\mathcal{L}_1 \subseteq_\lambda \mathcal{L}_2$ und $\mathcal{L}_2 \subseteq_\lambda \mathcal{L}_1$

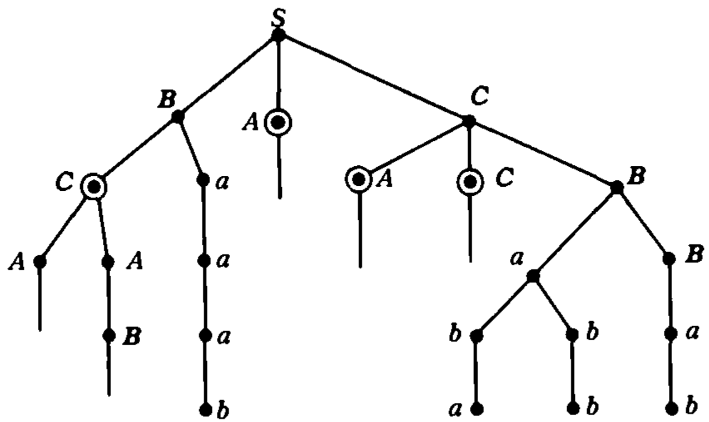
Beseitigung von löschenden Regeln

Notation.

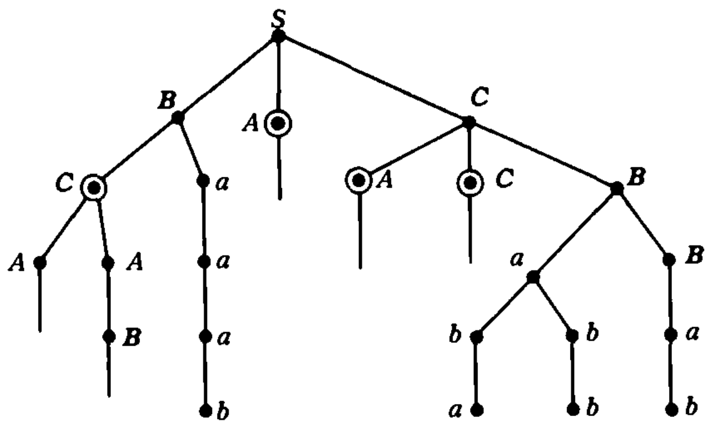
- $\mathcal{L}_1 \subseteq_\lambda \mathcal{L}_2$ gdw. $\forall L \in \mathcal{L}_1 \, \exists L' \in \mathcal{L}_2 \, . \, L' \setminus \{\lambda\} = L \setminus \{\lambda\}$
- $\mathcal{L}_1 =_\lambda \mathcal{L}_2$ gdw. $\mathcal{L}_1 \subseteq_\lambda \mathcal{L}_2$ und $\mathcal{L}_2 \subseteq_\lambda \mathcal{L}_1$

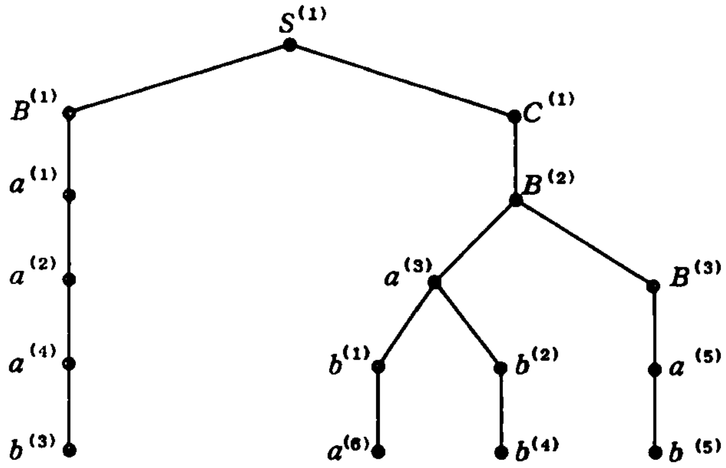
Satz 2.11 $\mathcal{L}(\mathrm{EP0L}) =_\lambda \mathcal{L}(\mathrm{E0L})$

Beweisidee Satz 2.11 (1)

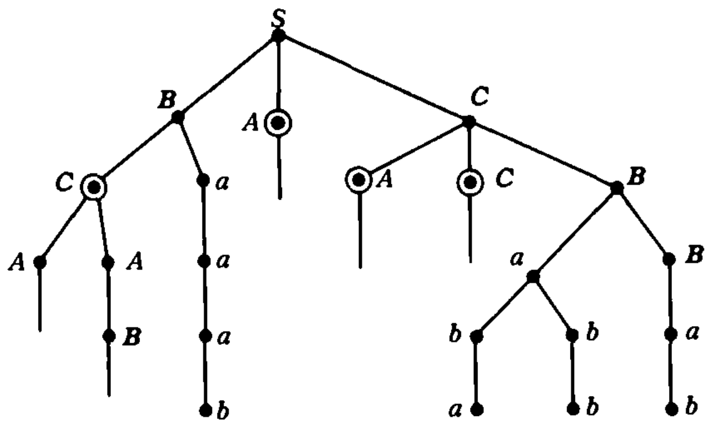


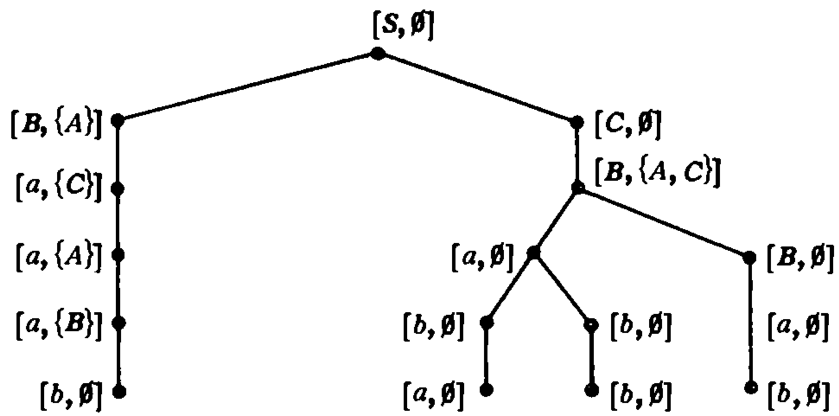
Beweisidee Satz 2.11 (1)





Beweisidee Satz 2.11 (2)





Einordnung in die Chomsky-Hierarchie (1)

Folgerung 2.12 Es gelten folgende Beziehungen:

1. $\mathcal{L}(\mathrm{CF}) \subset \mathcal{L}(\mathrm{E0L}) =_\lambda \mathcal{L}(\mathrm{EP0L}) \subseteq_\lambda \mathcal{L}(\mathrm{CS})$

2. Sowohl $\mathcal{L}(\mathrm{EPD0L})$ als auch $\mathcal{L}(\mathrm{ED0L})$ sind unvergleichbar mit mit jeder der Familien $\mathcal{L}(\mathrm{CF})$, $\mathcal{L}(\mathrm{REG})$ und $\mathcal{L}(\mathrm{FIN})$ und in $\mathcal{L}(\mathrm{CS})$ enthalten.

Einordnung in die Chomsky-Hierarchie (1)

Folgerung 2.12 Es gelten folgende Beziehungen:

1. $\mathcal{L}(\mathrm{CF}) \subset \mathcal{L}(\mathrm{E0L}) =_\lambda \mathcal{L}(\mathrm{EP0L}) \subseteq_\lambda \mathcal{L}(\mathrm{CS})$

2. Sowohl $\mathcal{L}(\mathrm{EPD0L})$ als auch $\mathcal{L}(\mathrm{ED0L})$ sind unvergleichbar mit mit jeder der Familien $\mathcal{L}(\mathrm{CF})$, $\mathcal{L}(\mathrm{REG})$ und $\mathcal{L}(\mathrm{FIN})$ und in $\mathcal{L}(\mathrm{CS})$ enthalten.

Somit gilt $\mathcal{L}(\mathrm{0L}) \subseteq \mathcal{L}(\mathrm{CS})$.

Einordnung in die Chomsky-Hierarchie (2)

Lemma 2.13 $\{\, w \in \{a,b\}^+ \mid |w|_a = 2^n$ für ein $n \geq 0 \,\} \notin \mathcal{L}(\mathrm{E0L})$

Folgerung 2.14 $\mathcal{L}(\mathrm{E0L}) \subset \mathcal{L}(\mathrm{CS})$, und somit $\mathcal{L}(\mathrm{0L}) \subset \mathcal{L}(\mathrm{CS})$.

Vergleich mit 0L-Systemen

Lemma 2.15

1. $\mathcal{L}(X0\mathrm{L}) \subset \mathcal{L}(\mathrm{E}X0\mathrm{L})$ für $X \in \{\mathrm{PD},\mathrm{P},\mathrm{D},\lambda\}$

2. $\{\lambda, a\} \in \mathcal{L}(\mathrm{D0L}) \setminus \mathcal{L}(\mathrm{EP0L})$

3. $a^+ \in \mathcal{L}(\mathrm{P0L}) \setminus \mathcal{L}(\mathrm{ED0L})$

4. $\{a^2b\} \cup \{\, b^{2^n} \mid n \geq 1 \,\} \in \mathcal{L}(\mathrm{ED0L}) \setminus \mathcal{L}(\mathrm{EPD0L})$

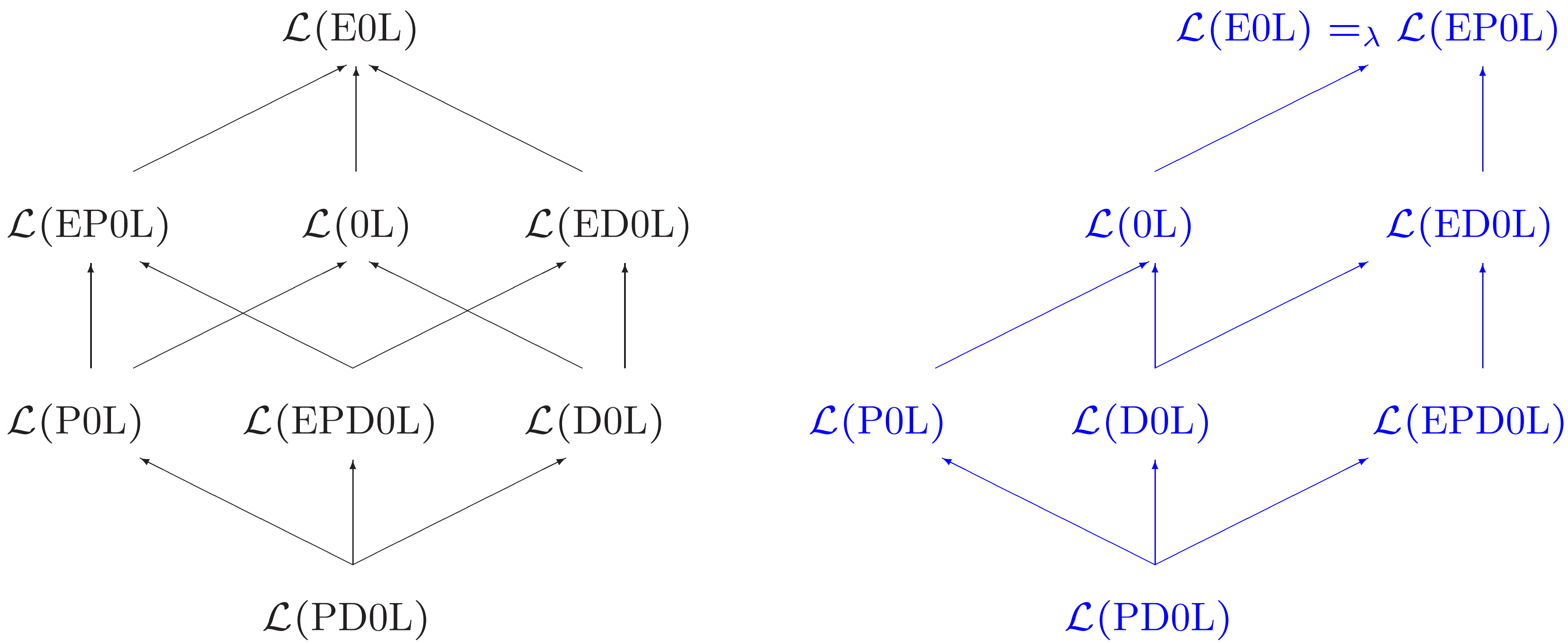
Hierarchien – Zusammenfassung

Satz 2.16

$$
\begin{tikzcd}
 & \mathcal{L}(\mathrm{E0L}) & \\
\mathcal{L}(\mathrm{EP0L}) \arrow[ur] & \mathcal{L}(\mathrm{0L}) \arrow[u] & \mathcal{L}(\mathrm{ED0L}) \arrow[ul] \\
\mathcal{L}(\mathrm{P0L}) \arrow[u] \arrow[ur] & \mathcal{L}(\mathrm{EPD0L}) \arrow[ul] \arrow[ur] & \mathcal{L}(\mathrm{D0L}) \arrow[u] \arrow[ul] \\
 & \mathcal{L}(\mathrm{PD0L}) \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}
$$

Hierarchien – Zusammenfassung

Satz 2.16



Abschlusseigenschaften

Satz 2.17 $\mathcal{L}(\mathrm{E0L})$ ist unter allen (vollen) AFL-Operationen außer unter inversen Homomorphismen abgeschlossen.

$\cup$, $\cdot$, $*$, h, $\cap\mathrm{REG}$