Naturwissenschaftlich motivierte formale Modelle

Adult-Sprachen von 0L-Systemen

Institut für Informatik und Computational Science
Universität Potsdam

Henning Bordihn

2.3 A0L-Sprachen

Definition

Für ein 0L-System $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ ist die **Adult-Sprache** definiert als

$$
\begin{aligned}
L_A(G) &= \{\, w \in L(G) \mid \forall w'(w \Longrightarrow w' \longrightarrow w = w') \,\} \\
&= \{\, w \in L(G) \mid \sigma(w) = \{w\} \,\} \\
&= \{\, w \in L(G) \mid w \Rrightarrow w \,\}
\end{aligned}
$$

Definition

Für ein 0L-System $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ ist die **Adult-Sprache** definiert als

$$\begin{aligned} L_A(G) &= \{\, w \in L(G) \mid \forall w'(w \Longrightarrow w' \longrightarrow w = w')\,\} \\ &= \{\, w \in L(G) \mid \sigma(w) = \{w\}\,\} \\ &= \{\, w \in L(G) \mid w \Rrightarrow w\,\} \end{aligned}$$

$x \Rrightarrow y$ gdw. $x \Longrightarrow y$ und falls $x \Longrightarrow y'$, dann $y' = y$

Definition

Für ein 0L-System $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ ist die **Adult-Sprache** definiert als

$$\begin{aligned} L_A(G) &= \{\, w \in L(G) \mid \forall w'(w \Longrightarrow w' \longrightarrow w = w')\,\} \\ &= \{\, w \in L(G) \mid \sigma(w) = \{w\}\,\} \\ &= \{\, w \in L(G) \mid w \Rrightarrow w \,\} \end{aligned}$$

$x \Rrightarrow y$ gdw. $x \Longrightarrow y$ und falls $x \Longrightarrow y'$, dann $y' = y$

$x \overset{m}{\Rrightarrow} y$ gdw. $x \overset{m}{\Longrightarrow} y$ und falls $x \overset{m}{\Longrightarrow} y'$, dann $y' = y$

Definition

Für ein 0L-System $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ ist die **Adult-Sprache** definiert als

$$\begin{aligned} L_A(G) &= \{ w \in L(G) \mid \forall w'(w \Longrightarrow w' \longrightarrow w = w') \} \\ &= \{ w \in L(G) \mid \sigma(w) = \{w\} \} \\ &= \{ w \in L(G) \mid w \Rrightarrow w \} \end{aligned}$$

$x \Rrightarrow y$ gdw. $x \Longrightarrow y$ und falls $x \Longrightarrow y'$, dann $y' = y$

$x \overset{m}{\Rrightarrow} y$ gdw. $x \overset{m}{\Longrightarrow} y$ und falls $x \overset{m}{\Longrightarrow} y'$, dann $y' = y$

$\mathcal{L}(\mathrm{A0L}) = \{ L \mid L = L_A(G)$ für ein 0L-System $G \}$

Beispiel

$G = (\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b, c_1, c_2\}, \sigma, b)$,

wobei σ durch folgende Regeln definiert ist:

$b \to a_1 b a_4$	$b \to a_4$	$b \to a_2 c_1 a_5$	$a_1 \to a_1 a_2$
$a_2 \to a_3$	$a_3 \to \lambda$	$a_4 \to a_4 a_3$	$a_5 \to a_5$
$c_1 \to c_2 a_5$	$c_2 \to c_1$		

Adult-Alphabet

Definition. Das **Adult-Alphabet** $\Sigma_A(G)$ eines 0L-Systems $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ ist die Menge

$$\Sigma_A(G) = \{\, a \in \Sigma \mid \exists w \in L_A(G). |w|_a > 0 \,\}$$

der in den Wörtern der Adult-Sprache vorkommenden Buchstaben.

Adult-Alphabet

Definition. Das **Adult-Alphabet** $\Sigma_A(G)$ eines 0L-Systems $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ ist die Menge

$$\Sigma_A(G) = \{\, a \in \Sigma \mid \exists w \in L_A(G). |w|_a > 0 \,\}$$

der in den Wörtern der Adult-Sprache vorkommenden Buchstaben.

Beobachtung 2.18 Sei $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$. Für alle $a \in \Sigma_A(G)$ gilt $\#\sigma(a) = 1$.

Adult-Alphabet

Definition. Das **Adult-Alphabet** $\Sigma_A(G)$ eines 0L-Systems $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ ist die Menge

$$\Sigma_A(G) = \{\, a \in \Sigma \mid \exists w \in L_A(G). |w|_a > 0 \,\}$$

der in den Wörtern der Adult-Sprache vorkommenden Buchstaben.

Beobachtung 2.18 Sei $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$. Für alle $a \in \Sigma_A(G)$ gilt $\#\sigma(a) = 1$.

Lemma 2.19 Sei $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ ein 0L-System mit $m = \#\Sigma_A(G)$.
Dann gibt es für jedes $a \in \Sigma_A(G)$ *genau ein* Wort $x_a \in \Sigma_A(G)^*$,
so dass $a \overset{m}{\Rrightarrow} x_a \Rrightarrow x_a$.

Adult-Sprachen

Satz 2.20 Es gibt einen Algorithmus, der zu jedem 0L-System das Adult-Alphabet konstruiert.

Adult-Sprachen

Satz 2.20 Es gibt einen Algorithmus, der zu jedem 0L-System das Adult-Alphabet konstruiert.

Lemma 2.21 Für jedes 0L-System $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ kann ein 0L-System $G' = (\Sigma', \sigma', \omega')$ so konstruiert werden, dass

1. $L_A(G') = L_A(G)$ und
2. für jedes $a \in \Sigma_A(G')$ $\sigma'(a) = \{a\}$ gilt.

Adult-Sprachen

Satz 2.20 Es gibt einen Algorithmus, der zu jedem 0L-System das Adult-Alphabet konstruiert.

Lemma 2.21 Für jedes 0L-System $G = (\Sigma, \sigma, \omega)$ kann ein 0L-System $G' = (\Sigma', \sigma', \omega')$ so konstruiert werden, dass

1. $L_A(G') = L_A(G)$ und
2. für jedes $a \in \Sigma_A(G')$ $\sigma'(a) = \{a\}$ gilt.

Satz 2.22 $\mathcal{L}(\mathrm{A0L}) = \mathcal{L}(\mathrm{CF})$.