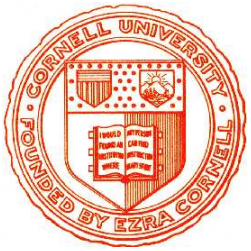
Automatisierte Logik und Programmierung

Einheit 23



Korrektheitserhaltende Optimierungen

1. Logische Vereinfachungen
2. Partielle Auswertung
3. Endliche Differenzierung
4. Fallanalyse
5. Datentyp-Verfeinerung

Optimierung schematisch erzeugter Algorithmen

Eliminiere überflüssige Berechnungen

- **Simplifikation: Logische Vereinfachung**
  - Äquivalenzumwandlung von Teilausdrücken, ggf. im Kontext
- **Partielle Auswertung**
  - Symbolische Auswertung von Ausdrücken mit Konstanten
- **Endliche Differenzierung**
  - Inkrementelle Berechnung von Teilausdrücken in Schleifen
- **Fallanalyse**
  - Analyse und Vereinfachung von Teilausdrücken
- **Datentyp-Verfeinerung**
  - Bestimmung konkreter Implementierungen für abstrakte Datentypen
- **Sprachabhängige Optimierung & Compilierung**
  - Ausnutzen der Besonderheiten einer konkreten Zielsprache

Logische Vereinfachung von Teilausdrücken

- **Transformation in äquivalente Ausdrücke**
  - Term-Rewriting mit gerichteten Gleichungen
  - Gleichungen formuliert als Lemmata der Wissensbank
  - Identifikation geeigneter Lemmata über Operatoren im Ausdruck

    $a \in (x.[]) \circ (b.L) \mapsto a=x \vee a=b \vee a \in L$
- **Kontextunabhängige CI-Simplifikation**
  - Anwendung einfacher Gleichungen ohne Rahmenbedingungen
  - Nur der aktuelle Teilausdruck muß betrachtet werden
  - Automatische Ausführung solange anwendbare Lemmata vorhanden
- **Kontextabhängige CD-Simplifikation**
  - Anwendung von Gleichungen mit Rahmenbedingungen
  - Rahmenbedingungen müssen durch Kontext erfüllt werden
- **Benutzerinteraktion**
  - Auswahl von Teilausdruck und Art der Vereinfachung (CI/CD)
  - Optional bei CD: Begrenzung der Vor- und Rückwärtsinferenzen

Optimierung des Costas-Arrays Algorithmus

Ausgangspunkt: schematischer Globalsuchalgorithmus

```
FUNCTION Costas (n:ℤ) WHERE n≥1
  RETURNS {p:Seq(ℤ) | perm(p,{1..n}) ∧ ∀j<|p|.nodups(dtrow(p,j))}
≡ if nodups([]) ∧ ∀j<|[]|.nodups(dtrow([],j))
     then Costas_gs(n,[]) else ∅

FUNCTION Costas_aux (n,s:ℤ×Seq(ℤ))
  WHERE n≥1 ∧ range(s)⊆{1..n} ∧ nodups(s) ∧ ∀j<|s|.nodups(dtrow(s,j))
  RETURNS {p:Seq(ℤ) | perm(p,{1..n}) ∧ s⊑p ∧ ∀j<|p|.nodups(dtrow(p,j))}
≡      {p | p∈{s} ∧ perm(p,{1..n}) ∧ ∀j<|p|.nodups(dtrow(p,j)) }
   ∪ ⋃{ Costas_gs(n,t) | t∈{ s·i|i∈{1..n}} ∧ nodups(t)
                                          ∧ ∀j<|t|.nodups(dtrow(t,j))}
```

CI-Simplifikationen im Hauptalgorithmus Costas

```
FUNCTION Costas (n:ℤ) WHERE n≥1
  RETURNS {p:Seq(ℤ) | perm(p,{1..n}) ∧ ∀j<|p|.nodups(dtrow(p,j))}
≡ if nodups([]) ∧ ∀j<|[]|.nodups(dtrow([],j))
     then Costas_gs(n,[]) else ∅
```

```
FUNCTION Costas (n:ℤ) WHERE n≥1
  RETURNS {p:Seq(ℤ) | perm(p,{1..n}) ∧ ∀j<|p|.nodups(dtrow(p,j))}
≡ Costas_gs(n,[])
```

CI-Simplifikationen in der Hilfsfunktion Costas_{aux}

$$
\begin{array}{l}
\texttt{FUNCTION Costas}_{aux}\ \texttt{(n,s:}\mathbb{Z}\times\texttt{Seq(}\mathbb{Z}\texttt{))} \\
\quad \texttt{WHERE n}\geq\texttt{1} \wedge \texttt{range(s)}\subseteq\texttt{\{1..n\}} \wedge \texttt{nodups(s)} \wedge \forall \texttt{j<|s|.nodups(dtrow(s,j))} \\
\quad \texttt{RETURNS \{p:Seq(}\mathbb{Z}\texttt{) | perm(p,\{1..n\})} \wedge \texttt{ s}\sqsubseteq\texttt{p} \wedge \forall \texttt{j<|p|.nodups(dtrow(p,j))\}} \\
\equiv \quad \texttt{\{ p | p}\in\texttt{\{s\}} \wedge \texttt{perm(p,\{1..n\})} \wedge \forall \texttt{j<|p|. nodups(dtrow(p,j)) \}} \\
\quad \cup \bigcup \texttt{\{ Costas}_{gs}\texttt{(n,t) | t}\in\texttt{\{ s·i|i}\in\texttt{\{1..n\}\}} \wedge \texttt{ nodups(t)} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \wedge \forall \texttt{j<|t|. nodups(dtrow(t,j)) \}}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
\texttt{FUNCTION Costas}_{aux}\ \texttt{(n,s:}\mathbb{Z}\times\texttt{Seq(}\mathbb{Z}\texttt{))} \\
\quad \texttt{WHERE n}\geq\texttt{1} \wedge \texttt{range(s)}\subseteq\texttt{\{1..n\}} \wedge \texttt{nodups(s)} \wedge \forall \texttt{j<|s|.nodups(dtrow(s,j))} \\
\quad \texttt{RETURNS \{p:Seq(}\mathbb{Z}\texttt{) | perm(p,\{1..n\})} \wedge \texttt{ s}\sqsubseteq\texttt{p} \wedge \forall \texttt{j<|p|.nodups(dtrow(p,j))\}} \\
\equiv \quad \texttt{if perm(s,\{1..n\})} \wedge \forall \texttt{j<|s|. nodups(dtrow(s,j)) then \{s\} else } \emptyset \\
\quad \cup \bigcup \texttt{\{ Costas}_{gs}\texttt{(n,s·i) | i}\in\texttt{\{1..n\}} \wedge \texttt{ nodups(s·i)} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \wedge \forall \texttt{j<|s·i|. nodups(dtrow(s·i,j)) \}}
\end{array}
$$

Kontextabhängige Simplifikation

Vereinfachung unter Berücksichtigung von Kontext

- **Anwendung bedingter Gleichungen**
  - Gleichung $A \equiv B$ mit Vorbedingung C
  - Formuliert als Lemma der Form $C \Rightarrow A \equiv B$
- **Anwendbarbarkeit abhängig vom Kontext**
  - Ersetze Teilausdruck A durch B, wenn C aus dem Kontext folgt
  - Kontext ergibt sich aus Syntaxbaum des Gesamtausdrucks
    - Bei Programmen: benachbarter Programmcode und Vorbedingung
  - Hauptanwendung: Elimination redundanter Teilausdrücke
- **Komplizierter als CI-Simplifikation**
  - Vorbedingung kann auch Teil einer Gleichung (z.B. $C \wedge A \equiv B$) sein
  - Gleichung kann wird zuweilen auch rückwärts angewandt
  - Automatische Anwendung muß tiefenbeschränkt werden

CD-Simplifikationen in der Hilfsfunktion Costas_{aux}

FUNCTION Costas_{aux} (n,s:$\mathbb{Z}\times\text{Seq}(\mathbb{Z})$)
  WHERE n$\geq$1 $\wedge$ range(s)$\subseteq${1..n} $\wedge$ nodups(s) $\wedge$ $\forall$j<|s|.nodups(dtrow(s,j))
  RETURNS {p:Seq($\mathbb{Z}$) | perm(p,{1..n}) $\wedge$ s$\sqsubseteq$p $\wedge$ $\forall$j<|p|.nodups(dtrow(p,j))}

$\equiv$ if perm(s,{1..n}) $\wedge$ $\forall$j<|s|.nodups(dtrow(s,j)) then {s} else $\emptyset$
  $\cup \bigcup$ { Costas_{gs}(n,s·i) | i$\in${1..n} $\wedge$ nodups(s·i)
    $\wedge$ $\forall$j<|s·i|.nodups(dtrow(s·i,j)) }

FUNCTION Costas_{aux} (n,s:$\mathbb{Z}\times$Seq($\mathbb{Z}$))
  WHERE n$\geq$1 $\wedge$ range(s)$\subseteq${1..n} $\wedge$ nodups(s) $\wedge$ $\forall$j<|s|.nodups(dtrow(s,j))
  RETURNS {p:Seq($\mathbb{Z}$) | perm(p,{1..n}) $\wedge$ s$\sqsubseteq$p $\wedge$ $\forall$j<|p|.nodups(dtrow(p,j))}

$\equiv$ if {1..n}\range(s)=$\emptyset$ then {s} else $\emptyset$
  $\cup \bigcup$ { Costas_{gs}(n,s·i) | i$\in${1..n}\range(s) $\wedge$ $\forall$j<|s|. $s_{|s\cdot i|-j}$ -i $\notin$ dtrow(s,j) }

Auswertung von Ausdrücken mit Konstanten

- **Symbolische Auswertung zur Entwurfszeit**
  - – Reduktion von Ausdrücken, deren "Wert" bestimmt werden kann
  - – Anwendbar, solange ein konstanter Teilausdruck vorhanden
  - – Formale Technik: Auffalten von Definitionen + Simplifikation
    Je nach Inhalt der Wissensbank auch reine Simplifikation

Beispiel:

$\lvert [x;5] \circ L \rvert$	unfold append
$\mapsto \lvert x\,.\,([5] \circ L) \rvert$	unfold append
$\mapsto \lvert x\,.\,(5\,.\,([] \circ L)) \rvert$	unfold append
$\mapsto \lvert x\,.\,(5\,.\,L) \rvert$	unfold length
$\mapsto 1 + \lvert 5\,.\,L \rvert$	unfold length
$\mapsto 1 + 1 + \lvert L \rvert$	simplify
$\mapsto 2 + \lvert L \rvert$	

- **Benutzerinteraktion:**
  - – Auswahl von auszuwertendem Ausdruck und Optimierungstechnik

Endliche Differenzierung

- **Inkrementelle Berechnung statt ständiger Neuberechnung**
  - Ersetze Teilausdruck $E[x]$ in $f(x)$ durch neue Variable c
  - Initialisiere c mit Ausdruck für Basiswerte
  - Bestimme differentielle Veränderungen bei rekursivem Aufruf
- **Endliche Differenzierung am Beispiel**

FUNCTION $\texttt{Costas}_{aux}$(n,s:$\mathbb{Z}\times$Seq($\mathbb{Z}$)) WHERE ... RETURNS ...

$\equiv$ if {1..n}\range(s)=$\emptyset$ then {s} else $\emptyset$

$\cup \bigcup\{ \texttt{Costas}_{gs}\texttt{(n,s·i)} \mid \texttt{i} \in \texttt{\{1..n\}\range(s)} \wedge \forall \texttt{j<|s|} . \texttt{s}_{|s\cdot i|-j} \texttt{-i} \notin \texttt{dtrow(s,j)}\}$

FUNCTION $\texttt{Costas}_{aux}$(n,s,pool ...) WHERE ... pool = {1..n}\range(s)

$\equiv$ if pool=$\emptyset$ then {s} else $\emptyset$

$\cup \bigcup\{ \texttt{Costas}_{gs}\texttt{(n,s·i,pool\{i})} \mid \texttt{i} \in \texttt{pool} \wedge \forall \texttt{j<|s|} . \texttt{s}_{|s\cdot i|-j} \texttt{-i} \notin \texttt{dtrow(s,j)}\}$

- Benutzer identifiziert {1..n}\range(s) als wiederkehrende Berechnung
- System ändert $\texttt{Costas}_{aux}$(n,s) in $\texttt{Costas}_{aux}$(n,s,pool) und ändert Aufrufe von $\texttt{Costas}_{aux}$ entsprechend
- System ergänzt pool = {1..n}\range(s) zur Eingabebedingung
- System vereinfacht Vorkommen von {1..n}\range(s) zu pool

Endliche Differenzierung – Formalia

- **Abstraktion über Ausdruck $E[x]$ in Funktion $f(x)$**

  FUNCTION $main$... WHERE ... RETURNS ... SUCH THAT... $\equiv$ ....$f(x_0)$....

  FUNCTION $f(x{:}D){:}R$ WHERE $I[x]$ RETURNS y SUCH THAT $O[x,y]$
  $\equiv$ ....$E[x]$....$f(\,t[x]\,)$..

  – Erweitere f zu neuem f', so daß $f(x) = f'(x, E[x])$

  – Ersetze alle Aufrufe der Art $f(\,t[x]\,)$ durch $f'(\,t[x],\, E[t[x]]\,)$

  – Ergänze Gleichung $c{=}E[x]$ zur Eingabebedingung von f'

  FUNCTION $main$... WHERE ... RETURNS ... SUCH THAT... $\equiv$ ....$f'(\,x_0,\, E[x_0]\,)$....

  FUNCTION $f(x, c{:}D{\times}D'){:}R$ WHERE $I[x] \wedge c{=}E[x]$ RETURNS y SUCH THAT $O[x,y]$
  $\equiv$ ....$E[x]$....$f'(\,t[x],\, E[t[x]]\,)$..

- **Simplifikation mit Gleichung $c = E[x]$**

  – Transformiere Ausdrücke der Form $E[\,g[x]\,]$ in die Form $g'[\,E[x]\,]$

  – Ersetze alle Vorkommen von $E[x]$ durch c

- **Benutzerinteraktion:**

  – Auswahl des zu ersetzenden Teilausdrucks $E[x]$ in $f(x)$

Endliche Differenzierung von $\texttt{Costas}_{aux}$

$$\texttt{FUNCTION Costas}_{aux}\ \texttt{(n,s:}\mathbb{Z}\times\texttt{Seq(}\mathbb{Z}\texttt{))}$$
$$\texttt{WHERE n}\geq\texttt{1} \wedge \texttt{range(s)}\subseteq\texttt{\{1..n\}} \wedge \texttt{nodups(s)} \wedge \forall\texttt{j<|s|.nodups(dtrow(s,j))}$$
$$\texttt{RETURNS \{p:Seq(}\mathbb{Z}\texttt{)} \mid \texttt{perm(p,\{1..n\})} \wedge \texttt{s}\sqsubseteq\texttt{p} \wedge \forall\texttt{j<|p|.nodups(dtrow(p,j))\}}$$
$$\equiv \quad \texttt{if \{1..n\}\textbackslash range(s)=}\emptyset\ \texttt{then \{s\} else }\emptyset$$
$$\cup \bigcup\{\texttt{Costas}_{gs}\texttt{(n,s·i)} \mid \texttt{i}\in\texttt{\{1..n\}\textbackslash range(s)} \wedge \forall\texttt{j<|s|.s}_{|s\cdot i|-j}\texttt{-i}\notin\texttt{dtrow(s,j)}\}$$

$$\texttt{FUNCTION Costas}_{aux}\texttt{(n,s,pool,ssize:}\mathbb{Z}\times\texttt{Seq(}\mathbb{Z}\texttt{)}\times\texttt{Set(}\mathbb{Z}\texttt{)}\times\mathbb{Z}\texttt{)}$$
$$\texttt{WHERE n}\geq\texttt{1} \wedge \texttt{range(s)}\subseteq\texttt{\{1..n\}} \wedge \texttt{nodups(s)} \wedge \forall\texttt{j<|s|.nodups(dtrow(s,j))}$$
$$\wedge\ \texttt{pool = \{1..n\}\textbackslash range(s)} \wedge \texttt{ssize=|s|}$$
$$\texttt{RETURNS \{p:Seq(}\mathbb{Z}\texttt{)} \mid \texttt{perm(p,\{1..n\})} \wedge \texttt{s}\sqsubseteq\texttt{p} \wedge \forall\texttt{j<|p|.nodups(dtrow(p,j))\}}$$
$$\equiv \quad \texttt{if pool=}\emptyset\ \texttt{then \{s\} else }\emptyset$$
$$\cup \bigcup\{\texttt{Costas}_{gs}\texttt{(n,s·i,pool\textbackslash\{i\},ssize+1)} \mid \texttt{i}\in\texttt{pool} \wedge \forall\texttt{j<ssize.s}_{\texttt{ssize+1-j}}\texttt{-i}\notin\texttt{dtrow(s,j)}\}$$

Modifizierter Aufruf aus Hauptfunktion

$$\texttt{FUNCTION Costas (n:}\mathbb{Z}\texttt{) WHERE n}\geq\texttt{1}$$
$$\texttt{RETURNS \{p:Seq(}\mathbb{Z}\texttt{)} \mid \texttt{perm(p,\{1..n\})} \wedge \forall\texttt{j<|p|.nodups(dtrow(p,j))\}}$$
$$\equiv\ \texttt{Costas}_{gs}\texttt{(n,[],\{1..n\},0)}$$

Fallanalyse

- **Separate Analyse von Einzelfällen**
  - Auswertung von Tests aus anderen Programmteilen
  - Zweck: globale Vereinfachung durch lokale Einzelanalyse
  - Formal: Erzeugung eines Kontexts + CD-Simplifikation
- **Kontexterzeugung mit Prädikat P**
  - Ersetze Ausdruck $E[x]$ durch `if` $P[x]$ `then` $E[x]$ `else` $E[x]$
  - Vereinfache $E[x]$ in den entsprechenden Kontexten $P[x]$ und $\neg P[x]$
  - Distributiere `if` $P[x]$ `then...else...` über Ausdrücke außerhalb von $E[x]$
- **Benutzerinteraktion:**
  - Auswahl des zu ersetzenden Teilausdrucks $E[x]$
  - Auswahl des Prädikats $P[x]$
  - Auslösung der nachfolgenden Simplifikationen

Fallanalyse in $\texttt{Costas}_{aux}$

$$\texttt{FUNCTION Costas}_{aux}\texttt{(n,s,pool,ssize:}\mathbb{Z}\times\texttt{Seq(}\mathbb{Z}\texttt{)}\times\texttt{Set(}\mathbb{Z}\texttt{)}\times\mathbb{Z}\texttt{)}$$

$$\texttt{WHERE n}\geq\texttt{1} \wedge \texttt{range(s)}\subseteq\texttt{\{1..n\}} \wedge \texttt{nodups(s)} \wedge \forall\texttt{j<|s|.nodups(dtrow(s,j))}$$
$$\wedge\ \texttt{pool = \{1..n\}\textbackslash range(s)} \wedge \texttt{ssize=|s|}$$

$$\texttt{RETURNS \{p:Seq(}\mathbb{Z}\texttt{) | perm(p,\{1..n\})} \wedge\ \texttt{s}\sqsubseteq\texttt{p} \wedge\ \forall\texttt{j<|p|.nodups(dtrow(p,j))\}}$$

$$\equiv \quad \texttt{if pool=}\emptyset\ \texttt{then \{s\} else } \emptyset$$
$$\cup \bigcup\{\ \texttt{Costas}_{gs}\texttt{(n,s·i,pool\textbackslash\{i\},ssize+1) | i}\in\texttt{pool}$$
$$\wedge\ \forall\texttt{j<ssize.}\ \texttt{s}_{\texttt{ssize+1−j}}\texttt{ -i} \notin \texttt{dtrow(s,j)}\}$$

$$\texttt{FUNCTION Costas}_{aux}\texttt{(n,s,pool,ssize:}\mathbb{Z}\times\texttt{Seq(}\mathbb{Z}\texttt{)}\times\texttt{Set(}\mathbb{Z}\texttt{)}\times\mathbb{Z}\texttt{)}$$

$$\texttt{WHERE n}\geq\texttt{1} \wedge \texttt{range(s)}\subseteq\texttt{\{1..n\}} \wedge \texttt{nodups(s)} \wedge \forall\texttt{j<|s|.nodups(dtrow(s,j))}$$
$$\wedge\ \texttt{pool = \{1..n\}\textbackslash range(s)} \wedge \texttt{ssize=|s|}$$

$$\texttt{RETURNS \{p:Seq(}\mathbb{Z}\texttt{) | perm(p,\{1..n\})} \wedge\ \texttt{s}\sqsubseteq\texttt{p} \wedge\ \forall\texttt{j<|p|.nodups(dtrow(p,j))\}}$$

$$\equiv \quad \texttt{if pool=}\emptyset\ \texttt{then \{s\}}$$
$$\texttt{else} \bigcup\{\ \texttt{Costas}_{gs}\texttt{(n,s·i,pool\textbackslash\{i\},ssize+1) | i}\in\texttt{pool}$$
$$\wedge\ \forall\texttt{j<ssize.}\ \texttt{s}_{\texttt{ssize+1−j}}\texttt{ -i} \notin \texttt{dtrow(s,j)}\}$$

Datentypverfeinerung

Ersetze abstrakte Datentypen
durch effiziente konkrete Implementierung

- **Endliche Mengen**
  - Listen: Standardimplementierung
  - Bitvektor: Mengen über endlichem Domain
  - Charakteristische Funktion: effiziente Elementrelation/Einfügen/Löschen
- **Folgen**
  - Verkettete Liste: Standardimplementierung
  - Umgekehrt verkettete Liste: gut für append-Operation ·
- **Benutzerinteraktion:**
  - System stellt Auswahl von Implementierungen bereit
  - Benutzer wählt Nichtstandard-Implementierung einzeln für jede Variable
  - System ersetzt abstrakte Notation durch konkrete Implementierung und fügt ggf. Konversionen ein

Datentypverfeinerung für $\texttt{Costas}_{aux}$

$$\texttt{FUNCTION Costas}_{aux}\texttt{(n,s,pool,ssize:}\mathbb{Z}\times\texttt{Seq(}\mathbb{Z}\texttt{)}\times\texttt{Set(}\mathbb{Z}\texttt{)}\times\mathbb{Z}\texttt{)}$$

$$\texttt{WHERE n}\geq\texttt{1} \wedge \texttt{range(s)}\subseteq\{\texttt{1..n}\} \wedge \texttt{nodups(s)} \wedge \forall\texttt{j<|s|.nodups(dtrow(s,j))}$$

$$\wedge\ \texttt{pool} = \{\texttt{1..n}\}\setminus\texttt{range(s)} \wedge \texttt{ssize=|s|}$$

$$\texttt{RETURNS } \{\texttt{p:Seq(}\mathbb{Z}\texttt{)} \mid \texttt{perm(p,}\{\texttt{1..n}\}\texttt{)} \wedge \texttt{s}\sqsubseteq\texttt{p} \wedge \forall\texttt{j<|p|.nodups(dtrow(p,j))}\}$$

$$\equiv \quad \texttt{if pool=}\emptyset\ \texttt{then } \{\texttt{s}\}$$

$$\texttt{else } \bigcup\{\texttt{Costas}_{gs}\texttt{(n,s}\cdot\texttt{i,pool}\setminus\{\texttt{i}\}\texttt{,ssize+1)} \mid \texttt{i}\in\texttt{pool}$$

$$\wedge\ \forall\texttt{j<ssize.}\ \texttt{s}_{\texttt{ssize+1}-\texttt{j}}\texttt{-i} \notin \texttt{dtrow(s,j)}\}$$

$\texttt{n}: \mathbb{Z}$ $\mapsto$ Standardimplementierung positiver ganzen Zahlen

$\texttt{s}: \texttt{Seq}(\mathbb{Z})$, Elemente werden hinten angehängt $\mapsto$ umgekehrt verkettete Liste

$\texttt{pool}: \texttt{Set}(\mathbb{Z})$: Elemente werden aus fester Menge entnommen $\mapsto$ Bitvektor

$\texttt{ssize}: \mathbb{Z}$ $\mapsto$ Standardimplementierung positiver ganzen Zahlen

Formale Optimierungen im Rückblick

- **Schematische Algorithmen müssen optimiert werden**
  - Synthese erzeugt Algorithmus durch Einsetzen von Parametern
    Algorithmus ist garantiert korrekt, aber oft voller Redundanzen
  - Benutzer erkennen Optimierungsmöglichkeiten oft unmittelbar
- **Korrektheit von Optimierungen muß gesichert sein**
  - Optimierung "von Hand" stellt Korrektheitsgarantie in Frage
  - Optimierung muß genauso formal sein wie ursprüngliche Synthese
- **Es gibt viele Arten von Optimierungsmöglichkeiten**
  - Logische Vereinfachung mit und ohne Kontext, Fallanalyse
  - Partielle Auswertung in Anwesenheit von Konstanten
  - Endliche Differenzierung ersetzt Schleifen durch neue Parameter
  - Datentyp-Verfeinerung bestimmt Implementierungsstrukturen

  Alle Optimierungsarten basieren auf formal-logischen Inferenzen
- **Ausführung analog zum interaktiven Beweisern**
  - Benutzer wählt Art und Stelle der Optimierungsschritte
  - System garantiert Korrektheit aller ausgeführten Optimierungen