

Inferenzmethoden

Teil II

Deduktionsverfahren

Automatische Suche nach Beweisen



Inferenzmethoden

Einheit 4

Die Konnektionsmethode: Systematische Pfadüberprüfung

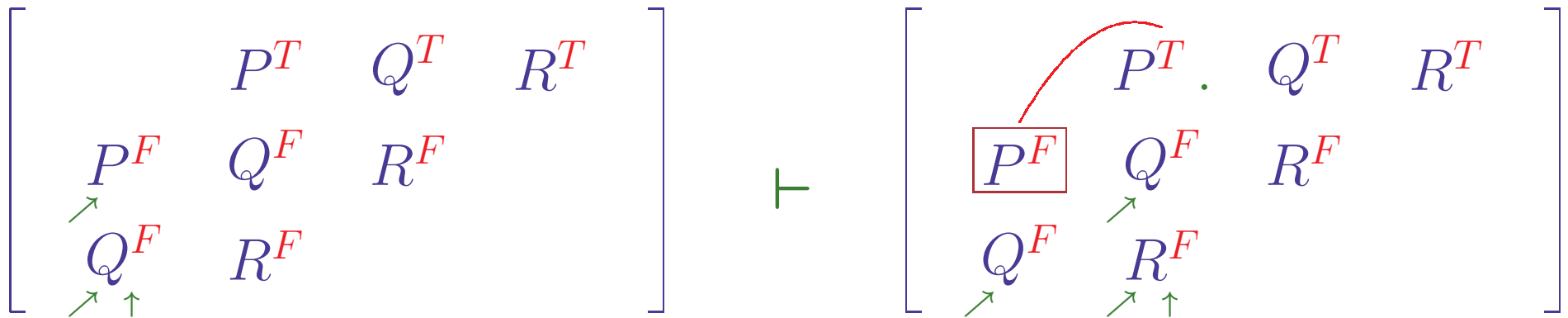


1. Einzelschritte der Methode
2. Eigenschaften
3. Strategische Hinweise

Suche komplementäre Konnektionen in allen Pfaden

- **Zentrale Aufgabe: Überprüfung aller Pfade**
 - Explizite Überprüfung ist meist exponentiell: $\mathcal{O}(2^n)$ Pfade für n Klauseln
- **Beobachtung: Untersuchung von Teilpfaden reicht**
 - Wird eine Konnektion gefunden, sind alle Pfade komplementär, die diesen Teilpfad fortsetzen. Sie brauchen nicht weiter untersucht zu werden.
- **Grundidee: Eliminiere Mengen von Pfaden**
 - Orientiere Überprüfung an Konnektionen $\mathcal{O}(m^2)$ für m Literale
 - Eliminiere Pfade durch Literal L , die eine Konnektion mit L enthalten.
Untersuche systematisch die restlichen Pfade durch L
- **Basisstrategie: Extensionsverfahren (Tiefensuche)**
 - Kennzeichne abgeschlossene (komplementäre) Teilpfade
 - Verfolge den nächsten noch offenen Teilpfad
Extension des Pfades bei konnektionenorientiertem Vorgehen
 - Markiere Teilpfade, die später noch zu betrachten sind

EXTENSIONSSCHRITT “ \vdash ”



\uparrow markiert **aktuelle Klausel**

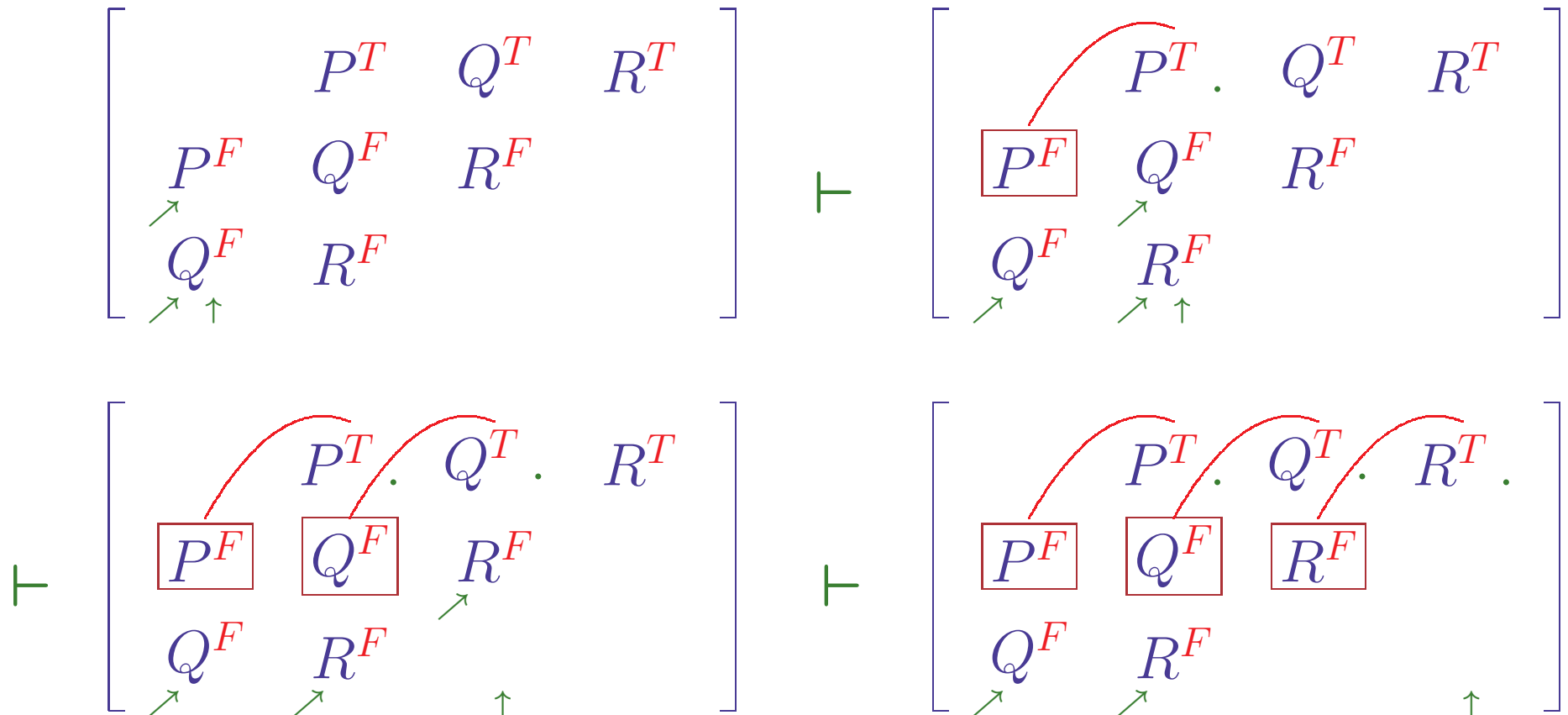
\nearrow markiert Startliterale der noch offenen Teilpfade

\boxed{P} markiert Literale des **aktuellen Pfades**

\cdot markiert abgeschlossene Teilpfade

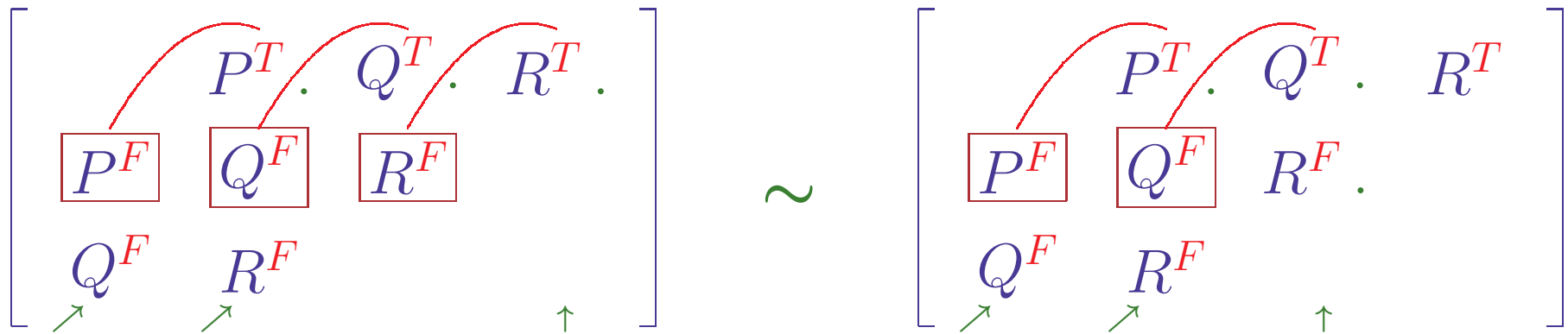
1. Wähle ein mit \nearrow markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze \nearrow durch Box \boxed{L} ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Markiere konnektiertes Literal mit \cdot
4. Markiere andere Literale der konnektierten Klausel mit \nearrow
5. Verschiebe \uparrow auf die konnektierte Klausel

EXTENSIONSVERFAHREN ILLUSTRIERT



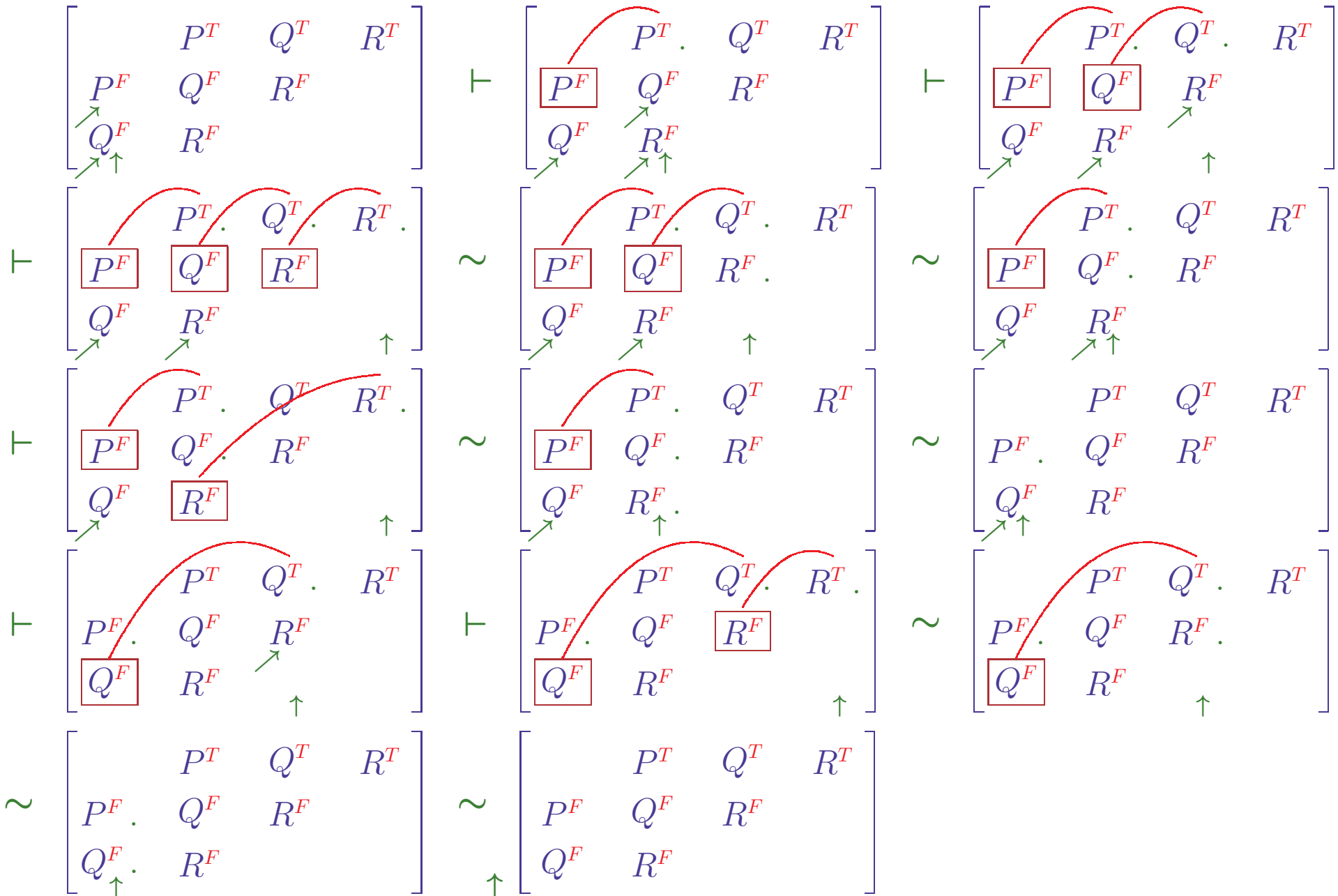
Kein weiterer Extensionsschritt möglich

BEREINIGUNGSSCHRITT “ \sim ”



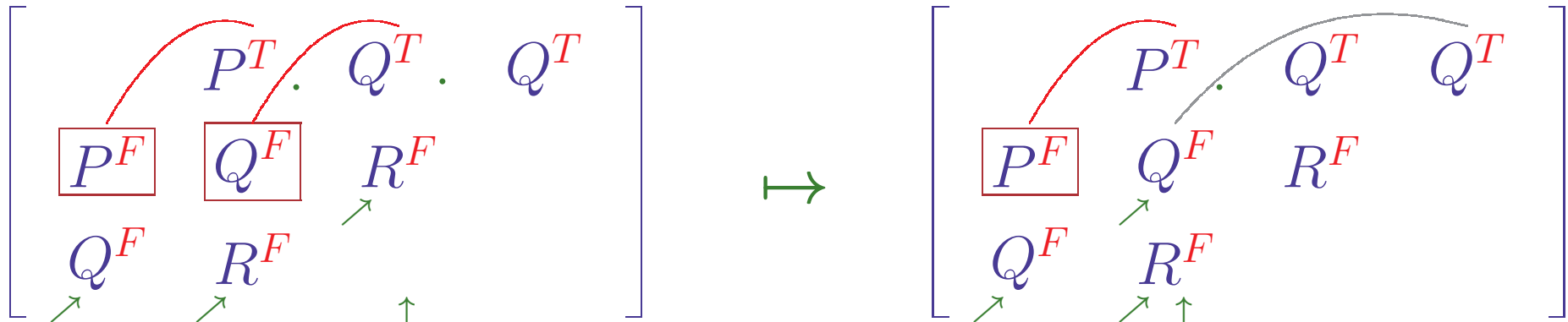
- **Keine Extension mehr möglich**
 - Keine Literale der aktuellen Klausel mit ↗ markiert
 - **Alle Alternativen des aktuellen Pfades sind überprüft**
- **Markiere aktuellen Pfad als abgeschlossen**
 1. Entferne Punktmarkierungen der aktuellen Klausel
 2. Setze ↑ zurück auf letzte Klausel des aktuellen Pfades
 3. Ersetze Markierung \boxed{L} durch \cdot
- **Setze Verfahren fort**
 - Weitere Extensions- oder Bereinigungsschritte

BEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



RÜCKSETZUNG (BACKTRACKING) “ $\dashv\rightarrow$ ”

Extension und Bereinigung alleine reicht nicht



- **Keine Extension mehr möglich**

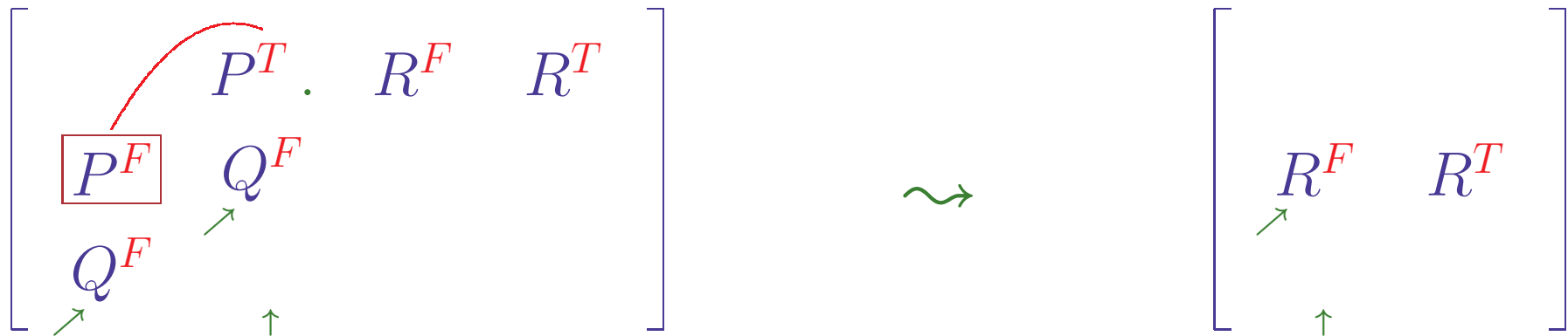
- Alternativenmenge nicht leer
- **Eine andere Alternative muß verfolgt werden**

- **Mache vorhergehende Extensionen rückgängig**

1. Gehe zurück zu Literal des aktuellen Pfades mit alternativen Konnektionen
2. Stelle die damalige Konfiguration wieder
3. Streiche die zuletzt betrachtete Konnektion aus der Alternativenmenge

SEPARATION “ \rightsquigarrow ”

Wenn die falsche Startklausel gewählt wurde ...



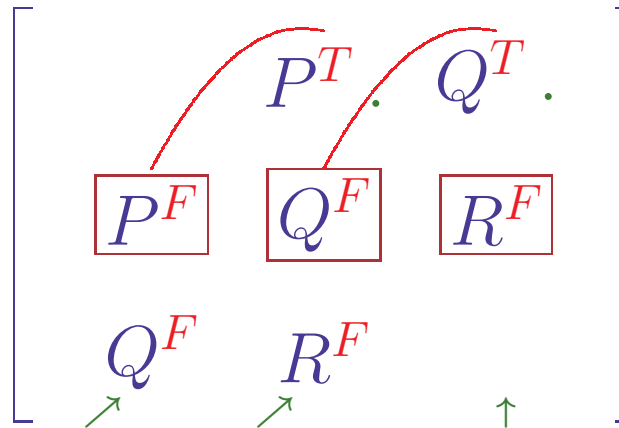
- **Keine Extension mehr möglich**

- Alternativenmenge leer
- Noch unbetrachtete Klauseln vorhanden
- **Gültigkeit hängt nur von verbleibenden Klauseln ab**

- **Untersuche nur die anderen Klauseln**

1. Entferne alle Klauseln mit Literalen des aktuellen Pfades
2. Starte Extensionsverfahren erneut auf reduzierter Matrix

GEGENBEISPIELE



- **Keine Extension mehr möglich**
 - Alternativenmenge leer
 - Keine unbetrachteten Klauseln vorhanden
- **Extensionsbeweis schlägt fehl**
 - Der Pfad $\{P^F, Q^F, R^F\}$ kann nicht abgeschlossen werden
 - Matrix bzw. Eingabeformel sind nicht allgemeingültig
- **Pfad liefert Gegenbeispiel für Gültigkeit der Matrix**
 - Interpretiere Literale auf dem Pfad (P , Q und R) mit falsch
 - Liefert Belegung, die $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R$ widerlegt

KONNEKTIONSMETHODE – EINFACHE VERSION

1. Wähle rein positive Klausel als Startklausel und markiere sie mit \uparrow
Jede gültige Matrix hat mindestens eine rein negative und eine rein positive Klausel
2. Markiere alle Literale der aktuellen Klausel mit \nearrow
3. Wende Extensions- Bereinigungs-, Rücksetzungs- und Separations-
schritte an, so lange dies möglich ist
4. Sind alle Literale der Startklausel betrachtet, so ist die Formel gültig
Andernfalls ist sie nicht gültig, wenn alle Klauseln betrachtet wurden

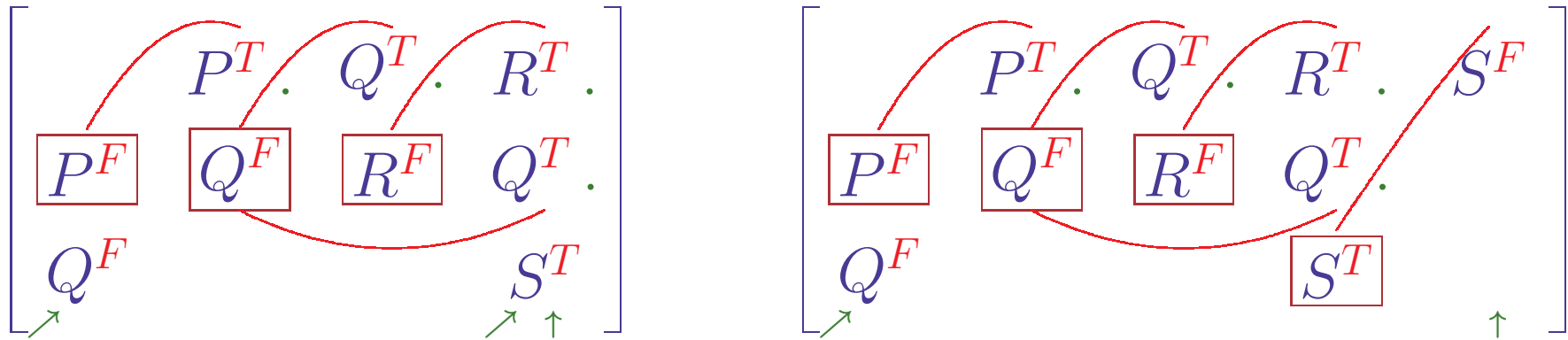
5. Methode ist **korrekt und vollständig für Hornformeln**

6. Konnektionsmethode ist ein **Kalkül**, keine Strategie

7. Strategisch zu wählende **Steuerungsparameter**

- Wahl der **Startklausel** – sollte **Zielklausel** (Behauptung) sein
- **Anordnung der Literale** in einer Klausel
- **Wahl der Konnektion** bei mehreren Alternativen

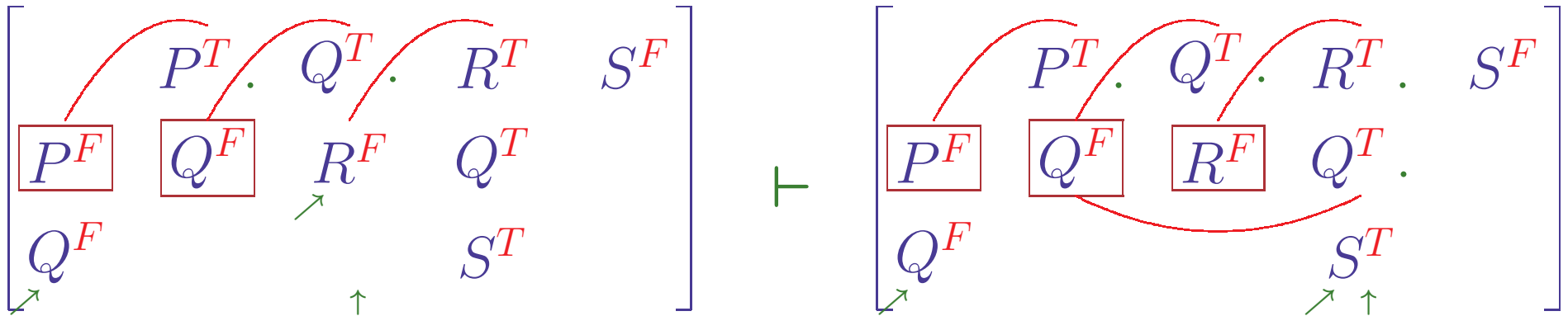
WENN KEINE HORN-MATRIX VORLIEGT ...



- **Keine normale Extension mehr möglich**
 - Konnektion zurück nach Q^F ergäbe zyklischen aktuellen Pfad
- **Pfad P^F Q^F darf nicht abgeschlossen werden**
 - Pfade durch P^F Q^F R^F S^T sind nicht komplementär
 - Matrix ist nicht gültig
- **Q^T muß als abgeschlossen markiert werden**
 - Pfade durch P^F Q^F R^F Q^T sind komplementär
 - Rechte Matrix ist gültig

Extensionsschritt muß verallgemeinert werden

ALLGEMEINER EXTENSIONSSCHRITT “ \vdash ”



\uparrow markiert **aktuelle Klausel**

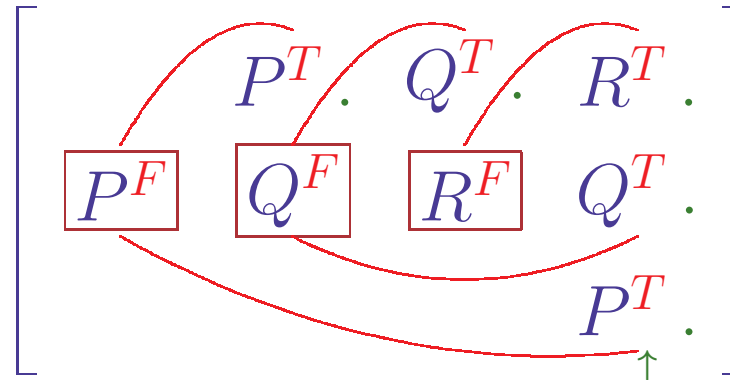
\boxed{P} markiert Literale des **aktuellen Pfades**

\nearrow markiert Startliterale der noch offenen Teilpfade

\cdot markiert abgeschlossene Teilpfade

1. Wähle ein mit \nearrow markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze \nearrow durch Box \boxed{L} ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Markiere **alle** Literale der konnektierten Klausel, die
mit einem Literal des aktuellen Pfades konnektiert sind, mit \cdot
4. Markiere andere Literale der konnektierten Klausel mit \nearrow
5. Verschiebe \uparrow auf die konnektierte Klausel

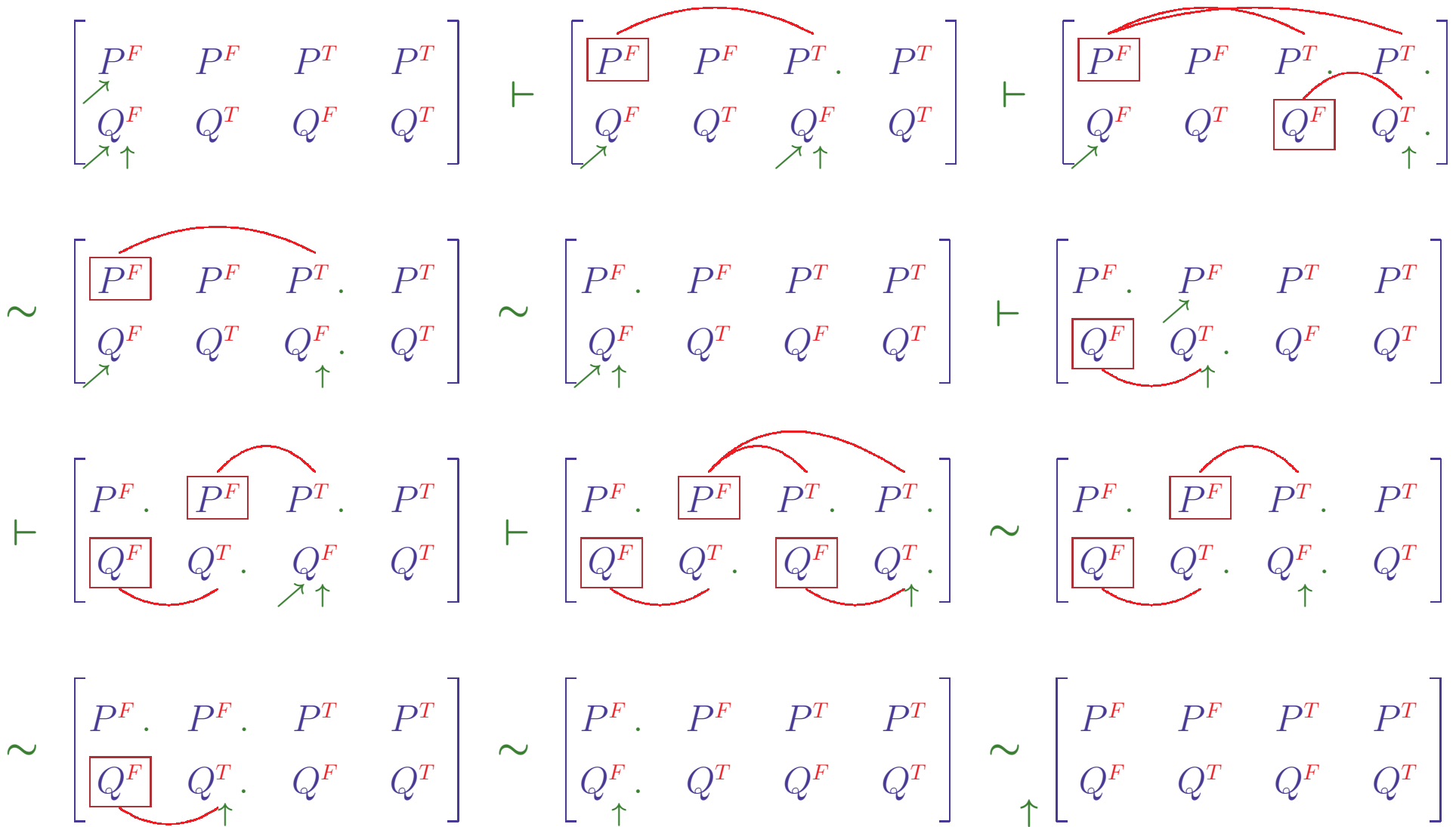
ALLGEMEINER EXTENSIONSSCHRITT – ILLUSTRIERT



1. Wahl des neuen Literals R^F
Markiere R^T als geschlossen
2. Konnectiere mit Q^F
3. Konnectiere mit P^F

Komplexität linear in Länge des aktuellen Pfades

BEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee P \wedge \neg Q \vee \neg P \wedge Q \vee \neg P \wedge \neg Q$



BEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \vee \neg Q \wedge R \vee \neg P \wedge \neg Q \vee P$

