

# Inferenzmethoden

Prof. Chr. Kreitz

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Wintersemester 2010/11

Blatt 5 — Abgabetermin: (8. Februar 2011)

## Aufgabe 5.1 (Modallogik)

1. Die Erreichbarkeitsrelation  $R$  einer Modallogik ist *seriell*, wenn es zu jeder Welt  $w_1$  eine Welt  $w_2$  mit  $w_1 R w_2$  gibt. Zeigen Sie, daß für serielle Erreichbarkeitsrelationen das Axiom  $\neg \Box \Box \text{ff}$  gilt.
2. Zeigen Sie, daß in einer Modallogik mit einer transitiven Erreichbarkeitsrelation das Axiom der positiven Introspektion  $\Box A \Rightarrow \Box \Box A$  gilt.

## Aufgabe 5.2 (Gleichheitskonnektionen)

Es sei  $\circ$  eine zweistellige Funktion. Repräsentieren Sie die folgenden Formeln als Matrix und beweisen Sie diese mit Hilfe des Extensionsverfahrens (a) unter Hinzunahme benötigter Gleichheitsaxiome bzw. (b) unter Verwendung von Gleichheitskonnektionen.

$$(\forall x Px \vee Qx) \wedge \neg Pa \wedge a \doteq b \Rightarrow Qb \quad (1)$$

$$Pa \wedge a \doteq fb \wedge (\forall x Px \Rightarrow Pfx) \Rightarrow Pfffb \quad (2)$$

$$f(a, b) \doteq c \wedge (\forall xy f(x, y) \doteq f(y, x)) \wedge (\forall z f(c, z) \doteq b) \Rightarrow f(a, f(b, a)) \doteq b \quad (3)$$

$$(\forall xyz x \circ y \doteq y \circ x \wedge z \circ e_1 \doteq z \wedge z \circ e_2 \doteq z) \Rightarrow e_1 \doteq e_2 \quad (4)$$

## Aufgabe 5.3 (Induktion)

Die folgende Formel  $G$  formalisiert die Aussage, daß jede natürliche Zahl gerade oder ungerade ist:

$$G =_{df} [ \text{even}(0) \wedge \forall x(\text{even}(x) \Rightarrow \text{odd}(x')) \\ \wedge \forall x(\text{even}(x) \Rightarrow \text{even}(x'')) \wedge \forall x(\text{odd}(x) \Rightarrow \text{odd}(x'')) \\ ] \Rightarrow \forall x(\text{even}(x) \vee \text{odd}(x))$$

Dabei realisiert  $'$  die Nachfolgerfunktion. Weiterhin soll ein erweitertes Induktionsschema mit zwei Basisfällen  $P[0/x] \wedge P[0'/x] \wedge \forall y(P[y/x] \Rightarrow P[y''/x]) \Rightarrow \forall x P$  (ohne die Vorbedingung, daß es sich immer um natürliche Zahlen handeln muß) verwendet werden. Geben Sie eine geeignete Instantiierung des Induktionsschemas an und führen Sie mit deren Hilfe einen Konnektionsbeweis der Formel  $G$  aus. Dabei sollte  $P$  nicht mit  $G$  instantiiert werden.

## Aufgabe 5.4 (Theoriekonnektionen mit Rewriting)

Beweisen Sie die folgende Matrix mit Hilfe des Extensionsverfahrens. Hierbei sei in dem zu verwendenden Unifikationsalgorithmus die Gruppentheorie mit Hilfe von *lazy narrowing* eingebaut. Geben Sie bei der Darstellung ihrer Lösung die Theoriekonnektionen und die zugehörigen Substitutionen an. In den Fällen, in denen zur Unifikation *lazy narrowing* eingesetzt wird, sind die benötigten Schritte aufzuführen. Verwenden Sie die in der Vorlesung angegebenen Reduktionsregeln für die Gruppentheorie.

$$\left[ \begin{array}{cccc} P(u, v, b)^T & P(\overline{(a \cdot b)} \cdot ((a \cdot b) \cdot c), b, b)^F & Q(w, x, y)^F & R(z \cdot (\bar{c} \cdot c), z \cdot (\bar{z} \cdot b))^F \\ Q(f(u), u, v)^T & & R(x, y)^T & \end{array} \right]$$

**Aufgabe 5.5** (Vervollständigung von Termersetzungssystemen)

Wandeln Sie das folgende Gleichungssystem in ein Termersetzungssystem um. Wenden Sie auf dieses Termersetzungssystem das Knuth-Bendix-Verfahren solange an, bis Sie ein vollständiges Regelsystem erhalten haben (oder bis Sie mehr als sechs neue Reduktionsregeln erzeugt haben).

$$\begin{aligned} \emptyset &= x \cup x \\ x \cup (x \cap y) &= y \\ x &= (x \odot y) \cup y \\ y &= x \cap (x \cup y) \\ (x \cup y) \odot y &= x \end{aligned}$$

**Aufgabe 5.6** (Rückblick)

Die folgenden Aufgabe sind vorgesehen als Kontrollfragen zur Überprüfung des eigenen Kenntnisstandes. Sie entsprechen in ihrer Thematik dem Spektrum einer mündlichen Prüfung. Die Antworten sind größtenteils auf den Folien zu finden, allerdings nur selten an auffälliger Stelle. Versuchen sie, diese zunächst ohne Ihre Unterlagen zu beantworten.

1. Nennen Sie die drei Grundbestandteile eines formalen Kalküls.
2. Wodurch wird in der Prädikatenlogik den Zusammenhang zwischen einer Formel und ihrer Bedeutung hergestellt?
3. Wann ist eine logische Formel gültig, erfüllbar oder widerlegbar?
4. Erklären Sie den Unterschied zwischen Korrektheit und Vollständigkeit eines Kalküls für die Prädikatenlogik.
5. Was unterscheidet synthetische und analytische Kalküle?
6. Beweisen Sie die Formel  $A \wedge B \Rightarrow B \wedge A$  mithilfe der Refinement Logic.
7. Erklären Sie die Arbeitsweise des Tableauxkalküls (grundsätzliche Methodik, Regeln, Abschlußbedingung – am besten anhand eines Beispiels).
8. Wie würden Sie die Korrektheit des Tableauxkalküls beweisen?
9. Wie würden Sie die Vollständigkeit des Tableauxkalküls beweisen?
10. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Tableauxbeweisen und Sequenzenbeweisen?
11. Beweisen Sie die Formel  $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow P \Rightarrow P$  mit dem Sequenzenkalkül (Refinement Logic), Tableauxverfahren, Extensionsverfahren, Resolution und dem Davis-Putnam Verfahren.
12. Erklären Sie die Matrixcharakterisierung für logische Gültigkeit. Was ist ein Pfad, Komplementarität, Multiplizität, induzierte Reduktionsordnung? Illustrieren Sie diese Konzepte anhand eines einfachen Beispiels.
13. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Matrixbeweisen und Tableauxbeweisen?
14. Wie kann die Matrixcharakterisierung für logische Gültigkeit mit verhältnismäßig geringen Aufwand bewiesen werden?
15. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen einer zweidimensionalen Matrix und einem Formelbaum.
16. Erklären Sie Vor- und Nachteile von Normalformen bei der Beweisführung
17. Erklären Sie die grundsätzliche Vorgehensweise eines (beliebigen) Matrixbeweisers von der Eingabe der Formel bis zum fertigen Beweis.
18. Erklären Sie das Extensionsverfahren (Extensions-, Bereinigungs-, Rücksetzungs-, Separationsschritt, Verfahren) für Hornlogik, allgemeine Aussagenlogik und Prädikatenlogik.

19. Warum hat jede gültige (Normalform)-Matrix immer eine rein negative und eine rein positive Klausel?
20. Wie kann man das Extensionsverfahren zur Erzeugung von Gegenbeispielen für ungültige Formeln verwenden?
21. Was ist ein allgemeinsten Unifikator?
22. Welche Verfahren gibt es zur Unifikation von Termen? Beschreiben Sie beide.
23. Wodurch erreicht das Verfahren von Martelli-Montanari fast-lineare Komplexität?
24. Welchen Zweck hat der Occurs-Check und wie wirkt sich dieser auf die Komplexität der Verfahren aus?
25. Unifizieren Sie  $f(gxy, hab)$  mit  $f(gya, hxz)$  mit beiden Unifikationsverfahren.
26. Welche Komplexität haben die Unifikationsverfahren im Mittel über alle Schritte einer formalen Beweissuche? Begründen Sie Ihre Aussage.
27. Beschreiben Sie wichtigsten Reduktionstechniken für Normalformmatrizen.
28. Beschreiben Sie ein lineares Beweisverfahren für Hornklauseln, das nur auf Reduktionen aufbaut.
29. Beschreiben und illustrieren Sie das Verfahren von Davis & Putnam.
30. Was ist `lean` theorem proving? Welche Vorteile hat dieser Ansatz gegenüber anderen Implementierungen von Theorembeweisern?
31. Was ändert sich am Extensionsverfahren, wenn Nichtnormalformmatrizen verwendet werden. Illustrieren Sie die Arbeitsweise des Verfahrens an einem Beispiel und erklären Sie die vorkommenden Konzepte.
32. Welches fundamentale Gesetz der klassischen Logik ist intuitionistisch nicht allgemeingültig? Warum?
33. Welche Erweiterungen sind nötig, um das Extensionsverfahren auf konstruktive Logik anwendbar zu machen? Erklären Sie die neu vorkommenden Konzepte.
34. Illustrieren Sie den Unterschied zwischen klassischer und konstruktiver Logik anhand der zugehörigen klassischen und intuitionistischen Matrixbeweise für  $P \Rightarrow P$  und  $\neg P \vee P$ .
35. Unifizieren Sie die Präfix-Strings  $aBCdEf$  und  $agHiJ$  informal und mit dem Unifikationsalgorithmus.
36. Wodurch unterscheiden sich Modallogiken von der klassischen Logik?
37. Erklären und illustrieren Sie die Semantik von Modallogiken.
38. Was unterscheidet die Modallogiken K,D,T,S4 und S5?
39. Welche Erweiterungen sind nötig, um das Extensionsverfahren auf Modallogiken anwendbar zu machen?
40. Auf welche Arten kann man Gleichheit in Beweisverfahren behandeln?
41. Auf welche Arten kann man Induktion in Beweisverfahren behandeln?
42. Was ist Rewriting und Narrowing?
43. Was ist Konfluenz und starke Normalisierbarkeit bei Termersetzungssystemen?
44. Wie kann man ein Regelsystem so vervollständigen, daß es eine Menge von Gleichungen vollständig repräsentiert?
45. Wie kann man Termersetzung in Beweisverfahren integrieren?

### Lösung 5.0

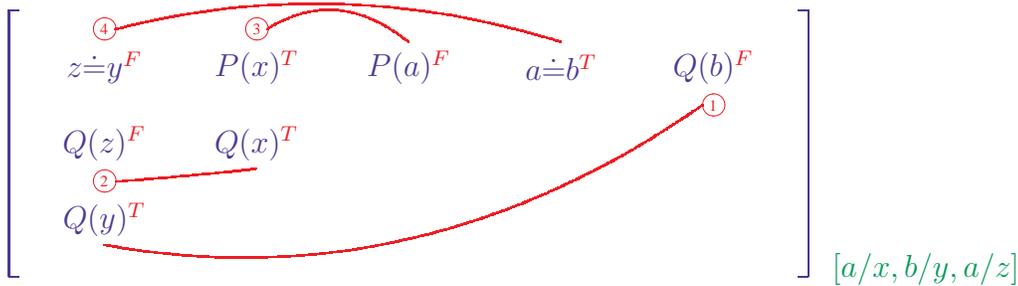
Wegen des großen Aufwands, Lösungen in  $\text{\LaTeX}$  zu erstellen, gibt es zu manchen Aufgaben bisher nur handschriftliche Lösungen, die in den Übungsstunden vorgeführt wurden. Die hier angegebenen Lösungen sind vorläufig noch unvollständig.

### Lösung 5.1

1. In allen erreichbaren Welten gilt  $\top$ , d.h. gibt es erreichbare Welten, dann gilt  $\Box\top$ . Daraus kann man folgern, daß  $\top$  gilt. Würde andererseits  $\Box\text{ff}$  gelten, könnte man genauso  $\perp$  folgern, was zu einem Widerspruch führt. Deshalb gilt  $\neg\Box\text{ff}$ .
2. Wir setzen  $\Box A$  in  $w_0$  voraus und nehmen an, daß  $\Box\Box A$  in  $w_0$  *nicht* gilt (bei gegebener Transitivität von  $R$ ). Aus der Semantik möglicher Welten folgt dann, daß es eine zugängliche Welt gibt, in der  $\Box A$  nicht wahr ist. Nennen wir diese Welt  $w^*$ . Wegen der Semantik möglicher Welten muß es daher eine aus  $w^*$  zugängliche Welt  $w'$  geben, in der  $A$  nicht wahr ist. Wenn  $R$  aber transitiv ist, so ist  $w'$  aus  $w_0$  zugänglich, und weil  $A$  in  $w'$  nicht wahr ist, kann  $\Box A$  auch in  $w_0$  nicht wahr sein. Das entspricht aber nicht der Voraussetzung, und  $\Box A \Rightarrow \Box\Box A$  ist bewiesen.

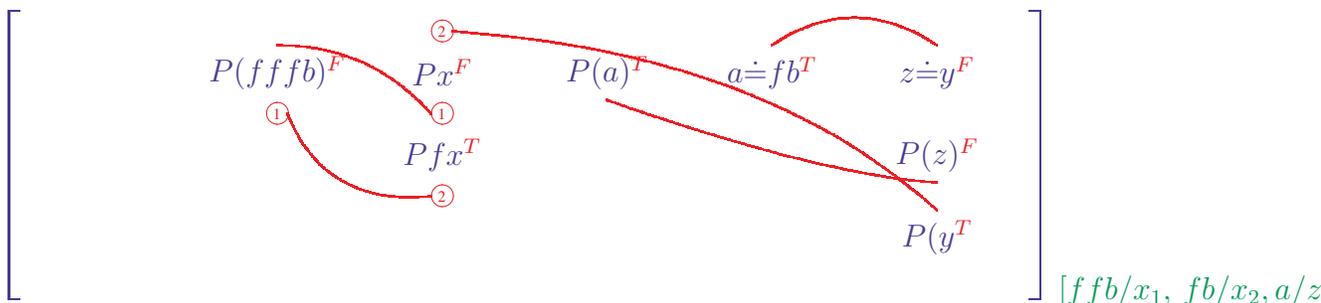
### Lösung 5.2

5.2-a 1. Benötigtes Axiom:  $z \doteq y \Rightarrow (Q(z) \Rightarrow Q(y))$



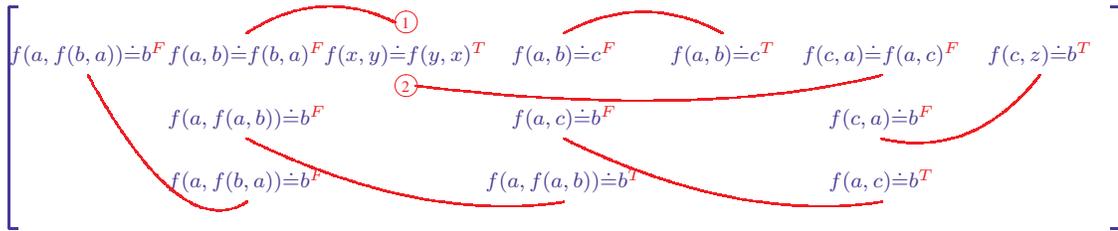
Es bringt wenig, das Axiom  $z \doteq y \Rightarrow (P(z) \Rightarrow P(y))$  zu verwenden, da der Beweis dann ohne die Symmetrie der Gleichheit nicht weiterkäme

2. Benötigtes Axiom:  $z \doteq y \Rightarrow [P(z) \Rightarrow P(y)]$



3. Benötigte Axiome:

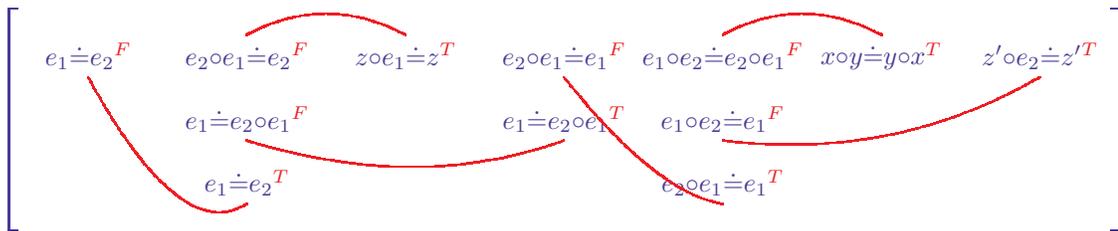
$$\begin{aligned}
 f(a, b) \doteq f(b, a) &\Rightarrow (f(a, f(a, b)) \doteq b \Rightarrow f(a, f(b, a)) \doteq b) \\
 f(a, b) \doteq c &\Rightarrow (f(a, c) \doteq b \Rightarrow f(a, f(a, b)) \doteq b) \\
 f(c, a) \doteq f(a, c) &\Rightarrow (f(c, a) \doteq b \Rightarrow f(a, c) \doteq b)
 \end{aligned}$$



$[a/x_1, b/y_1, c/x_2, a/y_2, a/z]$

4. Benötigte Axiome:

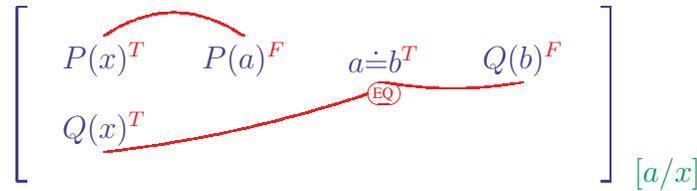
- $e_2 \circ e_1 \doteq e_2 \Rightarrow (e_1 \doteq e_2 \circ e_1 \Rightarrow e_1 \doteq e_2)$
- $e_2 \circ e_1 \doteq e_1 \Rightarrow e_1 \doteq e_2 \circ e_1$  (Symmetrie)
- $e_1 \circ e_2 \doteq e_2 \circ e_1 \Rightarrow (e_1 \circ e_2 \doteq e_1 \Rightarrow e_2 \circ e_1 \doteq e_1)$



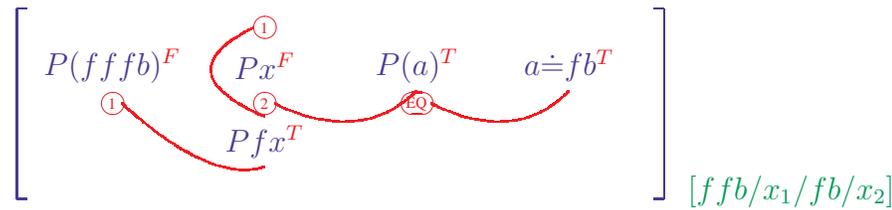
$[e_2/z, e_1/x, e_2/y, e_1/z']$

5.2-b

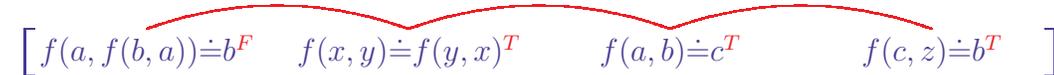
1.



2.

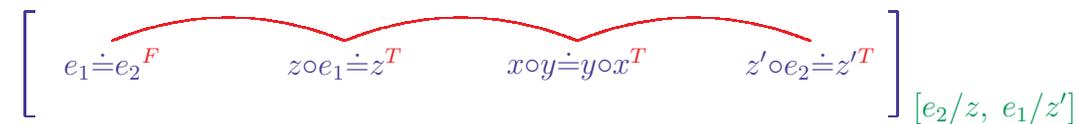


3.



Keine Substitution (nur für interne Verarbeitung der Gleichheitskonnektionen)

4.



### Lösung 5.3

Die Ausgangsmatrix für  $G$  ist

$$\begin{bmatrix} \text{even}(0)^T & \text{even}(x)^F & \text{odd}(y)^F & \text{even}(z)^F & \text{even}(a)^F & \text{odd}(a)^F \\ & \text{even}(x'')^T & \text{odd}(y'')^T & \text{odd}(z')^T & & \end{bmatrix}$$

Für den Beweis muß man das Schema mit der Zielformel  $\text{even}(x) \vee \text{odd}(x)$  instantiiieren, also die Formel

$$\begin{aligned} & ((\text{even}(0) \vee \text{odd}(0)) \wedge (\text{even}(0') \vee \text{odd}(0')) \wedge \forall y(\text{even}(y) \vee \text{odd}(y)) \Rightarrow (\text{even}(y'') \vee \text{odd}(y''))) \\ & \Rightarrow \forall x(\text{even}(x) \vee \text{odd}(x)) \end{aligned}$$

als weitere Voraussetzung der Matrix hinzufügen. Wie in der Vorlesung gibt dies eine stark verschachtelte Matrix mit einem relativ geradlinigen Konnektionsbeweis.

### Lösung 5.4

Als Lösung ergibt sich die folgende Matrix mit den zugehörigen Theorie-Konnektionen:

$$\begin{bmatrix} P(u, v, b)^T & P(\overline{(a \cdot b)} \cdot ((a \cdot b) \cdot c), b, b)^F & Q(w, x, y)^F & R(z \cdot (\bar{c} \cdot c), z \cdot (\bar{z} \cdot b))^F \\ Q(f(u), u, v)^T & & R(x, y)^T & \end{bmatrix}$$

$\sigma_1$  (arc from  $P(u, v, b)^T$  to  $P(\overline{(a \cdot b)} \cdot ((a \cdot b) \cdot c), b, b)^F$ )  
 $\sigma_2$  (arc from  $Q(f(u), u, v)^T$  to  $R(x, y)^T$ )  
 $\sigma_3$  (arc from  $R(x, y)^T$  to  $R(z \cdot (\bar{c} \cdot c), z \cdot (\bar{z} \cdot b))^F$ )

Die zugehörigen Substitutionen:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= [\overline{(a \cdot b)} \cdot ((a \cdot b) \cdot c) / u, b / v] \\ \sigma_2 &= [f(\overline{(a \cdot b)} \cdot ((a \cdot b) \cdot c)) / w, \overline{(a \cdot b)} \cdot ((a \cdot b) \cdot c) / x, b / y] \\ \sigma_3 &= [c / z] \end{aligned}$$

Nur bei der Konnektion mit der Substitution  $\sigma_3$  muß lazy narrowing eingesetzt werden. Hierbei benötigen wir die folgenden Regeln der Gruppentheorie:

$$\begin{aligned} r_2 &: x \cdot e && \longrightarrow && x \\ r_3 &: \bar{x} \cdot x && \longrightarrow && e \\ r_5 &: \bar{x} \cdot (x \cdot y) && \longrightarrow && y \\ r_9 &: x \cdot (\bar{x} \cdot y) && \longrightarrow && y \end{aligned}$$

Die Schritte des lazy narrowing:

$$\begin{aligned} & \overline{(a \cdot b)} \cdot ((a \cdot b) \cdot c) = z \cdot (\bar{c} \cdot c), \quad b = z \cdot (\bar{z} \cdot b) \\ y_1 = z \cdot (\bar{c} \cdot c), \quad x_1 = (a \cdot b), \quad y_1 = c, \quad b = z \cdot (\bar{z} \cdot b) & \text{ lazy narrowing mit } r_5 \\ y_1 = z \cdot (\bar{c} \cdot c), \quad y_1 = c, \quad b = z \cdot (\bar{z} \cdot b) & \text{ Variablenelimination } (x_1) \\ c = z \cdot (\bar{c} \cdot c), \quad b = z \cdot (\bar{z} \cdot b) & \text{ Variablenelimination } (y_1) \\ c = z \cdot e, \quad x_2 = c, \quad b = z \cdot (\bar{z} \cdot b) & \text{ lazy narrowing mit } r_3 \\ c = z \cdot e, \quad b = z \cdot (\bar{z} \cdot b) & \text{ Variablenelimination } (x_2) \\ c = x_3, \quad x_3 = z, \quad b = z \cdot (\bar{z} \cdot b) & \text{ lazy narrowing mit } r_2 \\ c = z, \quad b = z \cdot (\bar{z} \cdot b) & \text{ Variablenelimination } (x_3) \\ b = c \cdot (\bar{c} \cdot b) & \text{ Variablenelimination } (z) \\ b = y_4, \quad y_4 = b, \quad x_4 = c & \text{ lazy narrowing mit } r_9 \\ b = y_4, \quad y_4 = b & \text{ Variablenelimination } (x_4) \\ b = b & \text{ Variablenelimination } (y_4) \end{aligned}$$

## Lösung 5.5

Durch die Umwandlung ergibt sich das folgende Termersetzungssystem :

$$(r_1) : x \cup x \longrightarrow \emptyset$$

$$(r_2) : x \cup (x \cap y) \longrightarrow y$$

$$(r_3) : (x \odot y) \cup y \longrightarrow x$$

$$(r_4) : x \cap (x \cup y) \longrightarrow y$$

$$(r_5) : (x \cup y) \odot y \longrightarrow x$$

Durch das Knuth-Bendix Verfahren ergeben sich die folgenden neuen Regeln:

1. Superposition von  $(r_1)$  und  $(r_4)$

$$x \cap (x \cup x) \xrightarrow{(r_1)} x \cap \emptyset, \quad x \cap (x \cup x) \xrightarrow{(r_4)} x \quad \text{führt zu:}$$

$$(r_6) : x \cap \emptyset \longrightarrow x$$

2. Superposition von  $(r_1)$  und  $(r_5)$

$$(x \cup x) \odot x \xrightarrow{(r_1)} \emptyset \odot x, \quad (x \cup x) \odot x \xrightarrow{(r_5)} x \quad \text{führt zu:}$$

$$(r_7) : \emptyset \odot x \longrightarrow x$$

3. Superposition von  $(r_2)$  und  $(r_5)$

$$(x \cup (x \cap y)) \odot (x \cap y) \xrightarrow{(r_2)} y \odot (x \cap y), \quad (x \cup (x \cap y)) \odot (x \cap y) \xrightarrow{(r_5)} x \quad \text{führt zu:}$$

$$(r_8) : y \odot (x \cap y) \longrightarrow x$$

4. Superposition von  $(r_3)$  und  $(r_4)$

$$(x \odot y) \cap ((x \odot y) \cup y) \xrightarrow{(r_3)} (x \odot y) \cap x, \quad (x \odot y) \cap ((x \odot y) \cup y) \xrightarrow{(r_4)} y \quad \text{führt zu:}$$

$$(r_9) : (x \odot y) \cap x \longrightarrow y$$

## Lösung 5.6

1. Nennen Sie die drei Grundbestandteile eines formalen Kalküls.

Syntax – Semantik – Inferenzregeln (einschließlich Axiome),

*Einheit 1, Folie 1*

2. Wodurch wird in der Prädikatenlogik den Zusammenhang zwischen einer Formel und ihrer Bedeutung hergestellt?

Durch die Interpretationsfunktion

*Einheit 1, Folie 6*

3. Wann ist eine logische Formel gültig, erfüllbar oder widerlegbar?

*Einheit 1, Folie 8*

4. Erklären Sie den Unterschied zwischen Korrektheit und Vollständigkeit eines Kalküls für die Prädikatenlogik.

Korrektheit: jede ableitbare Formel ist gültig.

Vollständigkeit: jede gültige Formel ist ableitbar.

*Einheit 1, Folie 9*

5. Was unterscheidet synthetische und analytische Kalküle?

*Einheit 1, Folie 10*

6. Beweisen Sie die Formel  $A \wedge B \Rightarrow B \wedge A$  mithilfe der Refinement Logic.  
*Einheit 1, Folie 35 - live demonstriert*
7. Erklären Sie die Arbeitsweise des Tableauxkalküls (grundsätzliche Methodik, Regeln, Abschlußbedingung – am besten anhand eines Beispiels).  
*Einheit 2, Folie 3/6/7/10/11*
8. Wie würden Sie die Korrektheit des Tableauxkalküls beweisen?  
*Einheit 2, Folie 12/13*
9. Wie würden Sie die Vollständigkeit des Tableauxkalküls beweisen?  
*Einheit 2, Folie 14–16*
10. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Tableauxbeweisen und Sequenzenbeweisen?  
*Einheit 2, Folie 17–19*
11. Beweisen Sie die Formel  $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow P \Rightarrow P$  mit dem Sequenzenkalkül (Refinement Logic), Tableauxverfahren, Extensionsverfahren, Resolution und dem Davis-Putnam Verfahren.  
z.T. live und an der Tafel demonstriert – keine Folie
12. Erklären Sie die Matrixcharakterisierung für logische Gültigkeit. Was ist ein Pfad, Komplementarität, Multiplizität, induzierte Reduktionsordnung? Illustrieren Sie diese Konzepte anhand eines einfachen Beispiels.  
*Einheit 3, Folie 12/9/6*
13. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Matrixbeweisen und Tableauxbeweisen?  
*Einheit 3, Folie 13, Einheit 5 Folie 24*
14. Wie kann die Matrixcharakterisierung für logische Gültigkeit mit verhältnismäßig geringen Aufwand bewiesen werden?  
*Einheit 3, Folie 13*
15. Erklären Sie den Zusammenhang zwischen einer zweidimensionalen Matrix und einem Formelbaum.  
*Einheit 3, Folie 16/18/25*
16. Erklären Sie Vor- und Nachteile von Normalformen bei der Beweisführung  
*Einheit 3, Folie 21*
17. Erklären Sie die grundsätzliche Vorgehensweise eines (beliebigen) Matrixbeweisers von der Eingabe der Formel bis zum fertigen Beweis.  
*Einheit 3, Folie 27*
18. Erklären Sie das Extensionsverfahren (Extensions-, Bereinigungs-, Rücksetzungs-, Separationsschritt, Verfahren) für Hornlogik, allgemeine Aussagenlogik und Prädikatenlogik.  
*Einheit 4, Folie 2/4/6/7/8/10, Einheit 5, Folie 1/6/9*
19. Warum hat jede gültige (Normalform)-Matrix immer eine rein negative und eine rein positive Klausel?  
*Einheit 4, Folie 10*
20. Wie kann man das Extensionsverfahren zur Erzeugung von Gegenbeispielen für ungültige Formeln verwenden?  
*Einheit 4, Folie 8*

21. Was ist ein allgemeinsten Unifikator?

*Einheit 5, Folie 12*

22. Welche Verfahren gibt es zur Unifikation von Termen? Beschreiben Sie beide.

*Einheit 5, Folie 14/15/19*

23. Wodurch erreicht das Verfahren von Martelli-Montanari fast-lineare Komplexität?

*Einheit 5, Folie 20*

24. Welchen Zweck hat der Occurs-Check und wie wirkt sich dieser auf die Komplexität der Verfahren aus?

*Einheit 5, Folie 13/18*

25. Unifizieren Sie  $f(gxy, hab)$  mit  $f(gya, hxz)$  mit beiden Unifikationsverfahren.

*ohne Folie*

26. Welche Komplexität haben die Unifikationsverfahren im Mittel über alle Schritte einer formalen Beweissuche? Begründen Sie Ihre Aussage.

*Einheit 5, Folie 18*

27. Beschreiben Sie wichtigsten Reduktionstechniken für Normalformmatrizen.

*Einheit 7, Folie 5,7,9,11,13,17,19*

28. Beschreiben Sie ein lineares Beweisverfahren für Hornklauseln, das nur auf Reduktionen aufbaut.

*Einheit 7, Folie 14*

29. Beschreiben und illustrieren Sie das Verfahren von Davis & Putnam.

*Einheit 7, Folie 24/25*

30. Was ist *lean* theorem proving? Welche Vorteile hat dieser Ansatz gegenüber anderen Implementierungen von Theorembeweisern?

*Einheit 8*

31. Was ändert sich am Extensionsverfahren, wenn Nichtnormalformmatrizen verwendet werden. Illustrieren Sie die Arbeitsweise des Verfahrens an einem Beispiel und erklären Sie die vorkommenden Konzepte.

*Einheit 11, Folie 2,3,4,5,11/12/14*

32. Welches fundamentale Gesetz der klassischen Logik ist intuitionistisch nicht allgemeingültig? Warum?

*Das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten, weil es hochgradig nichtkonstruktiv ist* *Einheit 12, Folie 2*

33. Welche Erweiterungen sind nötig, um das Extensionsverfahren auf konstruktive Logik anwendbar zu machen? Erklären Sie die neu vorkommenden Konzepte.

*Präfixe und Präfixunifikation, intuitionistische Multiplizität* *Einheit 12, Folie 13/16*

34. Illustrieren Sie den Unterschied zwischen klassischer und konstruktiver Logik anhand der zugehörigen klassischen und intuitionistischen Matrixbeweise für  $P \Rightarrow P$  und  $\neg P \vee P$ .

*Einheit 11, Folie 9/13*

35. Unifizieren Sie die Präfix-Strings  $aBCdEf$  und  $agHiJ$  informal und mit dem Unifikationsalgorithmus.

*Analog zu Beispiel in Einheit 12, Folie 25 und Übung 4.1*

36. Wodurch unterscheiden sich Modallogiken von der klassischen Logik?  
*Einheit 13, Folie 1*
37. Erklären und illustrieren Sie die Semantik von Modallogiken.  
*Einheit 13, Folie 2/3*
38. Was unterscheidet die Modallogiken K,D,T,S4 und S5?  
*Einheit 13, Folie 5*
39. Welche Erweiterungen sind nötig, um das Extensionsverfahren auf Modallogiken anwendbar zu machen?  
Präfixe und -unifikation, modale Multiplizität *Einheit 13, Folie 7ff*
40. Auf welche Arten kann man Gleichheit in Beweisverfahren behandeln?  
Axiome, Gleichheitskonnektion, Paramodulation, *Einheit 14, Folie 7–10*
41. Auf welche Arten kann man Induktion in Beweisverfahren behandeln?  
Axiome, gerichtete Theoriekonnektionen *Einheit 15, Folie 3,5ff*
42. Was ist Rewriting und Narrowing?  
*Einheit 16, Folie 3/4/9*
43. Was ist Konfluenz und starke Normalisierbarkeit bei Termersetzungssystemen?  
*Einheit 16, Folie 5/6*
44. Wie kann man ein Regelsystem so vervollständigen, daß es eine Menge von Gleichungen vollständig repräsentiert?  
Knuth-Bendix Vervollständigung *Einheit 16, Folie 9/10*
45. Wie kann man Termersetzung in Beweisverfahren integrieren?  
*Einheit 16, Folie 14/18*