Theoretische Informatik I

Einheit 4.2

Modelle für Typ-0 & Typ-1 Sprachen

1. Nichtdeterministische Turingmaschinen
2. Äquivalenz zu Typ-0 Sprachen
3. Linear beschränkte Automaten
   und Typ-1 Sprachen

Maschinenmodelle vs. Grammatiken

- **Ableitbarkeit $\boxed{w \longrightarrow_G z}$ ist nichtdeterministisch**
  - In w können verschiedene Teilworte ersetzt werden
  - Auf ein Teilwort können verschiedene Regeln angewandt werden
  - Simulation erfordert nichtdeterministisches Maschinenmodell
- **Maschinenmodelle sind i.a. deterministisch**
  - Nichtdeterministische Modelle sind "unrealistisch" und nur für elegantere Modellierung geeignet
  - Nichtdeterministische Modelle sind evtl. deterministisch simulierbar aber nur mit exponentiellem Aufwand
- **Verwende nichtdeterministische Turingmaschinen**

  "Simultane" Behandlung vieler alternativer Konfigurationen
  - Zeige Äquivalenz zu deterministischen Turingmaschinen
  - Zeige Äquivalenz zu Typ-0 Grammatiken
  - Zeige Äquivalenz zu Typ-1 Grammatiken für eingeschränktes Modell

NICHTDETERMINISTISCHE TURINGMASCHINEN

- **Eine nichtdeterministische Turingmaschine (NTM) ist ein 7-Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ mit**
  - Q nichtleere endliche **Zustandsmenge**
  - Σ endliches **Eingabealphabet**
  - $\Gamma \supseteq \Sigma$ endliches **Bandalphabet**
  - $\delta: Q \times \Gamma \to \mathcal{P}_e(Q \times \Gamma \times \{L, R\})$ endliche **Überführungsfunktion**
  - $q_0 \in Q$ **Startzustand**
  - $B \in \Gamma \setminus \Sigma$ **Leersymbol des Bands**
  - $F \subseteq Q$ Menge von **akzeptierenden** (End-)**Zuständen**

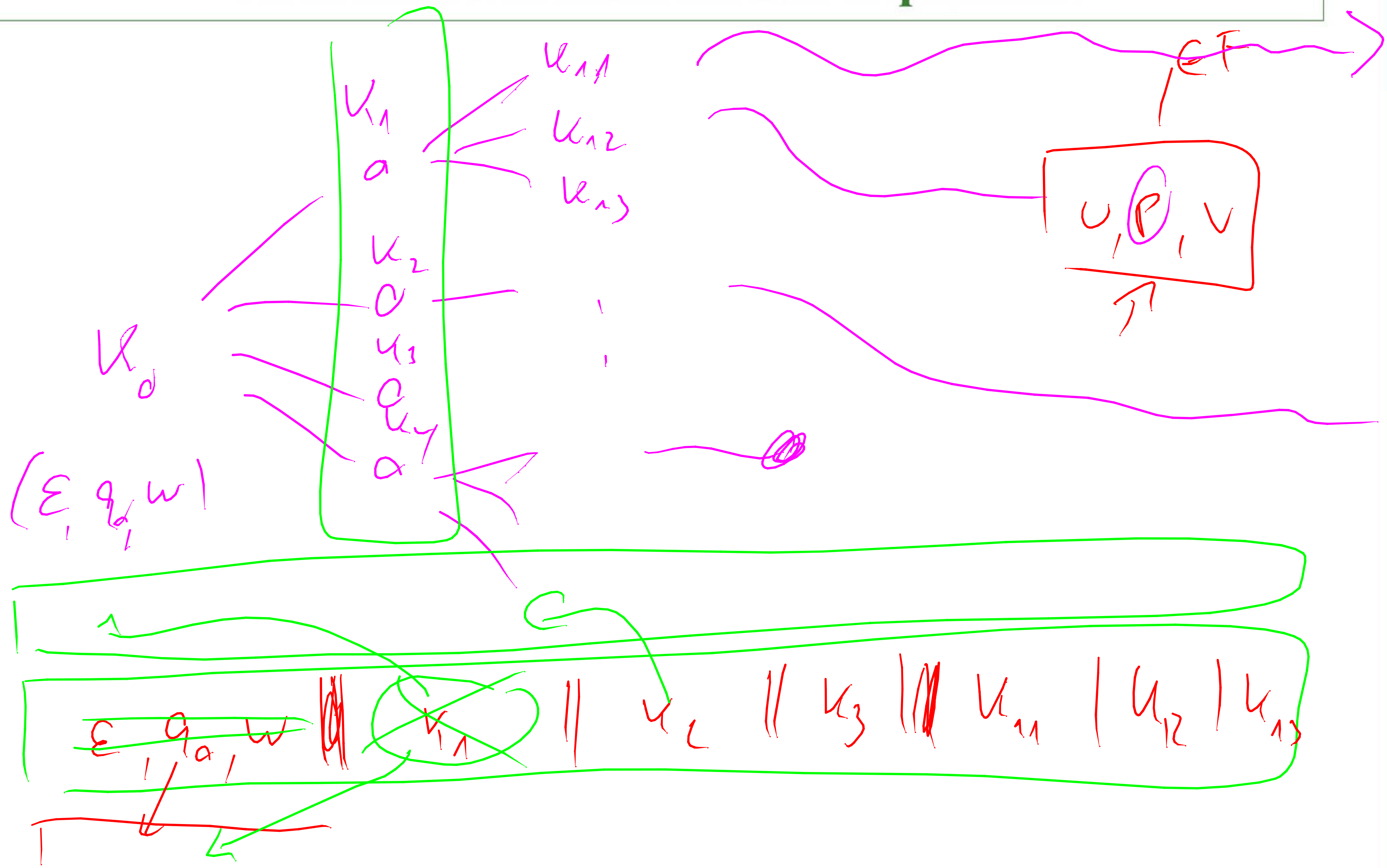
NICHTDETERMINISTISCHE TURINGMASCHINEN

- **Eine nichtdeterministische Turingmaschine (NTM) ist ein 7-Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ mit**
  - Q nichtleere endliche **Zustandsmenge**
  - Σ endliches **Eingabealphabet**
  - $\Gamma \supseteq \Sigma$ endliches **Bandalphabet**
  - $\delta : Q \times \Gamma \to \mathcal{P}_e(Q \times \Gamma \times \{L, R\})$ endliche **Überführungsfunktion**
  - $q_0 \in Q$ **Startzustand**
  - $B \in \Gamma \setminus \Sigma$ **Leersymbol des Bands**
  - $F \subseteq Q$ Menge von **akzeptierenden** (End-)**Zuständen**
- **Definition von $\vdash^*$ und $L(M)$ analog zu DTM**
  - $(uZ, q, Xv) \vdash (u, p, ZYv)$, falls $(p, Y, L) \in \delta(q, X)$
  - $(u, q, Xv) \vdash (uY, p, v)$, falls $(p, Y, R) \in \delta(q, X)$

    ⋮
  - $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists p \in F. \exists u, v \in \Gamma^*. (\epsilon, q_0, w) \vdash^* (u, p, v)\}$

Jede NTM ist durch eine DTM simulierbar

Verarbeite alle Alternativen sequentiell



Jede NTM ist durch eine DTM simulierbar

Verarbeite alle Alternativen sequentiell

- **Für $M = (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,B,F)$ definiere Mengen K_i^w**
  - Menge der in i Schritten erzeugbaren Konfigurationen bei Eingabe w

    $K_0^w := \{(\epsilon, q_0, w)\}$, $K_{i+1}^w := \{\kappa' \mid \exists \kappa \in K_i^w.\ \kappa \vdash \kappa'\}$
  - Es gilt $w \in L(M) \Leftrightarrow \exists i.\ \exists p \in F.\ \exists u, v \in \Gamma^*.\ (u, p, v) \in K_i^w$

Jede NTM ist durch eine DTM simulierbar

Verarbeite alle Alternativen sequentiell

- **Für $M = (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,B,F)$ definiere Mengen K_i^w**
  - Menge der in i Schritten erzeugbaren Konfigurationen bei Eingabe w

    $\boldsymbol{K_0^w} := \{(\epsilon, q_0, w)\}, \quad \boldsymbol{K_{i+1}^w} := \{\kappa' \mid \exists \kappa \in K_i^w.\ \kappa \vdash \kappa'\}$
  - Es gilt $\boldsymbol{w \in L(M) \Leftrightarrow \exists i.\ \exists p \in F.\ \exists u, v \in \Gamma^*.\ (u, p, v) \in K_i^w}$
- **Beschreibe DTM zur Erzeugung der K_i^w**

K_0^w

q_0	$w_1..w_n$	\$													

  - Arbeitsband beschreibt alle bisher erzeugten Konfigurationen der NTM

    Die aktuell betrachtete Konfiguration κ wird markiert

Jede NTM ist durch eine DTM simulierbar

Verarbeite alle Alternativen sequentiell

- **Für $M = (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,B,F)$ definiere Mengen K_i^w**
  - Menge der in i Schritten erzeugbaren Konfigurationen bei Eingabe w

    $K_0^w := \{(\epsilon, q_0, w)\}, \quad K_{i+1}^w := \{\kappa' \mid \exists \kappa \in K_i^w.\ \kappa \vdash \kappa'\}$
  - Es gilt $w \in L(M) \;\Leftrightarrow\; \exists i.\ \exists p \in F.\ \exists u, v \in \Gamma^*.\ (u, p, v) \in K_i^w$
- **Beschreibe DTM zur Erzeugung der K_i^w**

K_0^w			K_1^w											
q_0	$w_1..w_n$	\$	#	$u_1^1 \vert q_1^1 \vert v_1^1$	#	$u_1^2 \vert q_1^2 \vert v_1^2$	$\#\cdots\#$	$u_1^{j_1} \vert q_1^{j_1} \vert v_1^{j_1}$	\$					

  - Arbeitsband beschreibt alle bisher erzeugten Konfigurationen der NTM
    Die aktuell betrachtete Konfiguration κ wird markiert
  - Lesen: Extrahiere aus κ das gelesene Symbol X und Zustand q der NTM
  - Verarbeiten: Erzeuge aus κ und $\delta(q, X)$ alle Nachfolgekonfigurationen
    Lösche Markierung von κ und markiere nächste Konfiguration auf Band

Jede NTM ist durch eine DTM simulierbar

Verarbeite alle Alternativen sequentiell

- **Für $M = (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,B,F)$ definiere Mengen K_i^w**
  - Menge der in i Schritten erzeugbaren Konfigurationen bei Eingabe w

    $K_0^w := \{(\epsilon, q_0, w)\}, \quad K_{i+1}^w := \{\kappa' \mid \exists \kappa \in K_i^w.\ \kappa \vdash \kappa'\}$
  - Es gilt $w \in L(M) \Leftrightarrow \exists i.\ \exists p \in F.\ \exists u, v \in \Gamma^*.\ (u,p,v) \in K_i^w$
- **Beschreibe DTM zur Erzeugung der K_i^w**

K_0^w						K_1^w						K_2^w			
q_0	$w_1..w_n$	\$	#	$u_1^1 \mid q_1^1 \mid v_1^1$	#	$u_1^2 \mid q_1^2 \mid v_1^2$	#···#	$u_1^{j_1} \mid q_1^{j_1} \mid v_1^{j_1}$	\$	#	$u_2^1 \mid q_1^1 \mid v_2^1$	#···#	$u_2^{j_2} \mid q_2^{j_2} \mid v_2^{j_2}$	\$	···

  - Arbeitsband beschreibt alle bisher erzeugten Konfigurationen der NTM
    Die aktuell betrachtete Konfiguration κ wird markiert
  - Lesen: Extrahiere aus κ das gelesene Symbol X und Zustand q der NTM
  - Verarbeiten: Erzeuge aus κ und $\delta(q, X)$ alle Nachfolgekonfigurationen
    Lösche Markierung von κ und markiere nächste Konfiguration auf Band

Jede mögliche Konfiguration der NTM wird von der DTM aufgesucht

Simulation von NTMs ist exponentiell

- **Größe der DTM linear mit Größe der NTM**
  - Zustandsüberführungstabelle wird durch Unterprogramme codiert
  - Berechnung der Nachfolgekonfigurationen auf einem Hilfsband

SIMULATION VON NTMS IST EXPONENTIELL

- **Größe der DTM linear mit Größe der NTM**
  - Zustandsüberführungstabelle wird durch Unterprogramme codiert
  - Berechnung der Nachfolgekonfigurationen auf einem Hilfsband
- **Rechenzeit wächst exponentiell**
  - Einzelschritte linear in Größe einer NTM Konfiguation simulierbar
    - Bestimmen einer Nachfolgekonfiguration ist “konstant”
    - Schreiben der Nachfolgekonfiguration linear (zwei Arbeitsbänder)

SIMULATION VON NTMS IST EXPONENTIELL

- **Größe der DTM linear mit Größe der NTM**
  – Zustandsüberführungstabelle wird durch Unterprogramme codiert
  – Berechnung der Nachfolgekonfigurationen auf einem Hilfsband

- **Rechenzeit wächst exponentiell**
  – Einzelschritte linear in Größe einer NTM Konfiguation simulierbar
    · Bestimmen einer Nachfolgekonfiguration ist “konstant”
    · Schreiben der Nachfolgekonfiguration linear (zwei Arbeitsbänder)

  Aber ...

  – Rechenzeit der NTM ist Länge des kürzesten akzeptierenden Pfades
  – Bei k Alternativen pro Schritt muß die Simulation für n Schritte der NTM im schlimmsten Fall bis zu k^n Konfigurationen erzeugen

Turingmaschinen als Maschinenmodell für $\mathcal{L}_0$

Typ-0 Grammatiken und Turingmaschinen beschreiben dieselbe Klasse von Sprachen

- **Grammatik $\longrightarrow$ Turingmaschine**

  Turingmaschine simuliert Anwendung der Produktionsregeln

  – Ableitbare Wörter werden schrittweise auf Hilfsband geschrieben

  – Wörter auf dem Hilfsband werden mit der Eingabe verglichen

  Maschine akzeptiert, wenn $w \in L(G)$, und terminiert sonst nicht

- **Turingmaschine $\longrightarrow$ Grammatik**

  Grammatik simuliert Konfigurationsübergänge der Turingmaschine

  – Erzeuge alle möglichen Eingabewörter und Anfangskonfigurationen

  – Codiere Konfigurationsübergänge von M als Regeln

  – Simuliere Akzeptieren durch Löschen von Nonterminalsymbolen

  Grammatik generiert genau alle Wörter, die M akzeptiert

SATZ: $L \in \mathcal{L}_0 \;\Rightarrow\; L$ SEMI-ENTSCHEIDBAR

Zu jeder Grammatik $G = (V, T, P, S)$ kann eine NTM M konstruiert werden mit $L(G) = L(M)$

1. **Schreibe die Eingabe w auf Hilfsband 1**
2. **Schreibe das Startsymbol S auf Hilfsband 2**
3. **Simuliere eine Regelanwendung in G**
   - Wähle nichtdeterministisch ein Teilwort u des Wortes auf Band 2
   - Wähle nichtdeterministisch eine Regel der Form $u \to v$ aus P
   - Verschiebe Symbole, die rechts von u stehen, um $|v| - |u|$ Stellen
   - Ersetze u durch v
4. **Vergleiche w mit dem Wort auf Hilfsband 2**
   - Akzeptiere w, wenn die Worte gleich sind
   - Ansonsten fahre fort mit 3.

v

x | ~~u~~ | y

Korrektheit der Konstruktion

- **M simuliert Ableitbarkeit in G**
  – Nach i Schritten steht auf Band 2 ein Wort w_i mit $S \xrightarrow{i}_G w_i$
  – Wenn M das Wort w nach i Schritten akzeptiert, dann gilt $w = w_i$

Korrektheit der Konstruktion

- **M simuliert Ableitbarkeit in G**
  - Nach i Schritten steht auf Band 2 ein Wort w_i mit $S \xrightarrow{i}_G w_i$
  - Wenn M das Wort w nach i Schritten akzeptiert, dann gilt $w = w_i$
- **M akzeptiert $L(G)$**
  - Es gilt $\boldsymbol{w \in L(G) \Leftrightarrow \exists i.\, S \xrightarrow{i}_G w}$
  - Wenn M das Wort w nach i Schritten akzeptiert, dann gilt $S \xrightarrow{i}_G w$, also $w \in L(G)$
  - Wenn $S \xrightarrow{i}_G w$ gilt, dann kann M in i Schritten das Wort w auf Band 2 erzeugen und akzeptieren, also $w \in L(M)$

Korrektheit der Konstruktion

- **M simuliert Ableitbarkeit in G**
  - Nach i Schritten steht auf Band 2 ein Wort w_i mit $S \xrightarrow{i}_G w_i$
  - Wenn M das Wort w nach i Schritten akzeptiert, dann gilt $w = w_i$
- **M akzeptiert $L(G)$**
  - Es gilt $w \in L(G) \Leftrightarrow \exists i.\, S \xrightarrow{i}_G w$
  - Wenn M das Wort w nach i Schritten akzeptiert, dann gilt $S \xrightarrow{i}_G w$, also $w \in L(G)$
  - Wenn $S \xrightarrow{i}_G w$ gilt, dann kann M in i Schritten das Wort w auf Band 2 erzeugen und akzeptieren, also $w \in L(M)$
- **M terminiert nicht immer**
  - Für $w \notin L(G)$ gilt $w \neq w_i$ für alle i

$w \in L(M) \iff w \in L(G)$

$\|$

$\{w \mid \exists p \in F.\ \exists u,v \in \Gamma^*\ (\varepsilon, q_0, w) \vdash^* (u,p,v)\}$

$\{w \mid S \xrightarrow[G]{*} w \in T^*\}$

TM → Grammatik: Simuliere Konfigurationsübergänge für alle möglichen Eingaben, inkl. Test ob $p \in F$ erreicht niemals ändern

1) erzeuge Anfangssituation $\varepsilon\, q_0\, w$

erzeuge alle möglichen $w \# \underline{q_0\, w} \#$

2) Simuliere für jeden Eintrag in Tabelle von δ

den konf. Übergang durch Grammatikregel

darf nur arbeiten wenn Zustand vorhanden ✓

3) Stelle Regeln bereit, die $p \in F$ "erkennen"

in der Situation steht Konfiguration $u\,p\,v$

für irgendein u, v da. w ist verschwunden.

Idee: rette w separat, lösche u, p, v wenn $p \in F$

Verarbeite Worte der Form $\boxed{w \# x\, q\, y \#}$

Regeln $\quad X q Y \rightarrow \begin{cases} q' X z \\ X z q' \end{cases}$ $\quad$ links (q', z, L) $\quad$ rechts (q', z, R)

$\delta(q, y) = ?$ rest bleibt stehen – Sonderfall beachten

SATZ: L SEMI-ENTSCHEIDBAR $\Rightarrow$ $L \in \mathcal{L}_0$

Simuliere Abarbeitung der Turingmaschine

- **Idee: Generiere alle Konfigurationen von M**
  - Konfigurationen (u,q,v) werden als Wörter uqv codiert
  - Begrenzer # trennt Eingabe w von Konfigurationen
  - Verarbeitung von w simuliert durch Wörter der Form $\boxed{w}\#uqv\#$
- **Beschreibe Konfigurationsübergänge durch Regeln**
  - Regeln simulieren Vorschriften für Erzeugung von $\vdash$ aus δ
- **Lege w frei, wenn M akzeptiert hat**
  - Entferne Wort nach #, wenn M einen Endzustand erreicht
- **Grammatik erzeugt von M akzeptierte Sprache**
  - $L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists p \in F. \exists u, v \in \Gamma^*. (\epsilon, q_0, w) \overset{*}{\vdash} (u, p, v)\} = L(M)$

Regeln der Grammatik G

- **Erzeugung von Anfangskonfigurationen**
  - Regeln zur Erzeugung aller Wörter der Form $w\ \#\ q_0 w\ \#$

$S \to \diamond\ \#\ q_0\ \#$

$\#\ q_0 \to A\ \#\ q_0\ 0 \mid B\ \#\ q_0\ 1$

$0\ A \to A\ 0$

$1\ A \to A\ 1$

$\diamond\ A \to 0$

analog B

$\diamond \to \varepsilon$

Regeln der Grammatik G

- **Erzeugung von Anfangskonfigurationen**
  - Regeln zur Erzeugung aller Wörter der Form $w\,\#\,q_0 w\,\#$
- **Simulation der Konfigurationsübergänge**
  - Regeln der Form $q\,X\,V \mapsto Y\,p\,V$ für $V \in \Gamma$, $\delta(q,X) = (p,Y,R)$
  - Regeln der Form $q\,X\,\# \mapsto Y\,p\,B\,\#$ für $\delta(q,X) = (p,Y,R)$
  - Regeln der Form $Z\,q\,X \mapsto p\,Z\,Y$ für $Z \in \Gamma$, $\delta(q,X) = (p,Y,L)$
  - Regeln der Form $\#\,q\,X \mapsto \#\,p\,B\,Y$ für $\delta(q,X) = (p,Y,L)$

$$\boxed{\cancel{V}}\; q\, X\, \boxed{V} \mapsto \boxed{V}\, Y\, p\, V$$

erstes Symbol V

Regeln der Grammatik G

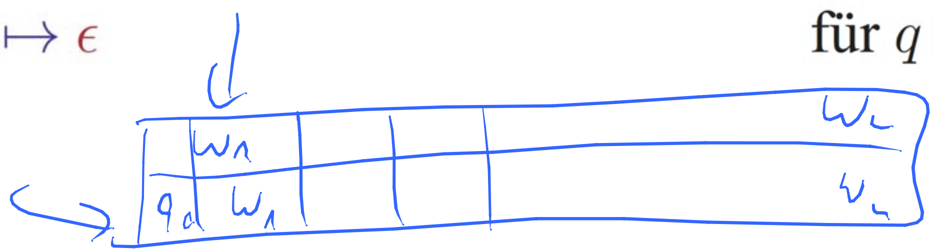
- **Erzeugung von Anfangskonfigurationen**
  – Regeln zur Erzeugung aller Wörter der Form $w\ \cancel{\#\, q_0 w\, \#}$

- **Simulation der Konfigurationsübergänge**
  – Regeln der Form $q\,X\,V \mapsto Y\,p\,V$ für $V \in \Gamma,\ \delta(q,X) = (p,Y,R)$
  – Regeln der Form $q\,X\,\# \mapsto Y\,p\,B\,\#$ für $\delta(q,X) = (p,Y,R)$
  – Regeln der Form $Z\,q\,X \mapsto p\,Z\,Y$ für $Z \in \Gamma,\ \delta(q,X) = (p,Y,L)$
  – Regeln der Form $\#\,q\,X \mapsto \#\,p\,B\,Y$ für $\delta(q,X) = (p,Y,L)$

- **Schlußregeln für Endzustände**
  – Regeln der Form $Z\,q \mapsto q$ für $Z \in \Gamma,\ q \in F$
  – Regeln der Form $q\,Z \mapsto q$ für $Z \in \Gamma,\ q \in F$
  – Regeln der Form $\boxed{\#\,q\,\#} \mapsto \epsilon$ für $q \in F$

braucht Zustand

"ein" Symbol



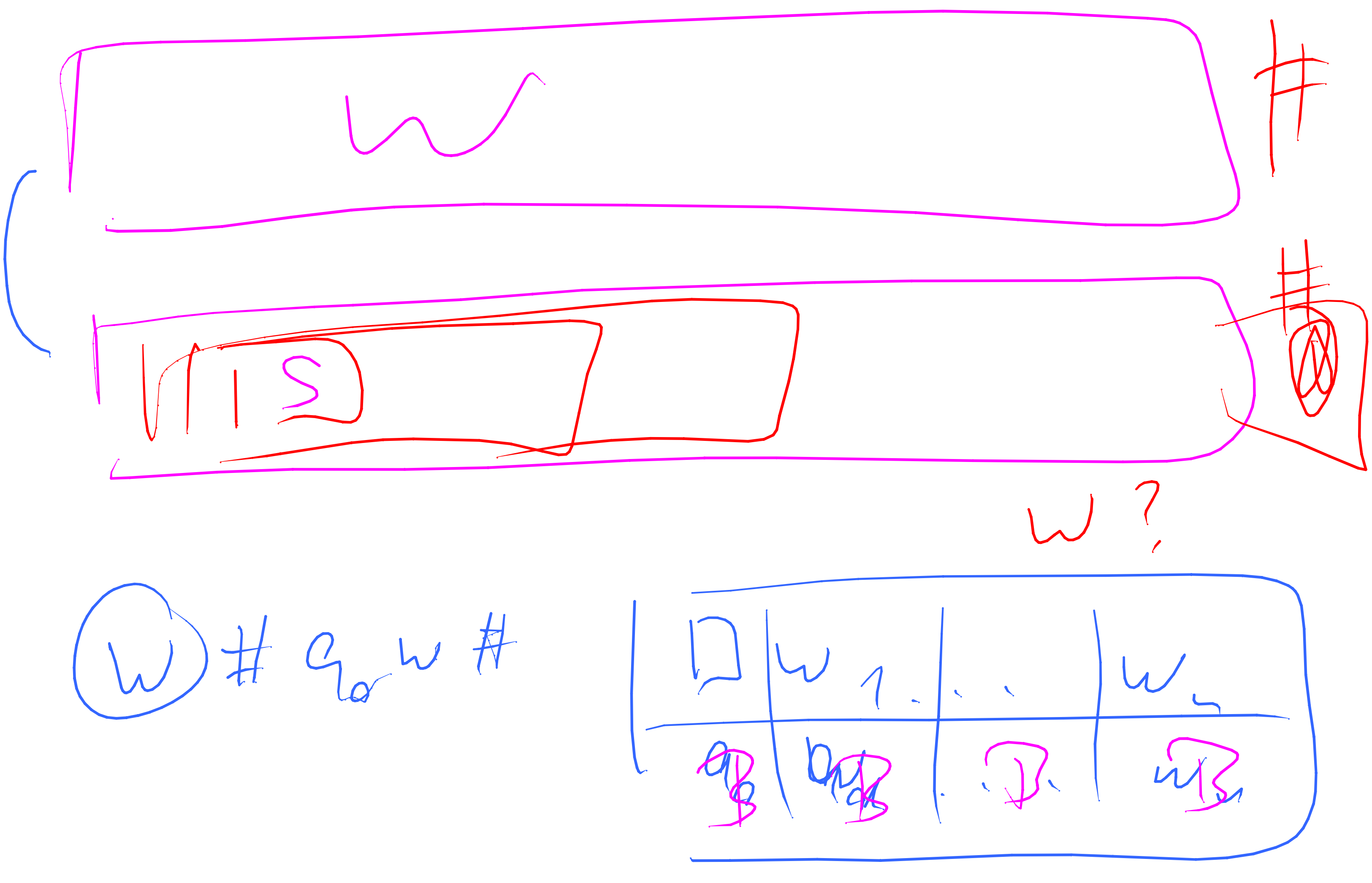
nur Unter-symbole ändern

Regeln der Grammatik G

- **Erzeugung von Anfangskonfigurationen**
  - Regeln zur Erzeugung aller Wörter der Form $\boldsymbol{w \,\#\, q_0 w \,\#}$
- **Simulation der Konfigurationsübergänge**
  - Regeln der Form $q\,X\,V \mapsto Y\,p\,V$ für $V \in \Gamma,\ \delta(q,X) = (p,Y,R)$
  - Regeln der Form $q\,X\,\# \mapsto Y\,p\,B\,\#$ für $\delta(q,X) = (p,Y,R)$
  - Regeln der Form $Z\,q\,X \mapsto p\,Z\,Y$ für $Z \in \Gamma,\ \delta(q,X) = (p,Y,L)$
  - Regeln der Form $\#\,q\,X \mapsto \#\,p\,B\,Y$ für $\delta(q,X) = (p,Y,L)$
- **Schlußregeln für Endzustände**
  - Regeln der Form $Z\,q \mapsto q$ für $Z \in \Gamma,\ q \in F$
  - Regeln der Form $q\,Z \mapsto q$ für $Z \in \Gamma,\ q \in F$
  - Regeln der Form $\#\,q\,\# \mapsto \epsilon$ für $q \in F$

Detailbeweise z.B. in Erk-Priese, Seite 199–201

Welches Modell paßt zu Typ-1 Sprachen?



Welches Modell paßt zu Typ-1 Sprachen?

- **Typ-1 Sprachen werden "expansiv" erzeugt**
  - In jeder Ableitung $S \longrightarrow w_1 \longrightarrow w_2 \ldots \longrightarrow w$ eines Wortes $w \in L(G)$ ist keines der w_i länger als w (Ausnahme $w = \epsilon$)
  - Turingmaschine braucht maximal $|w|$ Bandzellen zur Simulation

Linear beschränkte Automaten

Welches Modell paßt zu Typ-1 Sprachen?

- **Typ-1 Sprachen werden "expansiv" erzeugt**
  - In jeder Ableitung $S \longrightarrow w_1 \longrightarrow w_2 \ldots \longrightarrow w$ eines Wortes $w \in L(G)$ ist keines der w_i länger als w (Ausnahme $w = \epsilon$)
  - Turingmaschine braucht maximal $|w|$ Bandzellen zur Simulation
- **Beschränke NTMs auf linearen Bandverbrauch**
  - Das Arbeitsband ist nur halbseitig unendlich
  - Anfangskonfigurationen haben die Form $(\epsilon, q_0, w\#)$
  - $\#$ ist ein spezielles Bandende-Symbol, das niemals überlaufen oder überschrieben werden darf

Linear beschränkte Automaten

Welches Modell paßt zu Typ-1 Sprachen?

- **Typ-1 Sprachen werden "expansiv" erzeugt**
  - In jeder Ableitung $S \longrightarrow w_1 \longrightarrow w_2 \ldots \longrightarrow w$ eines Wortes $w \in L(G)$ ist keines der w_i länger als w (Ausnahme $w = \epsilon$)
  - Turingmaschine braucht maximal $|w|$ Bandzellen zur Simulation
- **Beschränke NTMs auf linearen Bandverbrauch**
  - Das Arbeitsband ist nur halbseitig unendlich
  - Anfangskonfigurationen haben die Form $(\epsilon, q_0, w\#)$
  - $\#$ ist ein spezielles Bandende-Symbol, das niemals überlaufen oder überschrieben werden darf
- **Formal: linear beschränkter Automat (LBA)**
  - NTM $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ mit halbseitig unendlichem Band und ausgezeichnetem Symbol $\# \in \Gamma \setminus (\Sigma \cup \{B\})$ und der Einschränkung $\delta(q,\#) \subseteq \{(p,\#, L) | p \in Q\}$ für alle $q \in Q$

LINEAR BESCHRÄNKTER AUTOMAT FÜR $\{0^n1^n2^n | n \in \mathbb{N}\}$

$0^n1^n \notin \mathcal{L}_3$

$0^n1^n2^n \notin \mathcal{L}_2$

1. **Anfangskonfiguration ist** $(\epsilon, q_0, w\#)$
2. **Wenn das Band leer ist, akzeptiere die Eingabe**
3. **Ansonsten ersetze die erste 0 durch** B
   - Wenn keine 0 unter dem Kopf steht, halte an ohne zu akzeptieren
4. **Gehe rechts zur ersten** $\boxed{1}$**; ersetze diese durch** B
   - Vor der 1 dürfen nur Nullen oder Blanks kommen (!)
   - Wenn keine 1 vorkommt, halte an ohne zu akzeptieren
5. **Gehe rechts zur ersten** $\boxed{2}$**; ersetze diese durch** B
   - Vor der 2 dürfen nur noch Einsen oder Blanks kommen (!)
   - Wenn keine 2 am Ende steht, halte an ohne zu akzeptieren
6. **Laufe zurück zum Anfang des restlichen Wortes**
   - Fahre fort mit Schritt 2

Optimierung: Schließe Lücken durch Verschieben

- Verfahren funktioniert analog auch für $\{0^n1^n2^n3^n4^n | n \in \mathbb{N}\}$

LBAs sind Maschinenmodell für Typ-1 Sprachen

$$\mathcal{L}_1 = \{L \mid L = L(M) \text{ für einen LBA } M\}$$

- **Beweise für $\mathcal{L}_0$ können modifiziert werden**

LBAs sind Maschinenmodell für Typ-1 Sprachen

$$\mathcal{L}_1 = \{L \mid L = L(M) \text{ für einen LBA } M\}$$

- **Beweise für $\mathcal{L}_0$ können modifiziert werden**
- **Typ-1 Grammatik $\longrightarrow$ LBA**

  Turingmaschine simuliert Anwendung der Produktionsregeln

  – Ableitbare Wörter werden schrittweise erzeugt und mit w verglichen

  – Beschränkung der Simulation auf Regelanwendungen, die Wörter mit maximaler Länge $|w|$ erzeugen

  Maschine ist linear beschränkter Automat

  – Linkes und rechtes Ende des Bandes wird niemals überschritten

  – Lineare Simulation der Hilfsbänder mit größerem Bandalphabet

LBAs sind Maschinenmodell für Typ-1 Sprachen

$$\mathcal{L}_1 = \{L \mid L = L(M) \text{ für einen LBA } M\}$$

- **Beweise für $\mathcal{L}_0$ können modifiziert werden**
- **Typ-1 Grammatik $\longrightarrow$ LBA**

  Turingmaschine simuliert Anwendung der Produktionsregeln
  - Ableitbare Wörter werden schrittweise erzeugt und mit w verglichen
  - Beschränkung der Simulation auf Regelanwendungen, die Wörter mit maximaler Länge $|w|$ erzeugen

  [illegible]-Symbol

  $\boxed{(a, \square)} \to a$

  Maschine ist linear beschränkter Automat
  - Linkes und rechtes Ende des Bandes wird niemals überschritten
  - Lineare Simulation der Hilfsbänder mit größerem Bandalphabet
- **LBA $\longrightarrow$ Typ-1 Grammatik**

  $\in F$
  - LBA muß bei Eingabe w das Band nicht mehr erweitern
  - Simuliere Verarbeitung der Eingabe w mit Wörtern der Form $\boxed{(w_1, \cancel{u_1})}..\boxed{(w_i, \cancel{u_i})}\boxed{(w_{i+1}, \cancel{q})}(w_{i+1}, \cancel{v_1})..(w_n, \cancel{v_j})$ statt $\boxed{w \# uqv \#}$
  - Kürzende Grammatikregeln können jetzt expansiv formuliert werden