

# Kryptographie und Komplexität

## Einheit 3

### Praktisch sichere Blockchiffren



1. Substitutions-Permutations Netzwerke
2. Feistel-Chiffren und der DES
3. Der Advanced Encryption Standard AES

- **Absolute Sicherheit ist unerreichbar**
  - Perfekt geheime Systeme sind **kostspielig und ineffizient**
  - Unbrauchbar für alltägliche Sicherheitsanwendungen
- **Einfache Kryptosysteme sind nicht sicher**
  - Effiziente Chiffrierung, aber mit Computern **leicht zu brechen**
  - Codierung der Klartextblöcke ist **keine echte Einwegfunktion** und kann mit mathematischen Methoden invertiert werden
- **Moderne Systeme sind nichtriviale Blockchiffren**
  - Hohe **Diffusion** bei Codierung großer Datenblöcke
- **Effiziente Systeme verhärten einfache Systeme**
  - Aufwendige **Kombination von Substitutionen und Permutationen**
  - **Mehrfachverschlüsselung** mit wechselnden (Teil-)schlüsseln
  - Hardwarenahes Vorgehen benötigt **symmetrische Verschlüsselung**

# PRODUKTCHIFFREN: VERHÄRTUNG VON BLOCKCHIFFREN

- **Leicht herzustellen aus bestehenden Systemen**

- Schlüssel sind Paare einfacher Schlüssel:  $\mathcal{K} = \mathcal{K}_1 \times \mathcal{K}_2$
- Verschlüsselungen nacheinander ausgeführt:  $e_{(K_1, K_2)}(x) = e_{K_2}(e_{K_1}(x))$
- Entschlüsselung in umgekehrter Reihenfolge:  $d_{(K_1, K_2)}(y) = d_{K_1}(d_{K_2}(y))$
- Notation:  $S_1 \times S_2$  für  $S_i = (\mathcal{P}_i, \mathcal{C}_i, \mathcal{K}_i, e, d)$

- **Iteration ist die häufigste Form**

- $S^n = S \times S \times \dots \times S$  ( $n$ -faches Produkt von  $S$  mit sich selbst)
- Benötigt **endomorphe** Kryptosysteme ( $\mathcal{P} = \mathcal{C}$ )

- **Eigenschaften leicht zu untersuchen**

- Produktchiffren sind **assoziativ**:  $e_{((K_1, K_2), K_3)}(x) = e_{(K_1, (K_2, K_3))}(x)$
- Produktchiffren sind i.a. nicht **kommutativ**:  $e_{(K_1, K_2)}(x) \neq e_{(K_2, K_1)}(x)$
- Iteration nutzt wenig bei **idempotenten** Kryptosystemen ( $S \times S = S$ )  
in diesem Fall gibt es immer ein  $K_3 \in \mathcal{K}$  mit  $e_{(K_1, K_2)}(x) = e_{K_3}(x)$
- Idempotenz bleibt erhalten bei kommutierenden Systemen  
 $(S_1 \times S_2) \times (S_1 \times S_2) = S_1 \times S_2$ , falls die  $S_i$  idempotent sind

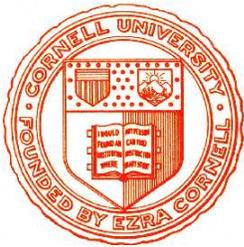
# AUFBAU ITERATIVER CHIFFREN

- **Wiederholte Verschlüsselung mit Rundenfunktion**
  - Schlüssel  $K$  wird in  $n$  **Teilschlüssel**  $K^1, \dots, K^n$  zerlegt
  - **Key-Scheduling** Verfahren zur Erzeugung der  $K^r$  liegt offen
  - **Rundenfunktion**  $g$  erzeugt in Runde  $r$  mit  $K^r$  einen **Zustand**  $w^r$ 
    - Anfangszustand ist Klartext:  $w^0 = x$
    - Endzustand liefert Schlüsseltext:  $y = w^n$
    - Runde  $r$  berechnet  $w^r = g(w^{r-1}, K^r)$
- **Rundenfunktion muß injektiv in den  $K^r$  sein**
  - Es muß ein  $g^{-1}$  mit  $g^{-1}(g(w, k), k) = w$  für alle  $k, w$  geben
  - Entschlüsselung mit gleichen Schlüsseln in umgekehrter Reihenfolge
    - Anfangszustand ist Schlüsseltext:  $w^n = y$
    - Runde  $n-r$  berechnet  $w^r = g^{-1}(w^{r+1}, K^{r+1})$
    - Runde  $n$  liefert Klartext:  $x = w^0$
- **Vermeide idempotente Kryptosysteme**
  - Wegen  $S^n = S$  würde Iteration keine Verhärtung liefern

# Kryptographie und Komplexität

## Einheit 3.1

### Substitutions-Permutations Netzwerke



1. Architektur von SPNs
2. Lineare Kryptoanalyse
3. Differentielle Kryptoanalyse

## Iteration von Substitutionen und Permutationen

- **Rundenfunktion  $g$  hat drei Komponenten**

- Binäre Addition des Teilschlüssels  $K^r$ :  $u^r := w^{r-1} \oplus K^r$
- Substitution von  $m$  Unterblöcken  $u_{(i)}$  der Länge  $l$ :  $v_{(i)}^r := \sigma(u_{(i)}^r)$
- Permutation aller Bits des entstehenden Blocks:  $w_j^r := u_{\pi(j)}^r$
- $\sigma$  ist bijektive Substitution auf  $\{0, 1\}^l$ ,  $\pi$  Permutation auf  $\{1..l \cdot m\}$
- Länge der Blöcke (und Teilschlüssel) ist  $l \cdot m$

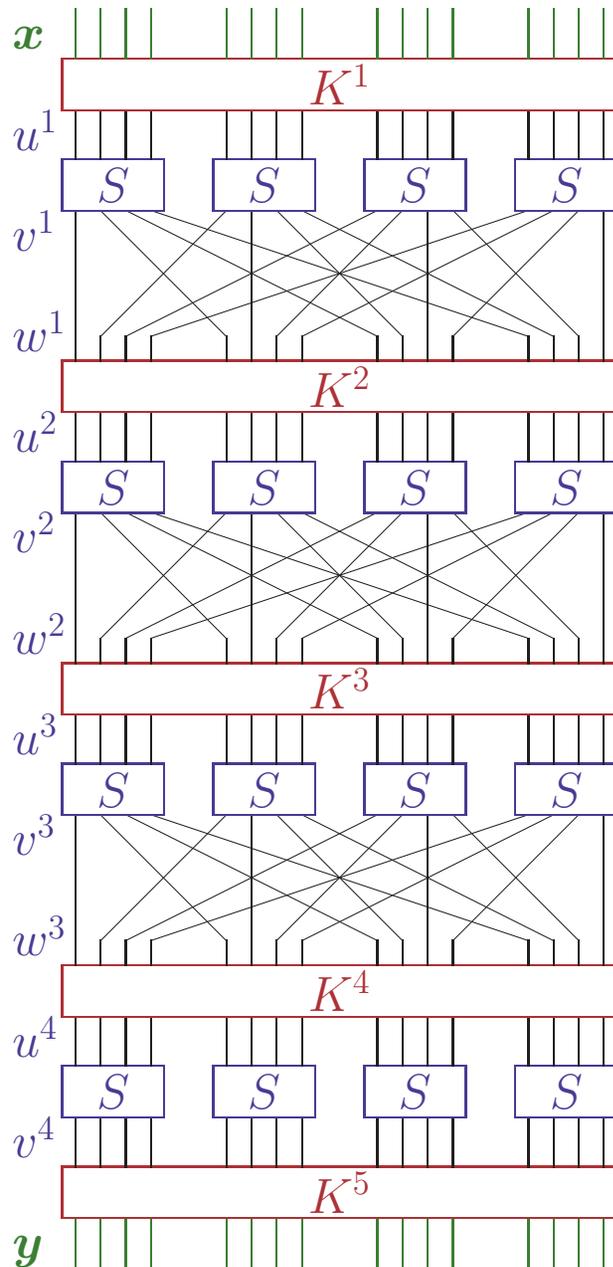
- **Letzte Runde ist verändert**

- Binäre Addition des Teilschlüssels  $K^n$ :  $u^n := w^{n-1} \oplus K^n$
- Substitution der Unterblöcke  $u_{(i)}^n$ :  $v_{(i)}^n := \sigma(u_{(i)}^n)$
- Letzter Schritt Addition des Teilschlüssels  $K^{n+1}$ :  $y := w^n \oplus K^{n+1}$

- **Einfache Implementierung in Soft-/Hardware**

- Codierung von  $\sigma$  (“**S-Box**”) und  $\pi$  als Tabelle (darf offenliegen)
- Einfache Dechiffrierung von  $\sigma$  und  $\pi$  mit Umkehrtabelle
- Auswahl der Bits von  $K^r$  aus  $K$  mit Schieberegister möglich

# EIN EINFACHES SP-NETZWERK



$K = 0011\ 1010\ 1001\ 0100\ 1101\ 0110\ 0011\ 1111$

$\sigma =$ 

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
E	4	D	1	2	F	B	8	3	A	6	C	5	9	0	7

 (hex.)

$\pi = [1\ 5\ 9\ 13\ 2\ 6\ 10\ 14\ 3\ 7\ 11\ 15\ 4\ 8\ 12\ 16]$

$x = w^0 = 0010\ 0110\ 1011\ 0111$

$K^1 = 0011\ 1010\ 1001\ 0100$

$u^1 = 0001\ 1100\ 0010\ 0011$

$v^1 = 0100\ 0101\ 1101\ 0001$

$w^1 = 0010\ 1110\ 0000\ 0111$

$K^2 = 1010\ 1001\ 0100\ 1101$

$u^2 = 1000\ 0111\ 0100\ 1010$

$v^2 = 0011\ 1000\ 0010\ 0110$

$w^2 = 0100\ 0001\ 1011\ 1000$

$K^3 = 1001\ 0100\ 1101\ 0110$

$u^3 = 1101\ 0101\ 0110\ 1110$

$v^3 = 1001\ 1111\ 1011\ 0000$

$w^3 = 1110\ 0100\ 0110\ 1110$

$K^4 = 0100\ 1101\ 0110\ 0011$

$u^4 = 1010\ 1001\ 0000\ 1101$

$v^4 = 0110\ 1010\ 1110\ 1001$

$K^5 = 1101\ 0110\ 0011\ 1111$

$y = 1011\ 1100\ 1001\ 0110$

- **Alles außer dem Schlüssel liegt offen**
  - Key-Scheduling Verfahren zur Erzeugung der Teilschlüssel  $K^1, \dots, K^n$
  - Struktur des Netzwerkes, Tabellen der S-Box  $\sigma$  und der Permutation  $\pi$
- **S-Boxen sind einzige nichtlineare Komponenten**
  - Permutation und binäre Addition sind affin-lineare Abbildungen
  - Identische kleine S-Boxen führen zu annähernd linearen Abbildungen
- **Mögliche Attacken**
  - **Brute-Force Attacken** attackiert kleine Blocklängen  
geringe Anzahl von Runden oder kleine S-Boxen
  - **Lineare Kryptoanalyse** versucht, Chiffrierfunktion des SPN durch lineare Abbildungen zu approximieren
  - **Differentielle Kryptoanalyse** versucht, Einflüsse von Änderungen im Klartext auf Änderungen im Schlüsseltext statistisch zu analysieren

- **SPNs haben wenig nichtlineare Anteile**
  - Einzige nichtlineare Komponenten sind S-Boxen
- **Approximiere Chiffrierfunktion durch lineare Abbildung**
  - Ein Ausgabebit  $y_j$  könnte ‘wahrscheinliche Linearkombination’ der Eingabebits  $x_1, \dots, x_m$  sein
  - D.h. die Wahrscheinlichkeit, daß  $\sum_{k=1}^m a_k x_k$  und  $y_j$  für bestimmte  $a_1, \dots, a_m$  den gleichen Wert annehmen, ist **nicht**  $1/2$  ( $\hat{=}$  völliger Zufall)
  - Untersuche Wahrscheinlichkeit des Ereignisses  $\sum_{k=1}^m a_k x_k \oplus y_j = 0$
- **Analysiere S-Boxen und Rundenfunktion**
  - ↳ Approximation der Chiffrierung bis zur Addition von  $K^n$  in Runde  $n$
- **Known plaintext Attacke auf letzte Runde**
  - Für jeden möglichen Rundenschlüssel  $K^{n+1}$  und jedes Klartext-/Schlüsseltextpaar **bestimme Zustand**  $u^n$  der letzten Runde
  - Zähle, wie oft lineare Beziehung der relevanten Bits erfüllt ist
  - Schlüssel mit **höchster Abweichung von 50%** liefert Kandidat für  $K^{n+1}$

- **Betrachte S-Box  $S : \{0, 1\}^m \rightarrow \{0, 1\}^n$** 
  - Eingaben  $x_1, \dots, x_m$  sind gleichverteilt
  - Wenn  $S(x_1, \dots, x_m) = (y_1, \dots, y_n)$ , dann  $Pr(x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_n) = 2^{-m}$
  - Wenn  $S(x_1, \dots, x_m) \neq (y_1, \dots, y_n)$ , dann  $Pr(x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_n) = 0$
- **Bestimme Häufigkeit linearer Abhängigkeiten**
  - Für  $a_1..a_m, b_1..b_n$  zähle, wie oft  $\sum_{k=1}^m a_k x_k \oplus \sum_{k=1}^n b_k y_k = 0$  ist
  - Alle  $2^m$  Kombinationen der  $x_k$  müssen überprüft werden
  - Hohe Abhängigkeit besteht, wenn Häufigkeit stark von  $2^{m-1}$  abweicht
  - Erstelle Häufigkeitstabelle für alle  $2^{m+n}$  Kombinationen der  $a_k$  und  $b_k$
- **Netzwerkanalyse verwendet Häufigkeitstabelle**
  - Verfolge Pfad der größten Abhängigkeit von  $x$  bis  $u^n$
  - Bestimme “Abweichung vom Zufall” für diesen Pfad
  - Beschreibe Pfad durch Ein-/Ausgabebits und verwendete Schlüsselbits

# ANALYSE DER S-BOX

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
E	4	D	1	2	F	B	8	3	A	6	C	5	9	0	7

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$
0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1

- **Wie sehr hängt  $y_2$  von  $x_1, x_4$  ab?**
  - Wie oft ist  $x_1 \oplus x_4 \oplus y_2 = 0$ ?
  - Summe der entsprechenden Spalten ist 8 mal 0
  - Wahrscheinlichkeit für Gleichheit von  $y_2$  und  $x_1 \oplus x_4$  ist  $1/2$
  - **Keine Abweichung vom Zufall**
  - Im Kontrast dazu: Wahrscheinlichkeit für Gleichheit von  $y_4$  und  $x_1 \oplus x_3$  ist  $3/4$  (**große Abhängigkeit**)
- **Erstelle Tabelle aller Kombinationen**
  - 256 Einträge liefern Werte zwischen  $1/4$  und  $3/4$
  - Werte der **Approximationstabelle** werden zu Werten für Abhängigkeitspfade zusammengesetzt

## ● Diskrete Zufallsvariable

- Variable  $X$  über endlicher Menge  $S$  mit Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Wahrscheinlichkeit  $Pr(E)$  ist genau gesehen die Wahrscheinlichkeit, daß  $X$  einen Wert aus  $E$  annimmt (also  $Pr[X = x] := Pr(x)$ )
- Liefert präzisere Formulierung von Wahrscheinlichkeiten
- z.B.  $Pr[X_1 \oplus X_4 \oplus Y_2 = 0]$  ist Wahrscheinlichkeit der Menge aller möglichen Werte  $x_1, x_4, y_2$  von  $X_1, X_4, Y_2$  mit  $x_1 \oplus x_4 \oplus y_2 = 0$

## ● Bias einer binären Zufallsvariablen $X$

- Abweichung der Variablen vom perfekten Zufall (Gleichverteilung)
- $\epsilon_X := Pr[X=0] - \frac{1}{2}$

## ● Piling up Lemma

Sind  $X_1, \dots, X_k$  unabhängige Variablen mit Bias  $\epsilon_i$  und

$\epsilon_{1,\dots,k}$  Bias von  $X_1 \oplus \dots \oplus X_k$ , dann ist  $\epsilon_{1,\dots,k} = 2^{k-1} \prod_{i=1}^k \epsilon_i$

- Abhängigkeiten in einem Netzwerk pflanzen sich multiplikativ fort

# MATHEMATIK: BEWEIS DES PILING UP LEMMAS

Sind  $X_1, \dots, X_k$  unabhängige Variablen mit Bias  $\epsilon_i$  und  $\epsilon_{1,\dots,k}$   
Bias von  $X_1 \oplus \dots \oplus X_k$ , dann ist  $\epsilon_{1,\dots,k} = 2^{k-1} \prod_{i=1}^k \epsilon_i$

## • Beweis durch Induktion über $k$

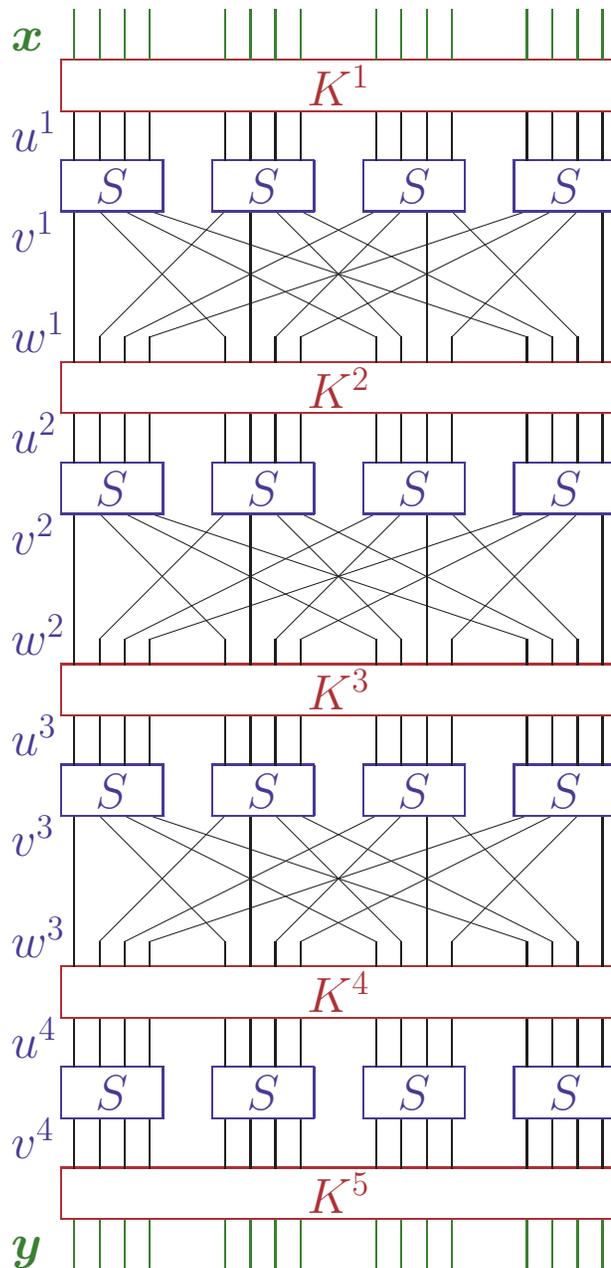
- Aussage ist trivialerweise wahr für  $k=1$
- Wir nehmen an  $\epsilon_{1,\dots,k} = 2^{k-1} \prod_{i=1}^k \epsilon_i$  für ein  $k \geq 1$
- Dann gilt

$$\begin{aligned} & Pr[X_1 \oplus \dots \oplus X_{k+1} = 0] \\ &= Pr[X_1 \oplus \dots \oplus X_k = 0] \cdot Pr[X_{k+1} = 0] + Pr[X_1 \oplus \dots \oplus X_k = 1] \cdot Pr[X_{k+1} = 1] \\ &= \left(\frac{1}{2} + \epsilon_{1,\dots,k}\right) \left(\frac{1}{2} + \epsilon_{k+1}\right) + \left(\frac{1}{2} - \epsilon_{1,\dots,k}\right) \left(\frac{1}{2} - \epsilon_{k+1}\right) \\ &= \frac{1}{2} + 2\epsilon_{1,\dots,k}\epsilon_{k+1} \\ &= \frac{1}{2} + 2^k \prod_{i=1}^{k+1} \epsilon_i \end{aligned}$$

## • Korollar: Perfekter Zufall pflanzt sich fort

Ist  $\epsilon_j = 0$  für ein  $j$ , dann ist  $Pr[X_1 \oplus \dots \oplus X_{k+1} = 0] = \frac{1}{2}$

# LINEARE ANALYSE EINES SP-NETZWERKES



## • Verfolge die größten Biaswerte

– In  $S_{(2)}^1$ :  $T_1 = U_5^1 \oplus U_7^1 \oplus U_8^1 \oplus V_6^1$  hat Bias  $\frac{1}{4}$   
 $V_6^1$  wird permutiert zu  $U_6^2 = V_6^1 \oplus K_6^2$

– In  $S_{(2)}^2$ :  $T_2 = U_6^2 \oplus V_6^2 \oplus V_8^2$  hat Bias  $-\frac{1}{4}$   
 Permutation:  $U_6^3 = V_6^2 \oplus K_6^3$ ,  $U_{14}^3 = V_8^2 \oplus K_{14}^3$

– In  $S_{(2)}^3$ :  $T_3 = U_6^3 \oplus V_6^3 \oplus V_8^3$  hat Bias  $-\frac{1}{4}$

– In  $S_{(4)}^3$ :  $T_4 = U_{14}^3 \oplus V_{14}^3 \oplus V_{16}^3$  hat Bias  $-\frac{1}{4}$

## • Pfad $T_1 \oplus T_2 \oplus T_3 \oplus T_4$ hat Bias $-\frac{1}{32}$

– Setze ein:  $U_j^1 = X_j \oplus K_j^1$ ,  $V_6^3 = U_6^4 \oplus K_6^4$ , ...

$$X_5 \oplus X_7 \oplus X_8 \oplus U_6^4 \oplus U_8^4 \oplus U_{14}^4 \oplus U_{16}^4 \oplus$$

$$K_5^1 \oplus K_7^1 \oplus K_8^1 \oplus K_6^2 \oplus K_6^3 \oplus K_{14}^3 \oplus K_6^4 \oplus K_8^4 \oplus K_{14}^4 \oplus K_{16}^4$$

## • Schlüsselbits sind fest

–  $X_5 \oplus X_7 \oplus X_8 \oplus U_6^4 \oplus U_8^4 \oplus U_{14}^4 \oplus U_{16}^4$

hat Bias  $-\frac{1}{32}$  (Schlüsselbits 0) oder  $\frac{1}{32}$

Abhängigkeit zwischen  $x_{(2)}$  und  $u_{(2,4)}^4$  nicht zufällig

- **Abhängigkeit  $x_{(2)}/u_{(2,4)}^4$  liefert 8 Schlüsselbits**
    - Überprüfe  $K_5^5, K_6^5, K_7^5, K_8^5, K_{13}^5, K_{14}^5, K_{15}^5, K_{16}^5$  (256 Kandidaten)
  - **Known plaintext Attacke**
    - Analysiere alle Kandidaten  $K_{(2,4)}^5$
    - Für Klar-/Schlüsseltextpaare  $(x, y)$  berechne  $u_{(2,4)}^4 = S^{-1}(y_{(2,4)} \oplus K_{(2,4)}^5)$
    - Berechne, wie oft  $x_5 \oplus x_7 \oplus x_8 \oplus u_6^4 \oplus u_8^4 \oplus u_{14}^4 \oplus u_{16}^4$  den Wert 0 ergibt
    - Kandidaten, bei denen die relative Häufigkeit nahe bei  $\frac{1}{2} - \frac{1}{32}$  oder bei  $\frac{1}{2} + \frac{1}{32}$  liegt, sind wahrscheinlich korrekte Rundenschlüsselteile
  - **Aufwendige aber durchführbare Attacke**
    - Anzahl notwendiger Klar-/Schlüsseltextpaare liegt in  $\mathcal{O}(\epsilon^{-2})$
    - Konkreter Angriff benötigt 8000 Paare um die 8 bits zu bestimmen
    - Andere Pfade liefern weitere Rundenschlüsselbits ( $\epsilon$  ist kleiner)
- S-Boxen und Rundenzahl müssen größer sein um Attacke zu erschweren**

## Analysiere Differenzen zwischen Klartexten

### ● Chosen plaintext Attacke

- Wähle Klartextpaare  $x, x^*$  mit fester Differenz  $x' = x \oplus x^*$
- Bestimme Differenz  $y' = y \oplus y^*$  der zugehörigen Schlüsseltexte
- Zähle, welche Differenz am häufigsten erzeugt wird
- Für kleine S-Boxen werden alle Klartextdifferenzen und alle Klartexte analysiert und Häufigkeiten in Differenzentabelle gespeichert

### ● Netzwerkanalyse verfolgt Differenzenpfad

- Starte mit Klartextdifferenz mit großer **Fortpflanzungsrate**
- Verfolge zugehörige Ausgabedifferenz der S-Box durch das Netz
  - Permutationen verteilen Differenz über mehrere S-Boxen
  - Addieren des Schlüssels hat **keinen Einfluß** auf die Differenz
- Bestimme Fortpflanzungsrate des gesamten Pfades von  $x'$  bis  $u^{n'}$
- Extrahiere Schlüsselbits wie bei linearer Analyse

- **Bestimme Eingabedifferenzen einer S-Box**

- **Eingabedifferenz** von  $x, x^*$  ist  $x' = x \oplus x^*$
- $\Delta(x') = \{(x, x^*) \mid x' = x \oplus x^*\}$  Menge der Paare mit Eingabedifferenz  $x'$   
Für  $S : \{0, 1\}^m \rightarrow \{0, 1\}^n$  hat **jedes  $\Delta(x')$  genau  $2^m$  Elemente**

- **Bestimme Differenzen bei Ein-/Ausgaben einer S-Box**

- **Ausgabedifferenz** von  $x, x^*$  ist  $y' = S(x) \oplus S(x^*)$
- $D(x', y') = \{(x, x^*) \in \Delta(x') \mid y' = S(x) \oplus S(x^*)\}$   
Menge der Paare, die zu Ausgabedifferenz  $y'$  führen
- **Anzahl der Elemente von  $D(x', y')$  ist meistens nicht gleichverteilt**

- **Berechne Verteilung der  $D(x', y')$  für  $S$**

- Liefert Informationen über Abhängigkeiten im SP-Netzwerk
- Abhängigkeiten müssen durch Permutationen verfolgt werden
- Schlüsseladdition  $u^r := w^{r-1} \oplus K^r$   $r$  läßt Differenzen unverändert  
Es ist  $u^r \oplus u^{r*} = (w^{r-1} \oplus K^r) \oplus (w^{r-1*} \oplus K^r) = w^{r-1} \oplus w^{r-1*}$

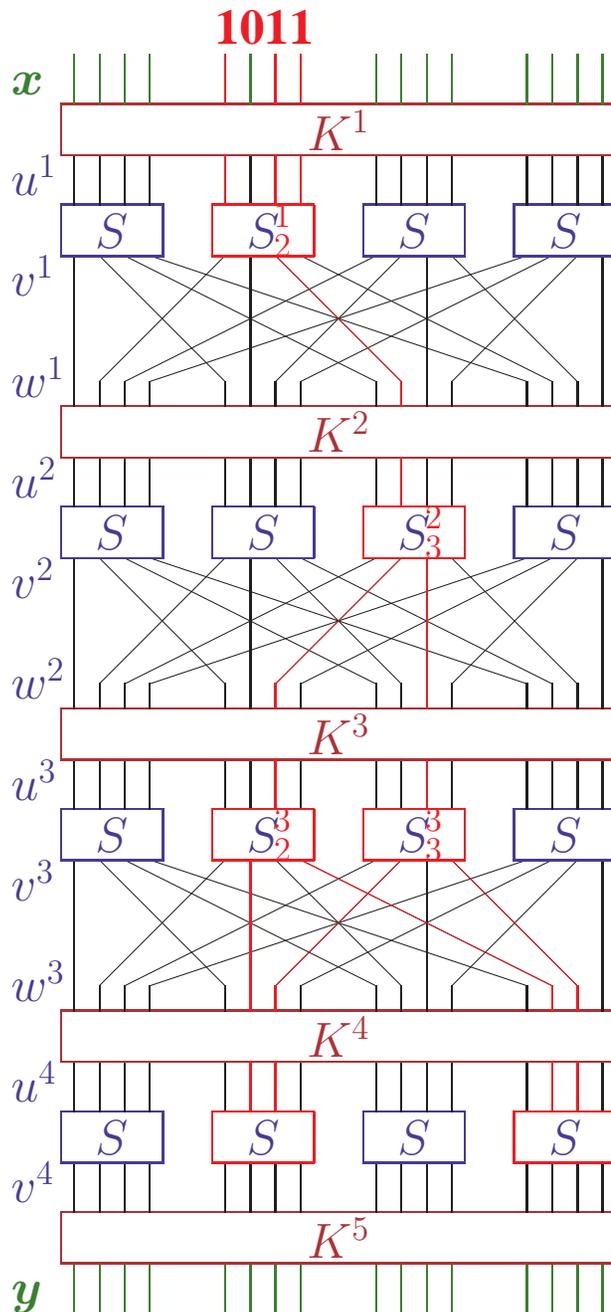
# ANALYSE DER S-BOX

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
E	4	D	1	2	F	B	8	3	A	6	C	5	9	0	7

$x$	$x^*$	$y$	$y^*$	$y'$
0000	1011	1110	1100	0010
0001	1010	0100	0110	0010
0010	1001	1101	1010	0111
0011	1000	0001	0011	0010
0100	1111	0010	0111	0101
0101	1110	1111	0000	1111
0110	1101	1011	1001	0010
0111	1100	1000	0101	1101
1000	0011	0011	0001	0010
1001	0010	1010	1101	0111
1010	0001	0110	0100	0010
1011	0000	1100	1110	0010
1100	0111	0101	1000	1101
1101	0110	1001	1011	0010
1110	0101	0000	1111	1111
1111	0100	0111	0010	0101

- **Berechne  $D(x', y')$  für  $x' = 1011$** 
  - Es kommen nur 5 verschiedene Ausgabedifferenzen vor
  - 0010 erscheint 8 mal
- **Berechne Fortpflanzungsrate eines Differentials  $(x', y')$** 
  - Wahrscheinlichkeit der Ausgabedifferenz  $y'$ , wenn Eingabedifferenz  $x'$  vorliegt
  - $R_p(x', y') = |D(x', y')|/2^m$ 
    - z.B.  $R_p(1011, 0010) = 1/2$
    - $R_p(1011, 1101) = 1/8$
    - $R_p(1011, 0000) = 0$
  - $R_p(0000, 0000) = 1$  gilt für jede S-Box
  - $R_p$  muß für alle  $2^m * 2^n$  Differentiale berechnet werden

# DIFFERENTIELLE ANALYSE EINES SP-NETZWERKES



- **Verfolge Pfad der Ausgabedifferenzen**

- Kritische Differenz wird an eine S-Box angelegt  
alle anderen S-Boxen erhalten 0000
- Analysiere Weg der Einerbits durch das Netzwerk  
Multipliziere Fortpflanzungsraten auf
- Bestimme Wahrscheinlichkeit verschiedener  $u^{4'}$

- **Verfolge Pfade der Differenz 1011**

- Differenz passiert Schlüssel  $K^1$  unverändert
- Häufigste Ausgabedifferenz in  $S_2^1$  ist 0010
- Einerbit erscheint als zweites Bit in  $S_3^2$
- Häufigste Ausgabedifferenz für 0100 ist 0110
- Einerbits erscheinen als drittes Bit in  $S_2^3$  und  $S_3^3$
- Häufigste Ausgabedifferenz für 0010 ist 0101
- Einerbits erscheinen als zweites/drittes Bit in  $u^{4'}$
- $x' = 0000 \ 1011 \ 0000 \ 0000$  liefert  
 $u^{4'} = 0000 \ 0110 \ 0000 \ 0110$   
als wahrscheinlichste “Enddifferenz”

## Known plaintext Attacke auf letzte Runde

- **Untersuche Menge sinnvoller Tupel  $(x, x^*, y, y^*)$** 
  - $(x, x^*)$  müssen in  $\Delta(0000101100000000)$  liegen
  - Erster und dritter Block von  $y$  und  $y'$  müssen identisch sein
    - $u^{4'} = 0000\ 0110\ 0000\ 0110$  ist wahrscheinlichste Differenz
    - Schlüsseladdition und S-Boxen lassen Differenz  $0000$  unverändert
- **Teste alle Teilschlüssel für Blöcke 2 und 4**
  - Durch Rückwärtsanwendung von Schlüssel und S-Box auf  $y, y^*$  bestimme Blöcke  $u_2, u_4$  bzw.  $u_2^*, u_4^*$  und berechne Differenz  $u_2'$  und  $u_4'$
  - Zähle, für wieviele sinnvolle Tupel der Sollwert  $0110$  getroffen wird
  - Teilschlüssel mit höchster Trefferquote ist wahrscheinlich korrekt
  - Bestimme weitere Teilschlüssel durch andere Initialdifferenzen
- **Aufwand abhängig von Diffusion & Fortpflanzungsrate**
  - Bei mäßiger Diffusion hat  $u_4'$  mehrere  $0000$ -Blöcke und es müssen weniger Teilschlüssel geprüft werden ( $2^{k*n}$  bei  $k$  nicht-0 Blöcken)
  - Bei Fortpflanzungsrate  $\epsilon$  sind  $\mathcal{O}(\epsilon^{-1})$  Tupel nötig ( $100 * \epsilon^{-1}$  reicht)

# FAZIT: SICHERHEIT VON SP-NETZWERKEN

- **Brute-Force Attacken**

- Möglich bei zu kleinen Blocklängen (32 Bit),  
geringer Anzahl von Runden oder kleinen S-Boxen

- **Lineare Kryptoanalyse**

- Bestimmt wahrscheinliche Schlüsselbits durch lineare Approximation der Chiffrierfunktion des SPN Abbildung
- Erfolgreich, wenn Chiffrierfunktion nahezu linear und “einfach”

- **Differentielle Kryptoanalyse**

- Analysiert Einflüsse von Änderungen im Klartext auf Änderungen im Schlüsseltext und extrahiert Schlüsselfragmente
- Erfolgreich, wenn Diffusion des SPN nicht hoch genug

- **Praktische Versionen erhöhen Diffusion und Konfusion**

Sicherheit gegenüber bekannten Attacken steht im Vordergrund

- Verwendung verschiedenartiger S-Boxen ↪ DES
- Verwendung zusätzlicher linearer Transformationen ↪ AES

# Kryptographie und Komplexität

## Einheit 3.2

### Der Data Encryption Standard



1. Feistel-Chiffren
2. DES Architektur und Komponenten
3. Sicherheit des DES

- **Aufteilung des Klartextes in zwei Teilblöcke**

- Ein Block  $x$  der Länge  $2l$  wird in zwei gleichgroße Teile  $L^0, R^0$  zerlegt
- Zuvor kann initiale Operation (z.B. Permutation) Konfusion erhöhen

- **Rundenfunktion  $g$  verarbeitet beide Teilblöcke**

- Rechter Teilblock geht nach links:  $L^r := R^{r-1}$
- Rechter Teilblock wird verschlüsselt:  $u^r := f(R^{r-1}, K^r)$
- Binäre Addition des linken Teilblocks:  $R^r := L^{r-1} \oplus u^r$
- $f$  ist beliebige Verschlüsselungsfunktion auf  $\{0, 1\}^l \times \mathcal{K}$
- In Runde  $n$  wird  $y := L^n R^n$  zusammengesetzt

- **Einfache Entschlüsselung**

- Rechter Teilblock kommt von links:  $R^{r-1} = L^r$
- Linker Teilblock kommt von links:  $L^{r-1} = R^r \oplus f(L^r, K^r)$

# DER DATA ENCRYPTION STANDARD (DES)

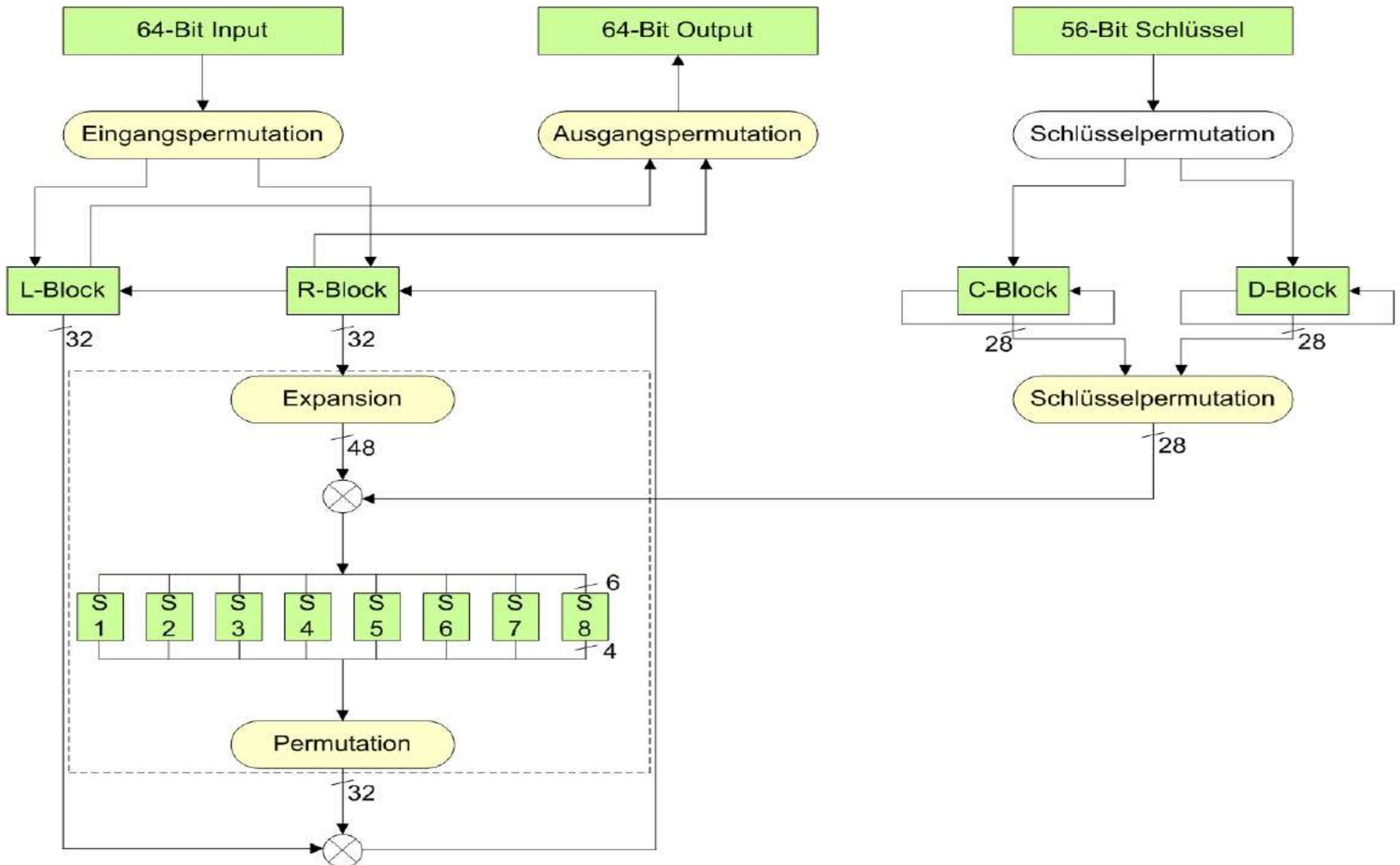
- **Erfolgreichstes Verschlüsselungsverfahren**

- 1975 von IBM im Zuge einer öffentlichen Ausschreibung vorgestellt
- 1977 in den USA als nationaler Standard zertifiziert mit einer geschätzten Lebensdauer von 10–15 Jahren
- **Vielfältiger Einsatz** in Soft- und Hardwaremodulen
- Erst 2000 durch den Advanced Encryption Standard (AES) abgelöst

- **Modifizierte Feistel-Chiffre mit 64 Bit Schlüssel**

- Netto-Schlüssellänge nur 56 Bit (8 Bit Parität)
- **Zusätzliche initiale Permutation** im ersten Schritt
- 16 Iterationsrunden
- **Inverse initiale Permutation** im letzten Schritt
- Rechte und linke Teilblöcke werden auf je 48 Bit expandiert
- **8 verschiedene S-Boxen** mit je 6 Bit Eingabe / 4 Bit Ausgabe

# AUFBAU DES DES



# KOMPONENTEN DES DES

- **Klartext- und Schlüsselraum**

- 64 Bit Blöcke ( $\{0, 1\}^{64}$ ), üblicherweise hexadezimal notiert

- **Initiale Permutation IP:**  $\{0, 1\}^{64} \rightarrow \{0, 1\}^{64}$

- Festgewählte Bitpermutation auf Vektoren der Länge 64 (Tabelle)

58	50	42	34	26	18	10	2	60	52	44	36	28	20	12	4
62	54	46	38	30	22	14	6	64	56	48	40	32	24	16	8
57	49	41	33	25	17	9	1	59	51	43	35	27	19	11	3
61	53	45	37	29	21	13	5	63	55	47	39	31	23	15	7

- Keine erkennbare Methodik für Auswahl der spezifischen Permutation

- **Expansionsfunktion E:**  $\{0, 1\}^{32} \rightarrow \{0, 1\}^{48}$

- Beschrieben durch festgewählte Expansionstabelle mit 48 Einträgen

- **Acht S-Boxen  $S_i$ :**  $\{0, 1\}^6 \rightarrow \{0, 1\}^4$

- Je 4 festgewählte Permutationstabellen auf  $\{0, 1\}^4$

- Erstes und letztes Bit eines 6er-Blocks bestimmt Auswahl der Tabelle

- **Permutation P:**  $\{0, 1\}^{32} \rightarrow \{0, 1\}^{32}$

- Festgewählte Bitpermutation auf Vektoren der Länge 32 (Tabelle)

# BESTIMMUNG DER RUNDENSCHLÜSSEL DES DES

- **Auswahl von zweimal 28 Bit aus 64**
  - Paritätsbits 8 16 24 32 40 48 56 64 werden entfernt
  - Tabelle **PC1** ordnet je 28 Bit den Teilschlüsselblöcken  $C_0$  und  $D_0$  zu
- **Zirkuläre Verschiebung in jeder Runde**
  - In Runde  $i$  bestimme  $C_i$  und  $D_i$  aus  $C_{i-1}$  bzw.  $D_{i-1}$  durch zirkuläre Linksverschiebung um 2 Stellen (nur eine Stelle in Runde 1,2,9,16)
- **Auswahl von 48 Bit aus zweimal 28 Bit**
  - Tabelle **PC2** wählt 48 Bit aus den Teilschlüsselblöcken  $C_i$  und  $D_i$  aus
  - Resultierender Schlüssel  $K_i$  wird in Runde  $i$  zum Resultat der Expansion binär addiert und an S-Boxen übergeben

# EIGENSCHAFTEN DES DES

- **Einfache Entschlüsselung des Chiffretextes**

- Prinzip der Feistel-Chiffren:  $R^{r-1} = L^r$ ,  $L^{r-1} = R^r \oplus f(L^r, K^r)$
- Ausführung des DES mit vertauschten Teiltextblöcken
- Anwendung der Rundenschlüssel in umgekehrter Reihenfolge

- **Schnelle Verarbeitung großer Datenmengen**

- Alle Bestandteile sind als Hardwarekomponenten realisierbar

- **Sicherheitsaspekte**

- Sicherheit basiert auf S-Boxen (einzige nichtlineare Komponente)  
Spezifische Tabellen sollten differentielle Analyse erschweren
- 1994: Lineare Kryptoanalyse mit  $2^{43}$  Klartext-/Schlüsseltextpaaren benötigt 10 Tage mit 12 Workstations, um Schlüssel zu brechen
- 56 Bit Schlüssellänge erlaubt Brute-Force Attacken mit Spezialhardware  
1999: 100000 PC's benötigen nur 22 Stunden (DES Challenge III)

## FAZIT: SICHERHEIT DES DES

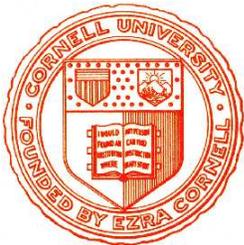
- **Besser als ursprünglich erwartet**
  - Ursprünglich geschätzte Verwendung bis 1992
  - Für normale Sicherheitsbedürfnisse bis 2000 mehr als ausreichend  
Geldautomaten, Sprachverschlüsselung im Mobilfunk, ...
  - Erweiterung **Triple-DES** gilt heute noch als sicher
- **Aus heutiger Sicht nicht mehr sicher genug**
  - Verfahren hat zu wenig nichtlineare Anteile (kleine S-Boxen)  
Lineare und differentielle Analysen werden praktisch durchführbar
  - Geringe Blocklänge ermöglicht Brute-Force Attacken
  - FPGA-basierte Parallelrechner können “preiswerte” Attacken durchführen (Copacobana, 2006, Materialkosten \$10.000, 9 Tage)
  - Unterschiedliche Schlüssel führen zu unterschiedlichen Laufzeiten  
**Power-/Timing-Attacken** extrahieren Teilschlüssel aus DES Hardware

**DES-Schwächen sind Anforderungen an Nachfolger (AES)**

# Kryptographie und Komplexität

## Einheit 3.3

### Der Advanced Encryption Standard



1. Aufbau und Komponenten des AES
2. Polynomringe über endlichen Körpern
3. Sicherheit des AES

- **Aktueller Standard für ‘normale’ Anwendungen**
  - 1998 im Rahmen einer öffentlichen Ausschreibung entwickelt
  - 2000 in öffentlichem Verfahren ausgewählt
  - Vollständig offengelegt und frei verfügbar (ohne Patentansprüche)
  - Einsatz in nahezu allen Anwendungen mit großem Datendurchsatz
- **Entwurfs- und Auswahlkriterien**
  - Blocklänge mindestens 128 Bit
  - Unterstützung für Schlüssellänge 128, 192 und 256
  - **Algorithmische Qualität:** leichte Umsetzung in Hard- und Software
  - **Effizienz:** überdurchschnittlich hohe Performanz in Hard- und Software  
Geringer Ressourcenbedarf
  - **Sicherheit** gegenüber allen bekannten Attacken,  
auch gegenüber Power- und Timingattacken auf Hardware

# AUFBAU DES AES (RIJNDAEL ALGORITHMUS)

- **Modifiziertes SP Netzwerk**

- Feste Blocklänge 128 Bit, üblicherweise notiert als 16 bytes
- Rundenanzahl abhängig von Schlüssellänge  
10 Runden bei 128 Bit, 12 bei 192 Bit, 14 bei 256 Bit

- **Runden haben vier Komponenten**

- **Binäre Addition** des Rundenschlüssels  $K^r$  AddRoundKey
- Anwendung einer 8x8 S-Box auf 16 Byte-Unterblöcke SubBytes
- **Permutation** aller Bits des entstehenden 128-Bit Blocks ShiftRows
- Anwendung einer zusätzlichen linearen Transformation MixColumns
- Konkrete Komponenten wurden über algebraische Operationen entwickelt, sind aber als Tabellen dargestellt
- Alle Operationen sind invertierbar

- **Letzte Runde ohne Transformation**

- Ausführung von AddRoundKey, SubBytes, ShiftRows, AddRoundKey

# BESTIMMUNG DER RUNDENSCHLÜSSEL DES AES

- **Key-Scheduling berechnet 44 Worte a' 32 Bit**
  - Je 4 Worte werden zu einem Rundenschlüssel zusammengesetzt
- **Initialisierung der ersten 4 Worte aus Schlüssel**
  - $w_0$  := erste vier Bytes von  $K$ ,  $w_1$  := zweite vier Bytes, usw.
- **Iterative Berechnung von  $w_4..w_{43}$** 
  - $w_i$  berechnet sich aus  $w_{i-1} \oplus w_{i-4}$
  - In jeder vierten Runde wird  $w_{i-1}$  zuvor modifiziert durch
    - Zyklischen Linksshift der Bytes RotWord
    - Anwendung der AES S-Box auf jedes entstehende Byte SubWord
    - Binäre Addition eines vordefinierten Wortes RCon[i/4]
- **Modifizierte Version für 192/256 Bit Schlüssel**
  - Es werden 52 bzw. 60 Worte erzeugt (12 bzw. 14 Rundenschlüssel)
  - Initiale Auswahl kann 6 bzw. 8 Worte generieren

# KEY-EXPANSION ALGORITHMUS DES AES

```
proc KeyExpansion(K, w);
begin external RotWord; SubWord;
  RCon[1] := 01000000; RCon[2] := 02000000;
  RCon[3] := 04000000; RCon[4] := 08000000;
  RCon[5] := 10000000; RCon[6] := 20000000;
  RCon[7] := 40000000; RCon[8] := 80000000;
  RCon[9] := 1B000000; RCon[10] := 36000000;
  for i := 0 to 3 do
    w[i] := (K[4i]; K[4i+1]; K[4i+2]; K[4i+3])
  endfor;
  for i := 4 to 43 do
    temp := w[i-1];
    if i mod 4 = 0
      then temp := SubWord(RotWord(temp)) XOR RCon[i/4];
    w[i] := w[i-4] XOR temp
  endfor;
  return (w[0] ... w[43])
end
```

# KOMPONENTEN DES AES

- **S-Box SubBytes:**  $\{0, 1\}^8 \rightarrow \{0, 1\}^8$ 
  - Bytes werden mit Elementen des endlichen Körpers  $GF(2^8)$  identifiziert  
 $b = (b_7, \dots, b_0)$  entspricht dem Polynom  $\sum_{i=0}^7 b_i x^i$
  - Aus einem Byte  $b$  berechnet **SubBytes** den Wert  $b^{-1} \star A \oplus c$

wobei  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  und  $c = (1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$

- Multiplikation/Invertierung wird modulo  $x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$  ausgeführt
- Abbildung erzeugt Nichtlinearität und wird als Tabelle gespeichert
- **Erforderliche Hintergrundmathematik**
  - Polynomringe über endlichen Körpern
  - Erzeugung endlicher Körper (**Galoistheorie**)

## Körper der Polynome mit Koeffizienten aus $\mathbb{Z}_p$

- **Für jede Primzahl  $p$  ist  $(\mathbb{Z}_p, +_p, \cdot_p)$  ein Körper**
  - $(\mathbb{Z}_p, +_p)$  ist abelsche Gruppe der Ordnung  $p$
  - $(\mathbb{Z}_p^*, \cdot_p)$  ist abelsche Gruppe der Ordnung  $p-1$
  - Das Distributivgesetz gilt für  $+_p$  und  $\cdot_p$
- **$K[x]$ : Polynome über Körper  $K$  in Variable  $x$** 
  - Ausdrücke der Form  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  mit Koeffizienten  $a_i$  und Belegungen der Variablen  $x$  aus  $K$
  - $n$  ist der **Grad von  $f$**  ( $n = \text{deg } f$ )
  - **Monome** sind Polynome, für die  $a_i = 0$  für alle  $i \neq n$  gilt
  - Eine **Nullstelle** von  $f$  ist ein Element  $r \in K$  mit  $f(r) = 0$ 
    - z.B. hat  $f(x) = x^2 + 1$  über  $\mathbb{Q}$  keine Nullstelle, über  $\mathbb{Z}_2$  die Nullstelle 1

## • Addition und Multiplikation in $K[x]$

– Sei  $f(x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i$  und  $g(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i$  (o.B.d.A.  $n \geq m$ )

•  $(f+g)(x) = \sum_{i=0}^n (a_i + b_i) x^i$   $\mathcal{O}(n)$  Additionen

•  $(f \cdot g)(x) = \sum_{i=0}^{n+m} c_i x^i$  mit  $c_k = \sum_{i=0}^k a_i b_{k-i}$   $\mathcal{O}(n \cdot m)$  Add./Mult.

– z.B. ist  $(x^2 + 2x + 1) \cdot (x^3 - 2x^2 + 2) = x^5 - 3x^3 + 4x + 2$

## • $(K[x], +, \cdot)$ ist ein Ring mit Division

–  $(K[x], +)$  ist eine abelsche Gruppe

–  $(K[x], \cdot)$  ist nullteilerfreie abelsche Halbgruppe mit Einselement 1

– Das Distributivgesetz gilt für  $+$  und  $\cdot$ .

– Division: Für  $f, g \in K[x]$  gibt es eindeutige Polynome  $q, r \in K[x]$   
mit  $f = q \cdot g + r$  und  $r=0$  oder  $\deg r < \deg g$

– Beweis: Konstruktion durch schriftliche Division  $\mathcal{O}(m \cdot (n-m))$  Ops.

– Bezeichnung:  $q = \lfloor f/g \rfloor$ ,  $r = f \bmod g$

– z.B.  $\lfloor x^3 - 2x^2 + 2 / x^2 + 2 \rfloor = x - 2$ ,  $x^3 - 2x^2 + 2 \bmod x^2 + 2 = -2x + 6$

## ● Konstruktion verallgemeinert $\mathbb{Z}_p$

- Restklassen modulo eines Ringelements  $f \in K[x]$  (anstelle von  $p \in \mathbb{Z}$ )
- Ringelement  $f$  muß **irreduzibel** sein (anstelle von “ $p$  Primzahl”)  
d.h.  $f$  darf nicht durch ein  $g$  mit  $\deg f > \deg g \geq 1$  teilbar sein
- z.B. ist  $f_1(x) = x^3 + 1$  reduzibel in  $\mathbb{Z}_2[x]$ , da  $f_1(x) = (x+1)(x^2+x+1)$
- $h(x) = x^2+x+1$  ist irreduzibel in  $\mathbb{Z}_2[x]$ , da  $h \equiv 1 \in \mathbb{Z}_2$ , aber für jeden echten Teiler  $g(x) = x+a$  der Wert  $a$  Nullstelle von  $h$  in  $\mathbb{Z}_2$  wäre

## ● $(K[x]/f, +, \cdot)$ ist Körper mit $|K|^{\deg f}$ Elementen

- $g \equiv h \pmod{f}$  falls  $f \mid g-h$
- $[g]_f = g + f \cdot K[x] := \{h \mid h \equiv g \pmod{f}\}$  ist die Restklasse von  $g$  modulo  $f$
- $K[x]/f$  ist die Menge aller Restklassen modulo  $f$
- $K[x]/f$  ist Körper, da zu jedem  $0 \neq g \in K[x]/f$  ein Inverses mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus konstruiert werden kann (Folie 14, §2.1)
- $|K[x]/f| = |K|^{\deg f}$ , weil jedes  $[g]_f$  ein  $h$  mit  $\deg h < \deg f$  enthält und die Restklassen dieser Polynome paarweise verschieden sind

## ● **Eindeutige Konstruktion möglich**

- Wähle Körper  $K$  mit  $p$  Elementen, wobei  $p$  Primzahl (z.B.  $(\mathbb{Z}_p, +_p, \cdot_p)$ )
- Bestimme ein irreduzibles Polynom  $f \in K[x]$  mit Grad  $n$
- $GF(p^n) = K[x]/f$  ist bis auf Isomorphie eindeutig bestimmt  
Insbesondere ist  $GF(p)$  isomorph zu  $(\mathbb{Z}_p, +_p, \cdot_p)$
- Satz: Für jeden endlichen Körper  $K$  gibt es eine Primzahl  $p$  sodaß  
 $K$  isomorph zu  $GF(p^n)$  für ein  $n$  ist

## ● **Endliche Körper sind zyklisch**

(Buchmann, Theorem 3.21.1)

- Satz: Ist  $(K, +, \cdot)$  Körper und  $q = |K|$  so ist  $(K^*, \cdot)$  eine zyklische Gruppe der Ordnung  $q-1$  mit  $\varphi(q-1)$  Erzeugern
- $(GF(p^n), \cdot)$  ist eine zyklische Gruppe der Ordnung  $p^n-1$
- $GF(2^8)$  ist zyklische Gruppe der Ordnung 255  
mit erzeugendem Polynom  $g(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$
- Für ungerades  $p$  ist  $p^n-1$  gerade, aber  $2^n-1$  kann eine Primzahl sein  
↳ **Konstruktion zyklischer Gruppen mit Primzahlordnung möglich**

# BEISPIEL: KONSTRUKTION VON $GF(2^3)$

- **Es gibt 8 Polynome**  $f(x) = x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 
  - Polynome mit  $a_0=0$  sind teilbar durch  $g(x) = x$
  - $f_1(x) = x^3+1$  ist reduzibel, da  $f_1(x) = (x+1)(x^2+x+1)$
  - $f_2(x) = x^3+x^2+1$  und  $f_3(x) = x^3+x+1$  sind irreduzibel ( $f_2 \equiv f_3 \equiv 1$ )
  - $f_4(x) = x^3+x^2+x+1$  ist reduzibel, da  $f_4(x) = (x+1)(x^2+1)$
  - $f_2$  und  $f_3$  sind geeignet als Basis für die Konstruktion

- **Operationen auf Koeffizienten reichen aus**

- $GF(2^3)$  enthält nur Polynome  $g(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  mit  $a_i \in \mathbb{Z}_2$
- Additions- und Multiplikation sind als Bitblockoperationen darstellbar  
z.B.  $(x^2+1) \cdot (x^2+x+1) \bmod f_3 = x^4+x^3+x+1 \bmod f_3 = x^2+x$   
entspricht  $101 \cdot 111 \bmod 1011 = 11011 \bmod 1011 = 110$

.	001	010	011	100	101	110	111
001	001	010	011	100	101	110	111
010	010	100	110	011	001	111	101
011	011	110	101	111	100	001	010
100	100	011	111	110	010	101	001
101	101	001	100	010	111	011	110
110	110	111	001	101	011	010	100
111	111	101	010	001	110	100	011

als Zahl

.	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	3	1	7	5
3	3	6	5	7	4	1	2
4	4	3	7	6	2	5	1
5	5	1	4	2	7	3	6
6	6	7	1	5	3	2	4
7	7	5	2	1	6	4	3

- **Liefert Körper mit Basis  $\mathbb{Z}_8^*$  aber mit Nichtstandard-Multiplikation**

# WEITERE KOMPONENTEN DES AES

- **Permutation ShiftRows:**  $\{0, 1\}^{128} \rightarrow \{0, 1\}^{128}$

- Bytepermutation auf Byte-Vektoren der Länge 16 (Tabelle)

- Vektoren werden als Matrix  $\begin{pmatrix} v_0 & v_4 & v_8 & v_{12} \\ v_1 & v_5 & v_9 & v_{13} \\ v_2 & v_6 & v_{10} & v_{14} \\ v_3 & v_7 & v_{11} & v_{15} \end{pmatrix}$  geschrieben

- **ShiftRows** verschiebt Zeile  $i$  zyklisch um  $i$  Positionen nach links

- **MixColumns: multipliziere Spalten in  $GF(2^8)$**

- **MixColumns** multipliziert Spalten mit  $\begin{pmatrix} x & x+1 & 1 & 1 \\ 1 & x & x+1 & 1 \\ 1 & 1 & x & x+1 \\ x+1 & 1 & 1 & x \end{pmatrix}$

wobei jedes Byte einer Spalte als Polynom betrachtet wird

- Lineare Abbildung, die **starke Diffusion** der Spalten erzeugt

# EIGENSCHAFTEN DES AES

- **Einfache Entschlüsselung des Chiffretextes**
    - Rückwärtsanwendung des gesamten Verfahrens
    - Jede einzelne Operation ist invertierbar
    - Rundenschlüssel müssen in umgekehrter Reihenfolge eingesetzt werden
  - **Schnelle Verarbeitung großer Datenmengen**
    - Einfache algorithmische Struktur, sehr effiziente Ausführung möglich
    - Alle Bestandteile sind als Hardwarekomponenten realisierbar
  - **Sicherheitsaspekte**
    - Verfahren liegt vollständig offen und wurde von Fachwelt inspiziert
    - 128 Bit Schlüssellänge verhindert **Brute-Force Attacken**
    - Algebraische Konstruktion der Tabellen und lineare Transformation erzeugen nahezu uniforme Verteilung der Schlüsseltexte
    - **Lineare und differentielle Analyse** ist praktisch unmöglich
- Zur Zeit sicher gegen alle bekannten Attacken**

# ITERATIVE BLOCKCHIFFREN: STÄRKEN & SCHWÄCHEN

- **Blockchiffren sind erfolgreich in der Praxis**
  - Bei großen Schlüsseln sicher gegen alle bekannten Attacken
    - Große S-Boxen erzeugen **starke Nichtlinearität**
    - Lineare Transformationen erzeugen **hohe Diffusion**
    - Große Block- und Schlüsselgröße verhindert statistische Analysen
  - **Effizient** durch Verwendung von  $\oplus$  und einfachen Operationen
    - Komponenten benötigen nur Tabellensuche oder ähnliches
    - Großer Datendurchsatz möglich
- **Es gibt keine theoretischen Sicherheitsgarantien**
  - Sicherheit basiert auf Erfahrung, nicht auf mathematischen Beweisen
- **Verfahren sind symmetrisch**
  - Schlüssel müssen zuvor über sichere Kanäle ausgetauscht werden
  - Aufbau einer spontanen sicheren Verbindung nicht möglich
  - **Praktische Verwendung erfordert Kombination mit Verfahren der Public-Key Kryptographie**