

Logik nach der Renaissance III

Die Logik des Bernard Bolzano

von
Nuria Brede

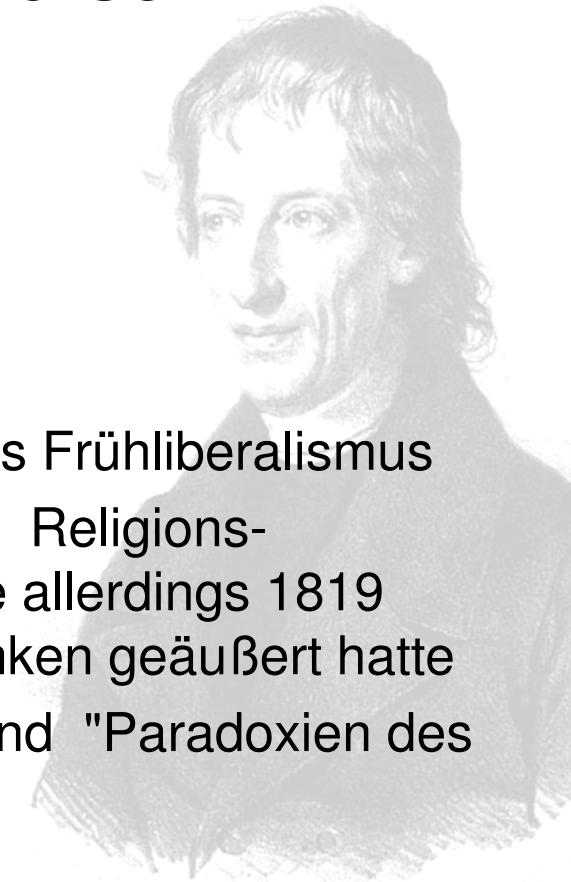
Proseminar Logik
WS 2003/04

Gliederung

- Einführung
 - *Exkurs: Kant*
- **Die Logik Bolzanos**
- Fazit
- Quellen

Bernard Bolzano - zur Person

- * 05.10.1781 - † 18.12.1848 in Prag
- österreichischer Religionsphilosoph,
Mathematiker und Erkenntnistheoretiker des Frühliberalismus
- War katholischer Priester und Professor für Religions-
Philosophie an der Universität Prag, wurde allerdings 1819
entlassen, weil er liberale politische Gedanken geäußert hatte
- Hauptwerke "Wissenschaftslehre" (1837) und "Paradoxien des
Unendlichen" (posthum)



Bolzanos Einflüsse

- Referenzen in "Wissenschaftslehre" deuten auf genauere Kenntnisse sowohl antiker Autoren wie *Sextus Empiricus* als auch moderner Vertreter ab *Descartes* hin
- Trotz Verweisen auf *Thomas von Aquin* und *Savonarola* offenbar weniger durch mittelalterliche Gedanken zur Logik beeinflusst
- Große Bewunderung für *Leibniz*, Titel "Wissenschaftslehre" scheint eine Verbindung der mittelalterlichen Auffassung von Logik als "**ars artium**" mit *Leibniz* "**scientia generalis**" herzustellen

Bolzano und Kant

- Zur Zeit Bolzanos war *Kants* idealistische Transzendental-Philosophie vorherrschend
- In vielen Punkten ist Bolzanos Arbeit im Dialog zu *Kants* Theorien zu sehen, seine Philosophie "vor-kritisch" (bezogen auf *Kants* "Kritik der reinen Vernunft")
- Während *Kant* logischen und noetischen Subjektivismus und eine Lehre der Anschauung vertritt, steht Bolzano auf einem strikt **ahistorischen** Standpunkt von unveränderlichen Wahrheiten; ist der Meinung, daß ein wahrer Satz **unabhängig von der Anschauung der Zeit** unveränderlich wahr ist

Exkurs: Immanuel Kant

- * 1724 - † 1804, dt. Philosoph, Mathematiker und Theologe
- Hält alle Neuerungen in der Logik seit Aristoteles für unerheblich (Logik als vollendete Wissenschaft)
- Allgemeines Wissen existiert in der Form von **analytischen und synthetischen Urteilen**
- **Analytische Urteile** sind so definiert, daß das **Prädikat bereits im Subjekt enthalten** ist; sie sind **a priori** und enthalten strenggenommen kein neues Wissen
- Bei **synthetischen Urteilen enthält das Subjekt das Prädikat noch nicht**; a posteriori beruhen diese somit auf Sinneserfahrungen
- **Synthetische Urteile a priori** sind für Kant auch möglich: sie beruhen auf **reiner Verstandeserkenntnis**

Grundgedanken Bolzanos

- Logik als übergeordnete Wissenschaft(slehre), die dazu dient, das gesamte Spektrum der Wahrheit in einzelne Wissenschaften aufzuteilen
- Logik ist von Psychologie und Rhetorik zu trennen
- Die **Möglichkeit** einerseits und **Erkenntnisvermögen** von Wahrheiten andererseits dürfen nicht verwechselt werden
- Trotzdem muß die Logik auch in Betracht ziehen, **wie man zu Wissen kommt** - sie kann nicht nur aus analytischen Wahrheiten im *Kant'schen* Sinne bestehen
- In gewissem Sinne ist Logik auch formal, da sie mit Formen von Schlüssen zu tun hat; dennoch ist es wichtig, Unterschiede wie **a priori** und **a posteriori** (im *Kant'schen* Sinn) zu beachten

Sätze-an-sich

- Definition Wissenschaft: Eine **Wissenschaft „im objektiven Sinn“** ist die **Summe objektiver Wahrheiten**, wobei diese Wahrheiten zumindest einem Menschen bekannt sein müssen
- Dennoch hängen Wahrheiten nicht davon ab, den Menschen bekannt zu sein - sinnvoller ist es anzunehmen, daß die meisten Wahrheiten ausschließlich Gott bekannt sind
- Eine objektive Wahrheit ist ein wahrer **Satz-an-sich**, also ein wahrer Inhalt eines Satzes: **etwas Denk- oder Ausdrückbares**, das aber nicht notwendigerweise tatsächlich gedacht oder ausgedrückt wird
- Bei Bolzano werden **Sätze-an-sich** im selben Sinn verwendet wie implizit von früheren Logikern „Frage“, "Theorem", "Dogma" etc. in speziellen Kontexten

Wahrheiten-an-sich

- Definition: Wahre Sätze-an-sich sind Wahrheiten-an-sich
- Es existieren unendlich viele Wahrheiten-an-sich, von denen auch unendlich viele den Menschen bekannt sind
- Induktiver Beweis für die Unendlichkeit der Menge der Wahrheiten-an-sich:
 - Angenommen, es gäbe ausschließlich falsche Sätze, so müsste doch es zumindest eine Wahrheit geben, nämlich:
 - (1) Alle Sätze sind falsch.
 - Wenn es n Wahrheiten gibt, so gibt es auch n+1 Wahrheiten:
 - (2) Es gibt n Wahrheiten.
 - Wenn es n Wahrheiten gibt, dann ist Satz (2) die (n+1)te Wahrheit und die ursprüngliche Annahme führt zum Widerspruch!

Wirkliches Dasein

- „**Existenz**“ oder „**Dasein**“ muss als **richtiges Attribut** beschrieben werden, obwohl dieses Attribut wiederum **einfach** und **undefinierbar** ist
- Sätze haben kein **wirkliches Dasein**, sie existieren nicht in Raum oder Zeit
- In Bolzanos Worten: „.... Sie sind nicht solches, das in irgend einem Orte, oder zu irgend einer Zeit, der auf sonst einer Art als Wirkliches bestände.“

Vorstellungen-an-sich

- Sätze-an-sich sollen sich aus **Vorstellungen-an-sich** zusammensetzen
- Anlehnung an *Leibniz'* Begriff von **Ideen**, die sich bei Änderungen unserer Mentalität nicht verändern
- Wie **Universalien** im Mittelalter, wobei Bolzano mit den *Nominalisten* übereinstimmt, dass sie **nicht existent** sind, und mit den *Realisten*, dass sie **nicht reine Namen** sind
- Also sind **Vorstellungen-an-sich** frei von jeglicher Erfahrung oder **Subjektivität**

Beispiel zu Vorstellungen-an-sich

- Beispielsatz:
 - Sokrates war ein griechischer Philosoph.
- Sieht das Subjekt eines Satzes – hier also Sokrates – losgelöst von der realen Person als zeitloses Wesen
- Eine Proposition wird also aus zeitlosen Konstituenten zusammengesetzt

Eigenschaften & Verhältnisse

- Definiert **Verhältnis** als **Beschaffenheit** eines Ganzen, dessen **Teile** diese **Beschaffenheit** nicht haben, obwohl jeder von ihnen die **äußere Beschaffenheit** besitzt, im **Verhältnis** zu den jeweils anderen Teilen zu stehen
- Eine **Eigenschaft** dagegen ist eine **innere Beschaffenheit**, die in keiner Weise ein **Verhältnis** mit einbezieht
- Unterscheidung von **Gegenseitigkeit** und **Einseitigkeit** eines Verhältnisses
- Vorstellungen, die eine innere Beschaffenheit vorstellen, werden **Eigenschaftsvorstellungen** genannt; diejenige, die sich auf eine äußere beziehen dagegen **Verhältnisvorstellungen**

Umfang

- Den **Umfang** oder das Gebiet einer Vorstellung erhält man, wenn man die **vorgestellten Gegenstände im Einzelnen angibt**
- Nur Vorstellungen, die nicht gegenstandslos sind, haben einen Umfang
- Gedanken zum Verhältnis von allgemeinen Ideen zueinander im Hinblick auf ihren Umfang illustriert Bolzano anschaulich mit Diagrammen und Beweisen

Verhältnisse im Hinblick auf Umfang

- Bsp. : (einer von Bolzanos Beweisen zu dieser Thematik)
 - Seien A und B zwei verkettete Ideen. Dann sind NICHT-A und NICHT-B ebenfalls verkettet, falls A und B zusammen nicht den weitesten denkbaren Umfang einnehmen und folgendes gilt:
 - (i) es gibt etwas, das sowohl unter NICHT-A als auch unter NICHT-B fällt
 - (ii) es gibt etwas, das unter NICHT-A fällt, aber nicht unter NICHT-B
 - (iii) es gibt etwas, das unter NICHT-B fällt, aber nicht unter NICHT-A

Umfang & Inhalt

- Widerspricht der Definition aus *Port Royal Logic*: Dort war **Inhalt** einer Idee **die Menge von Eigenschaften, die notwendigerweise Alles, was unter diese Idee fällt, besitzen muss**
- Kritisiert, dass seitdem die Begriffe **Inhalt** und **Umfang** als in verkehrtem Verhältnis zueinander stehend angesehen worden seien (also dass der Umfang einer Vorstellung abnimmt, wenn ihr Inhalt zunimmt und umgekehrt)
- Für Bolzano ist der **Inhalt** **die Menge der Begriffe, die zur Spezifizierung der Idee benötigt werden**
- Die Größe des Umfangs einer Vorstellung ergibt sich aus der Zahl der Gegenstände dieser Vorstellung

Beispiel zu Umfang & Inhalt

- (1) Der Mann, der alle europäischen Sprachen spricht.
 - (2) Der Mann, der alle lebenden europäischen Sprachen spricht.
- Idee (2) hat nach Bolzano sowohl den größeren **Inhalt** als auch den größeren **Umfang** als (1)

Klassen von Propositionen

- Eine **Klasse** von Sätzen setzt sich zusammen durch Sätze, die sich aus einem gegebenen **Satz** durch Ersetzung einer oder mehrerer Konstituenten bilden lassen
- Sofern alle einer Klasse angehörenden Sätze wahr sind (oder zumindest diejenigen, die **gegenständlich** sind, weil sie von realen Objekten handeln), ist der ursprünglich gegebene Satz **allgemein- oder vollgültig** in Bezug auf die Konstituenten, die ersetzt werden können
- Analog dazu ein **allgemein oder durchaus ungültiger** Satz
- Falls sich durch Ersetzung einige wahre, aber auch falsche Aussagen ergeben, so hat der ursprüngliche Satz einen **Zwischengrad von Gültigkeit**, der dem **Verhältnis wahrer und falscher Aussagen in der Klasse** entspricht

Analytische & Synthetische Sätze

- Ist eine Proposition (bzw. ein Satz) **allgemein gültig** oder **allgemein ungültig**, so ist diese **analytisch im Hinblick auf die ersetzbaren Konstituenten**
- Ansonsten ist ein Satz **synthetisch** (falls sich nicht ausschließlich wahre bzw. falsche Aussagen durch Ersetzung bilden lassen)
- Definition weiter gefasst als bei Kant
- Überlegt deshalb, ob es sinnvoll wäre, einen **analytischen Satz**, dessen **invariante Teil ausschließlich logische Vorstellungen enthält**, **logisch analytisch** oder **analytisch im engeren Sinne** zu nennen, denkt aber nicht, dass man eine klare Linie zwischen logischen und nicht-logischen Vorstellungen ziehen kann

Beispiel: analytisch vs. synthetisch

- Der Mensch Caius ist sterblich.
 - Ist vollgültig, wenn nur die Konstituente Caius ersetzbar ist
- Ein Dreieck enthält zwei rechte Winkel.
 - Ist synthetisch, da dieser Satz keine Konstituente enthält, aus deren Ersetzung sich ausschließlich wahre oder ausschließlich falsche Sätze ergeben
- Wichtigste Erkenntnis hinsichtlich der Unterscheidung analytisch / synthetisch: **Bestimmte Eigenschaften von Sätzen hängen von ihrer Struktur ab.**

Verträglichkeit von Sätzen

- Gibt es unter den Konstituenten der verschiedenen Sätzen einer Gruppe solche, die in der gesamten Gruppe ersetzt werden können, so dass man ausschließlich wahre Sätze erhält - dann sind die ursprünglichen Sätze der Gruppe **verträglich**, sonst **unverträglich** im Hinblick auf jene Konstituenten.
- Ein **möglicher** Satz ist **verträglich mit allen Begriffswahrheiten** (reine, generelle Wahrheiten)
- Eine **notwendige** Wahrheit ist dadurch definiert, daß ihre **Negation unverträglich mit allen Begriffswahrheiten** ist

Ableitbarkeit

- Die Sätze M,N,O,... heißen **ableitbar** von den Sätzen A,B,C,D,... in Abhängigkeit von den Konstituenten i,j,... sofern alle Mengen von Ideen, die Mengen von wahren Sätzen erzeugen, wenn sie in A,B,C,D,... für i,j,... eingesetzt werden, dasselbe tun, wenn sie in M,N,O,... Für i,j,... eingesetzt werden
- Ableitbarkeit als Relation kann auch zwischen falschen Propositionen bestehen (etwas andere Vorstellung von Ableitbarkeit als sie heute vorherrscht)
- Ableitbarkeit ist ein Spezialfall von Verträglichkeit
- Kein Satz kann seine eigene Negation als Konsequenz haben (These von Aristoteles, die Bolzano verteidigt)

Ableitbarkeit (2)

- Kein Satz, es sei denn er ist universell wahr, kann ableitbar sowohl aus einem Satz als auch dessen Negation sein
 - Falls ein Satz Konsequenz der Prämissen A,B,C,D,...,X und auch der Prämissen A,B,C,D,...,NICHT-X ist, so folgt er allein aus A,B,C,D,...
- Die Relation Ableitbarkeit ist transitiv
 - Wenn M ableitbar ist aus A,B,C,D,... Dann ist NICHT-A ableitbar aus B,C,D,...,NICHT-M
- Folgt ein Satz aus einer Menge von Sätzen, aber nicht aus irgendeiner Untermenge dieser Menge, dann heißt diese Relation exakt ableitbar; weder die Konsequenz noch eine der Prämissen können in diesem Fall universell gültig sein

Ableitbarkeit (3)

- Notation für ableitbar-aus:

$$\frac{A, B, C, D, \dots}{M}$$

- Weitere Theoreme:

$$\frac{- A, B, C, D, E, F, G, \dots}{M} \rightarrow \frac{A, B, C, D, \dots}{\text{Falls } E, F, G, \dots \text{ Dann } M}$$

$$\text{Aus } \frac{A, B, C, D, \dots}{M} \text{ und } \frac{H, J, K, \dots}{\text{NICHT}-M} \text{ folgt } \frac{A, B, C, D, \dots}{\text{NICHT}(H \text{ und } J \text{ und } K \dots)}$$

Schema eines Satzes

- Jede These muss aus **Unterlage**, **Aussageteil** und **Bindeglied** bestehen
- Dabei ist die Unterlage die **Beschaffenheit**, die in der Sprache durch ein abstraktes Nomen repräsentiert wird und das Bindeglied ist **haben**
- Bsp.:
 - Gott existiert. = Gott hat Existenz.
 - Sokrates war weise. = Sokrates-in-Vergangenheit hat Weisheit.

Fazit

- Zwar gehört Bolzanos logisches Werk zu den interessantesten seiner Zeit, dennoch war er nicht sehr einflussreich
- Wie Leibniz war er seiner Zeit voraus, war bemüht um mathematische Formalisierung und nahm z.B. Grundlagen der modernen Logik wie logische Folgerungen vorweg
- Mit Verträglichkeit und Ableitbarkeit von Sätzen Wegbereiter der axiomatischen Logik
- Erst im 20. Jahrhundert wurden seine Entwürfe zur Logik wieder aufgegriffen (während seine Bedeutung als Mathematiker schon wesentlich früher bekannt war)

Quellen

- Kneale, William & Martha: *The Development of Logic*
 - Bolzano, Bernard: *Wissenschaftslehre*
 - Daněk, Jaromír: Weiterentwicklung der Leibnizschen Logik bei Bolzano
-
- www.philosophenlexikon.de
 - www.phillex.de
 - www.bautz.de/bbkl/