

Universität Potsdam  
Institut für Informatik  
Proseminar Logik

# **Die Logik Leibniz`**

von Jens Wegner

26.11.2003

**Gliederung**

1. Kurzbiographie
2. Leibnizsche Philosophie
3. Kombinatorik
4. Allgemeine formale Sprache
5. Logischer Kalkül
6. Fazit
7. Quellen

## **1. Kurzbiographie**

**Leibniz, Gottfried Wilhelm** (\* 1646, † 1716) deutscher Mathematiker und Philosoph, gilt als der letzte deutsche Universalgelehrte.

- geboren in Leipzig
- lernt ab 8 Jahren autodidaktisch erst Latein, dann Griechisch
- Philosophie und Rechtswissenschaft in Leipzig, Jena, Altdorf
- wird mit 18 Magister, mit 20 Doktor, schlägt Professur aus
- Hofrat in Mainz und Hannover
- viele Reisen und längere Aufenthalte (Paris, London, Wien, Rom)
- intensive praktische Tätigkeit als Staatsmann und Vermittler
- führt 1675 erste Rechenmaschine vor
- Gründung und Präsident der preuß. Akademie der Wissenschaften
- verfasst Wissenschaftliche Werke, Zeitschriftenaufsätze und Briefe



## **2. Leibnizsche Philosophie**

- **Studium der Logik Aristoteles`**

- Renaissance > Antike > Syllogismen
- großer Respekt vor den Erkenntnissen Aristoteles
- Aristoteles Grundsätze - „schönste Entdeckung des menschlichen Geistes“
- Ausgangspunkt für eine Kunst der Unfehlbarkeit, die in eine Art universeller Mathematik zu überführen sei
- nicht jede Argumentation besitzt syllogistische Form
- Syllogismen mit 4 Figuren und je 6 Modi
- singuläre Sätze als universal betrachtet - zum Zwecke der Theorie der Syllogismen

- Wahrheit eines Satzes ist abhängig davon, ob das Prädikat im Subjekt enthalten ist (*"praedicatum inest subiecto"*).

Bsp.:     “Der Mensch ist ein Lebewesen.“ (w)  
              “Der Mensch ist ein Steinblock.“ (f)

- Unterscheidung zwischen notwendigen und kontingenten Wahrheiten

Bsp.:     “Das Auto ist ein Fahrzeug.“ (ewig)  
              “Das Auto fährt mit Benzin.“ (möglich)

- Problem des Begriffskombination von Subjekt und Prädikat

- Mittel der aristotelischen Logik

- Grundlagen deduktiver Verfahren
- Axiomatisierung
- Formalisierung

=> wichtig und wegbereitend aber **nicht ausreichend**

- **Wissenschaft und Weltfragen**

- Erfahrung und Vernunft
- Descartes, Spinoza, Hobbes, Locke
- deduktive Methode als Ideal der Erkenntnis
- System mathematischer Beweise
- Kunst der wissenschaftlichen Invention

**>> Ist die Welt in ein Begriffssystem transformierbar? <<**

- Rechnen mit Begriffen
- Analyse der aktuellen und möglichen Welten
- Ziel der Analyse: „analytische Wahrheiten“
- Systemzusammenhang = Kalkül

>> ***Entbehrt ein solches Begriffssystem der Subjektivität des menschlichen Geistes? <<***

- Kraft der Möglichkeiten der Mathematik
- mathematische Präzision und Strenge
- metaphysische Untersuchung
- Einordnung der Sätze „kontingente Wahrheiten“ und „analytische Wahrheiten“ in ein mathematisches, metaphysisches Modell
- Logik: „alle möglichen Welten in begrifflicher Transformation erleuchten“
- Ziel:      **Einheitswissenschaft** oder **logistische Wissenschaft**

### **3. Kombinatorik**

- **Lösung zum Aufbau der Logik**

- Termini und Begriffe sind Material zur systematischen Bildung von Sätzen
- Mathematik stellt Ausgangspunkt dar
- Idee: „Logik ist allgemeine Mathematik“
  - alle „Wahrheiten“ leiten sich aus „einfachen Wahrheiten“ ab
  - führt zu einer Menge primitiver, nicht weiter beweisbaren Ideen
- Kombination dieser Ideen führt zu allen zusammengesetzten Ideen
  - „entdecken von Ideen“

- „***De Arte Combinatoria***“

- als 19jähriger verfasst
- „Alphabet der menschlichen Gedanken“
- Kriterien für die Verwendbarkeit:
  - (a) endlich und komplett
  - (b) Prozedur zur Betrachtung aller Möglichkeiten
- alle Prädikate zum Subjekt bzw. alle Subjekte zum Prädikat finden
- kombinatorisches Verfahren ist der Weg zur Transformation  
in arithmetische Begriffsstruktur
- nicht reduzierbare Begriffe: Termini 1.Ordnung
- weitere Klassen: Termini 2.Ordnung, 3.Ordnung usw.
- zusammengesetzter Terminus vermittelt Kombination Termini 1.Ordnung

- Symbolik in Form von Produkt aus Buchstaben und Zahlen
- Bruchdarstellung für Terme höherer Ordnung als 1.

$$\frac{\text{Zahl des Terminus in der Klasse}}{\text{Zahl der Klasse}}$$

- Ergebnis: einheitliche, genau bestimmte Formel
- Forderung der vollständigen Beweisbarkeit und Ableitbarkeit (**logisches Ideal**)
- Prämissen werden durch Definitionen und „identische Sätze“ vertreten
- logisches Ideal setzt Möglichkeit voraus alle Prädikate zu einem gegebenen Subjekt zu finden
- axiomatisch aufgebaute Theorie der Erfüllbarkeit logischer Formeln

#### **4. Allgemeine formale Sprache**

- **Auftakt allgemeiner Sprachen**

- Symbolik in der Mathematik bereits von Leibniz angewandt (Infinitesimalrechnung)
- Wunsch nach einer universellen, formalen Sprache
- es existierten mehrere Vorschläge zur Bildung universeller oder internationaler Sprachen (*Becher, Kircher, Wilkins, Dalgano*)
- logische Verhältnisse der Begriffe zum Ausdruck bringen
- Instrument der logischen Analyse
- Repräsentation der Termini durch zweckmäßige Zeichen
- ideographisches Alphabet (Symbolisierung der Ideen nicht der Worte)
- Sprache als Kalkül , Algebra des Denkens

- „***Characteristica universalis***“

### **Anforderungen**

- „reale Charakteristik“
- Analyse von Charakteren durch Zerlegung auf einfache Grundbegriffe
- analytische Aufgabe
- alle Gedanken sind nur Kombinationen dieser Grundbegriffe
- Lexikon bzw. Enzyklopädie der menschlichen Gedanken
- Syntax beschrieben durch „rationelle Grammatik“ für Relationen, Funktoren und logische Konstanten in den Sätzen
- Vergabe von „Charakteren“ für Grundbegriffe (Termini 1. Ordnung)
- Vergabe von Zeichen für Kombinationen und Verhältnisse

## **Resultat**

- keine Vorgabe eines Schemas oder Ausarbeitung eines Ansatzes einer allgemeinen Sprache
- allgemeine Sprache oder Schrift ist nur Folge oder Ergänzung einer allgemeinen Charakteristik
- Unterscheidung in allgemeine Sprache und logischen Kalkül („*Calculus ratiocinator*“)
- Arithmetik und Algebra galten als gelungene Vorbilder
- Symbole repräsentieren quantitative Bestimmungen und Relationen
- Aufsatz „*De analysi situs*“: Axiomatisches System aus Definitionen
- künstliche Zeichen als Symbole der Variablen
- Symbole für synkategorematische Ausdrücke
- extensionale Interpretation
- Zeichen, Symbole sind kurz und dicht => überschaubar

- „Verkürzungen der Gedanken“
- Charaktere repräsentieren in Form und Struktur die Ableitbarkeit auf ihre Bedeutung und ihre Eigenschaften
- „Charaktere drücken alle Relationen die in den Dingen sind aus.“

## **5. Logischer Kalkül**

- Logisches Werk besteht nur aus Fragmenten
- elementare tautologischen Sätze der klassischen Aussagenlogik und Mengentheorie
- Ableitung nach der Regel der Substitution und des Modus ponens

- (1) *A ist A; (2) AB ist A; (3) A ist nicht nicht-A; (4) Nicht-A ist nicht A;*  
(5) *Alles was nicht A ist, ist nicht-A*      (6) *Alles was nicht nicht-A ist, ist A*  
(7) *A ist B und B ist C, A ist deshalb C (...)*

- Ableitung folgender Schemen aus Aristoteles` Typen:

<i>Typ</i>	<i>Erstes Schema</i>	<i>Zweites Schema</i>
<i>Jedes A ist B</i>	<i>A non-B est non-ens</i>	$AB = A$
<i>Einige A sind nicht B</i>	<i>A non-B</i>	$AB \neq A$
<i>Kein A ist B</i>	<i>AB est non-ens</i>	$AB \neq AB \text{ ens}$
<i>Einige A sind B</i>	<i>AB est ens</i>	$AB = AB \text{ ens}$

*ens* = einige, *non-ens* = keine

- Juxtaposition der Symbole
- Schwierigkeit Prädikat „ist“ symbolisch auszudrücken
- starke Fragmentierung seiner Ansätze von Notationen zu Kalkülen

- **logischer Kalkül und Inhalt der Aussagen**

- das Schließen unabhängig auf dem Inhalt der gedachten Sätze
- auf das äußerste vereinfachte Denken abstrahiert vom konkreten Denkverfahren
- bei Anwendung der strengen aber einfachen Regel eines Kalküls,  
muss der Inhalt nicht mitgedacht werden
- trotzdem keine „inhaltslose“ Logik

## **6. Fazit**

**>> Was ist das wesentlich Neue in der Logik von Leibniz? <<**

**die mathematische, mathematisierte Logik  
unter der Voraussetzung der modernen symbolischen Mathematik**

- Leibniz war damit seiner Zeit voraus („Mathesis universalis“)
- *Descartes* und *Spinoza* Wegbereiter der Metaphysik
- dauerte ca. 150 Jahre: *Boole – Aussagenlogik*
- „*leitender Ariadnefaden*“ der Schöpfungen menschlichen Geistes

- Leibniz Idee der Strukturanalyse findet sich in formalen Sprachen und Kalkülen
  - o Wissen wird aus wenigen primitiven Regeln durch rekursive Anwendung aufgebaut.
  - o Vielfalt der Objekte nur scheinbar durch unendliche Zahl von Möglichkeiten
  - o endliche Zahl von Grundideen/begriffen kombiniert

>> **Wie unterscheiden sich formale und „normale“ Sprachen? <<**

## **7. Quellen**

- [KNEALE] Kneale, W. und Kneale M. "The Development of Logic", Clarendon Press, 1984  
ISBN 0 19 824773 7
- [DANEK] Danek, J. "Weiterentwicklung der Leibnizschen Logik bei Bolzano," Band 65  
Verlag Anton Hain, 1970