

# Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz, Dipl. Math. Eva Richter

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Wintersemester 2003/04

Blatt 2 — Abgabetermin: 11. November 2003, 13:00

*Bitte denken Sie daran, alle verwendeten Quellen anzugeben.*

*Jede Aufgabe kann mit 2 (gute Lösung), 1 (Lösung mit kleineren Fehlern) oder 0 Punkten (keine Lösung oder Lösung mit groben Fehlern) beurteilt werden.*

## Aufgabe 2.1 (Simulation von Mehrband-Turingmaschinen durch Einband-Turingmaschinen)

Gegeben sei die Zweiband-Turingmaschine (Bsp. 1.2.18 aus A. Asteroth, C. Baier: Theoretische Informatik, Pearson 2002)  $\mathcal{T} = (\{s_0, s_1, s_2\}, \{0, 1\}, \{0, 1\}, \delta, s_0, b)$  mit der folgenden Übergangsfunktion:

$$\begin{aligned}\delta(s_0, 0, b) &= (s_0, \langle 0, R \rangle, \langle 0, R \rangle) \\ \delta(s_0, 1, b) &= (s_1, \langle 1, H \rangle, \langle b, L \rangle) \\ \delta(s_1, 1, 0) &= (s_1, \langle 1, R \rangle, \langle 0, L \rangle) \\ \delta(s_1, b, b) &= (s_2, \langle b, H \rangle, \langle b, H \rangle)\end{aligned}$$

Geben Sie eine Einband-Turingmaschine  $\mathcal{T}'$  an, die  $\mathcal{T}$  schrittweise simuliert.

## Aufgabe 2.2 (Arbeitsweise von Registermaschinen)

Geben Sie eine Registermaschine  $\rho = (S, 3, \delta, s_0, \{s_f\})$  an, sodaß die von  $\rho$  berechnete Funktion

$$h_\rho : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

definiert ist durch:

$$h_\rho(n_1, n_2) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n_1 = n_2 \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Verwenden Sie dabei nur die Operationen  $(+1), (-1), (0)$ .

## Aufgabe 2.3 (Arbeitsweise von Registermaschinen)

**Definition:** Wir definieren Registermaschinenprogramme (RM-Programme) induktiv und simultan wie folgt:

- $i_k^+$  ist ein RM-Programm für  $1 \leq k \leq n$ . Die Wirkung des Programms ist die Erhöhung des  $k$ -ten Registerinhalts um 1.
- $i_k^-$  ist ein RM-Programm für  $1 \leq k \leq n$ . Die Wirkung des Programms ist das Verkleinern des  $k$ -ten Registerinhalts um 1 (für  $i_k > 0$ , sonst keine Wirkung).
- Seien  $M_1$  und  $M_2$  zwei RM-Programme. Dann ist auch  $M_1 M_2$  ein Programm. Die Wirkung von  $M_1 M_2$  ist, daß erst  $M_1$  und danach  $M_2$  ausgeführt werden soll.

4. Ist  $M$  ein RM-Programm, so ist auch seine Iteration

WHILE  $i_k \neq 0$  DO  $M$

ein RM-Programm. Die Wirkung dieses Programms ist die Hintereinanderausführung von  $M$  solange der Inhalt des  $k$ -ten Registers von 0 verschieden ist.

Geben Sie ein Registermaschinenprogramm an, um die Funktion  $f(n_1, \dots, n_5) = \max_{i \in \{1, \dots, 5\}} \{n_i\}$  zu berechnen. Geben Sie für das Tupel  $(3, 4, 2, 1, 9)$  die Folge der Konfigurationen an.

**Aufgabe 2.4** (Arbeitsweise von Registermaschinen )

Seien  $M_1$  und  $M_2$  Registermaschinenprogramme. Geben Sie ein Registermaschinenprogramm an, welches eine IF-Anweisung der folgenden Form ausführt:

IF  $i_k \neq 0$  THEN  $M_1$  ELSE  $M_2$ .

(Falls der Inhalt der  $k$ -ten Registerzelle verschieden von 0 ist, soll das Registermaschinenprogramm  $M_1$  – sonst das Programm  $M_2$  ausgeführt werden.)

Zur Vereinfachung darf davon ausgegangen werden, daß weder  $M_1$  noch  $M_2$  einen Einfluß auf den Inhalt des  $k$ -ten Registers haben.