Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz, Dipl. Math. Eva Richter

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Wintersemester 2003/04

Blatt 2 — Abgabetermin: 11. November 2003, 13:00

Bitte denken Sie daran, alle verwendeten Quellen anzugeben.

Jede Aufgabe kann mit 2 (gute Lösung), 1 (Lösung mit kleineren Fehlern) oder 0 Punkten (keine Lösung oder Lösung mit groben Fehlern) beurteilt werden.

Aufgabe 2.1 (Simulation von Mehrband-Turingmaschinen durch Einband-Turingmaschinen)

Gegeben sei die Zweiband-Turingmaschine (Bsp. 1.2.18 aus A. Asteroth, C. Baier: Theoretische Informatik, Pearson 2002) $\mathcal{T} = (\{s_0, s_1, s_2\}, \{0,1\}, \{0,1\}, \delta, s_0, b)$ mit der folgenden Übergangsfunktion:

$$\begin{array}{rcl} \delta(s_0, 0, b) & = & (s_0, \langle 0, R\rangle, \langle 0, R\rangle) \\ \delta(s_0, 1, b) & = & (s_1, \langle 1, H\rangle, \langle b, L\rangle) \\ \delta(s_1, 1, 0) & = & (s_1, \langle 1, R\rangle, \langle 0, L\rangle) \\ \delta(s_1, b, b) & = & (s_2, \langle b, H\rangle, \langle b, H\rangle) \end{array}$$

Geben Sie eine Einband-Turingmaschine $\mathcal{T}'$ an, die $\mathcal{T}$ schrittweise simuliert.

Aufgabe 2.2 (Arbeitsweise von Registermaschinen)

Geben Sie eine Registermaschine $\rho = (S, 3, \delta, s_0, \{s_f\})$ an, sodaß die von ρ berechnete Funktion

$$h_\rho : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$$

definiert ist durch:

$$h_\rho(n_1, n_2) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n_1 = n_2 \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Verwenden Sie dabei nur die Operationen (+1),(-1),(0).

Aufgabe 2.3 (Arbeitsweise von Registermaschinen)

Definition: Wir definieren Registermaschinenprogramme (RM-Programme) induktiv und simultan wie folgt:

1. i_k^+ ist ein RM-Programm für $1 \leq k \leq n$. Die Wirkung des Programms ist die Erhöhung des k-ten Registerinhalts um 1.

2. i_k^- ist ein RM-Programm für $1 \leq k \leq n$. Die Wirkung des Programms ist das Verkleinern des k-ten Registerinhalts um 1 (für $i_k > 0$, sonst keine Wirkung).

3. Seien M_1 und M_2 zwei RM-Programme. Dann ist auch M_1M_2 ein Programm. Die Wirkung von M_1M_2 ist, daß erst M_1 und danach M_2 ausgeführt werden soll.

4. Ist M ein RM-Programm, so ist auch seine Iteration

$$\text{WHILE } i_k \neq 0 \text{ DO } M$$

ein RM-Programm. Die Wirkung dieses Programms ist die Hintereinanderausführung von M solange der Inhalt des k-ten Registers von 0 verschieden ist.

Geben Sie ein Registermaschinenprogramm an, um die Funktion $f(n_1, .., n_5) = \max_{i \in \{1,...5\}} \{n_i\}$ zu berechnen. Geben Sie für das Tupel $(3, 4, 2, 1, 9)$ die Folge der Konfigurationen an.

Aufgabe 2.4 (Arbeitsweise von Registermaschinen)

Seien M_1 und M_2 Registermaschinenprogramme. Geben Sie ein Registermaschinenprogramm an, welches eine IF-Anweisung der folgenden Form ausführt:

$$\text{IF } i_k \neq 0 \text{ THEN } M_1 \text{ ELSE } M_2.$$

(Falls der Inhalt der k-ten Registerzelle verschieden von 0 ist, soll das Registermaschinenprogramm M_1– sonst das Programm M_2 ausgeführt werden.)

Zur Vereinfachung darf davon ausgegangen werden, daß weder M_1 noch M_2 einen Einfluß auf den Inhalt des k-ten Registers haben.