Übung zur Vorlesung

Automatisierte Logik und Programmierung

Prof. Chr. Kreitz

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2004

Blatt 2 — Abgabetermin: —

Aufgabe 2.1

Beweisen Sie mit und ohne Verwendung der `arith`-Entscheidungsprozedur

$\forall$`x,y:`$\mathbb{Z}$`.  x<y+4` $\wedge$ `y-23<55` $\wedge$ `x>y` $\wedge$ `y-1>35` $\Rightarrow$ `(x<86` $\vee$ `y<1)` $\wedge$ `25<x`

Hinweis: Verwenden Sie die Strategie `simple_prover` um das Beweisziel vorzubereiten. Gehen Sie davon aus, daß `Arith` – die Taktik-Version von `arith` – auch die in Definition 3.4.5 vorgestellten Ungleichungen verarbeiten kann und `Wf` alle anfallenden Wohlgeformtheitsziele lösen kann.
Für die Lösung ohne `Arith` empfiehlt es sich, allgemeine arithmetische Lemmata aufzustellen und mit `InstLemma` anzuwenden. Die Lemmata brauchen nicht bewiesen zu werden.

Aufgabe 2.2 (Grundlagen der `arith`-Prozedur)

2.2–a Beschreiben Sie einen Algorithmus, der überprüft, ob ein gerichteter Graph einen Zyklus besitzt.

2.2–b Zeigen Sie, daß Entscheidbarkeit von Formeln unter aussagenlogischen Konnektiven ($\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$) abgeschlossen ist.

2.2–c Beschreiben Sie eine Taktik, welche elementar-arithmetische Formeln in konjunktive Normalform (als Vorbereitung für `arith`) umwandelt.

Aufgabe 2.3 (Etwas Theoretisches als Zusatzaufgabe)

2.3–a Zeigen Sie, daß eine Sequenz $\Gamma \vdash G_1 \vee \ldots \vee G_n$ genau dann gültig ist, wenn Γ, $\neg G_1, \ldots, \neg G_n \vdash \Lambda$ gültig ist, sofern alle Formeln G_i entscheidbar sind.

2.3–b Es sei $\Gamma = v_1 \geq u_1 + c_1, \ldots, v_n \geq u_n + c_n$ eine Menge von atomaren arithmetischen Formeln, wobei die v_i und u_i Variablen (oder `0`) und die c_i ganzzahlige Konstanten sind, und $\mathcal{G}$ der Graph, der die Ordnungsrelation zwischen den Variablen von Γ beschreibt.

Zeigen Sie, daß Γ genau dann widersprüchlich ist, wenn $\mathcal{G}$ einen positiven Zyklus besitzt.

(Hierzu gibt es vorerst keine Musterlösung)

Aufgabe 2.4

Beweisen Sie die Gültigkeit der Formel

$\forall$`a,b:`$\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\rightarrow\mathbb{Z}$`.`$\forall$`c,d,e,f:`$\mathbb{Z}$`.  d=e` $\Rightarrow$ `a(b(d,f),c)=a(b(e,f),c)`

ohne Verwendung der `equality` Regel.

Hinweis: Verwenden Sie Tacticals wie `THEN`, `Repeat` etc. und gehen Sie davon aus, daß die Tactic `Wf` alle hierbei anfallenden Wohlgeformtheitsziele lösen kann.