Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2004

Blatt 3 — Abgabetermin: 7. Mai 2004, 11.00 Uhr

Quiz 3

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als "wahr" oder "falsch".

[ ] Die Worte "web", "ebay" und "Zylinderkopfdichtung" können nur von nichtdeterministischen endlichen Automaten (NEA) akzeptiert werden.

[ ] Die Übergangsfunktion eines NEA ordnet jedem Paar (q, a) mit $q{\in}Q, a{\in}\Sigma$ eine Teilmenge von Q zu, die auch leer sein kann.

[ ] Sei $A{=}(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein NEA mit $\hat{\delta}(q_0, w){=}\{q_2, q_3\}$. Das Wort w wird genau dann von A akzeptiert, wenn $\{q_2, q_3\}{\subseteq}F$.

[ ] Jeder NEA mit n Zuständen kann in einen deterministischen endlichen Automaten (DEA) mit maximal n^2 vielen Zuständen überführt werden, der dieselbe Sprache akzeptiert.

[ ] Die erste Aussage von Quiz 3 kann durch ein Gegenbeispiel widerlegt werden.

Aufgabe 3.1 (NEA: Umwandlung NEA in DEA)

Sei L_{abba} eine Sprache, die alle Wörter aus $\{a, b, c\}^*$ enthält, die das Wort *abba* enthalten.

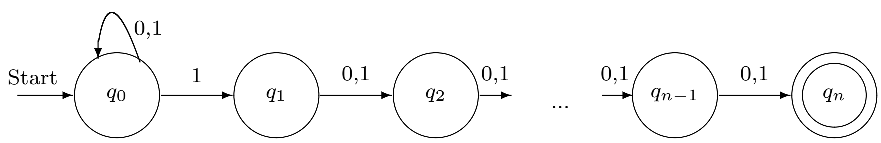
1. Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten $A{=}(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ an, der die Sprache L_{abba} akzeptiert. Geben Sie sowohl das Übergangsdiagramm als auch die Übergangstabelle für δ an.

2. Wandeln Sie Ihren nichtdeterministischen Automaten A in einen deterministischen Automaten $A'{=}(Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$ um, der dieselbe Sprache wie A akzeptiert. Benutzen Sie die (iterative) optimierte Teilmengenkonstruktion zur Berechnung der neuen Zustandsmenge Q'.

3. Wieviele Elemente hätte die Potenzmenge $\mathcal{P}(Q)$ der Zustandsmenge Q?

Aufgabe 3.2 (NEA: Simultane Induktion)

Gegeben sei der durch das folgende Übergangsdiagramm definierte nichtdeterministische Automat A, für ein beliebiges aber festes $n{\in}I\!N$, $n{\geq}1$.



Beweisen Sie, dass dieser Automat die folgende Sprache akzeptiert:

$$L(A){=}\{w{\in}\{0,1\}^* \mid \text{ das } n\text{-te Zeichen vor dem Ende von } w \text{ ist eine } 1\}.$$

Tipp: Zeigen Sie durch simultane (strukturelle) Induktion über w, dass sich der Automat nach dem Lesen der Eingabefolge w im Zustand q_i befindet, d.h $q_i{\in}\hat{\delta}(q_0, w)$ für $i{\geq}1$ genau dann, wenn das i-te Zeichen vor dem Ende von w eine 1 ist.

Aufgabe 3.3 (NEA: Textanalyse) *[3 Punkte]*

Sei $L=\{w\in\{a,b,c,d\}^* \mid w=vabc$ oder $w=vbc$ oder $w=vca$ für ein $v\in\{a,b,c,d\}^*\}$.

1. Enwerfen Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, der die Sprache $L(A)$ akzeptiert.
2. Wandeln Sie Ihren nichtdeterministischen Automaten A in einen deterministischen Automaten $A'=(Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$ um, der dieselbe Sprache wie A akzeptiert. Benutzen Sie die (iterative) optimierte Teilmengenkonstruktion zur Berechnung von Q'.

Aufgabe 3.4 (NEA: Umwandlung DEA in NEA) *[3 Punkte]*

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass für jeden nichtdeterministischen Automaten (NEA) A ein äquivalenter deterministischer Automat (DEA) A' konstruiert werden kann, der dieselbe Sprache wie A akzeptiert. Um zu zeigen, dass NEAs und DEAs die gleiche Menge von Sprachen akzeptieren, muss noch die Gegenrichtung bewiesen werden.

Zeigen Sie: Wenn eine Sprache L von einem DEA A' akzeptiert wird, dann gibt es auch einen NEA A, der L akzeptiert.

Tipp: Sei $A'=(Q', \Sigma', \delta', q_0, F')$ ein DEA. Dann kann ein äquivalenter NEA $A=(Q, \Sigma, \delta, \{q_0\}, F)$ konstruiert werden mit $\delta(q,a)=\{p\}$, wenn $\delta'(q,a)=p$. Zeigen Sie durch (strukturelle) Induktion über w, wenn $\hat{\delta}'(q_0,w)=p$, dann $\hat{\delta}(q_0,w)=\{p\}$. Geben Sie auch die Mengen Q, Σ und F an, und zeigen Sie dass w genau dann von A akzeptiert wird, wenn w von A' akzeptiert wird.

Aufgabe 3.5 (NEA: Simultane Induktion) *[3 Punkte]*

Sei L_{000} eine Sprache, die alle Wörter in $\{0,1\}^*$ enthält, bei denen die Anzahl der vorkommenden Nullen ein Vielfaches von drei ist.

1. Geben Sie einen deterministischen oder nichtdeterministischen endlichen Automaten A mit maximal drei Zuständen an, der die Sprache L_{000} akzeptiert. Beachten Sie, dass Null ein Vielfaches von drei ist.
2. Beweisen Sie, dass der von Ihnen entwickelte Automat A die Sprache L_{000} akzeptiert.

   Tipp: Geben Sie an welche Form eine Eingabe w hat, wenn sich der Automat im Zustand q_i befindet. Beweisen Sie dann durch simultane Induktion über w die Richtigkeit Ihrer Aussagen.

Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- Prof. Christoph Kreitz, Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060
  Sprechstunde: immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Mittwoch 11.00 bis 12.30 Uhr
- Jens Otten, Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072
  Sprechstunde: immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Dienstag 14.00 bis 16.00 Uhr.