

Theoretische Informatik I

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2004

Blatt 8 — Abgabetermin: 19. Juni 2004, 11.00 Uhr

Quiz 8

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als "wahr" oder "falsch".

- [] Falls die Sprache L regulär ist, dann ist auch $L^m := \{w^m \mid w \in L\}$ für $m \in \mathbb{N}$ regulär.
- [] Falls L regulär ist, dann ist auch die Sprache $L^m \circ L^m$ regulär.
- [] Seien A_1 und A_2 zwei DEAs mit n_1 und n_2 Zuständen. Dann gibt es einen DEA mit $n_1 + n_2$ Zuständen, der die Sprache $L := L(A_1) \circ L(A_2)$ akzeptiert.
- [] Für jede reguläre Sprache L gibt es genau einen minimalen regulären Ausdruck R mit $L = L(R)$.
- [] Die Minimierung eines NEA mit Hilfe des Table-filling Verfahrens erzeugt einen minimalen NEA.

Aufgabe 8.1 (Abschlusseigenschaften regulärer Sprachen)

Zeigen Sie, dass die regulären Sprachen bezüglich der folgenden Operationen abgeschlossen sind:

1. $\min(L) := \{w \mid w \in L \text{ und kein echter Präfix von } w \text{ ist in } L \text{ enthalten}\}.$
2. $\max(L) := \{w \mid w \in L \text{ und für alle Wörter } x \neq \epsilon \text{ gilt } wx \notin L\}.$
3. $\text{init}(L) := \{w \mid \text{für ein Wort } x \neq \epsilon \text{ gilt } wx \in L\}.$
4. $\text{quot}(a, L) := \{w \mid aw \in L\}$ für ein Symbol a .

Tipp: Beginnen Sie mit einem DEA für die Sprache L und konstruieren Sie daraus einen Automaten für die gewünschte Sprache.

Aufgabe 8.2 (Minimierung von DEAs)

Gegeben sei der durch die folgende Übergangstabelle definierte DEA.

	0	1
$\rightarrow A$	B	E
B	C	F
$*C$	D	H
D	E	H
E	F	I
$*F$	G	B
G	H	B
H	I	C
$*I$	A	E

1. Ermitteln Sie mit Hilfe des Table-filling Verfahrens alle Paare äquivalenter Zustände.
2. Geben Sie einen äquivalenten minimalen DEA an.

Aufgabe 8.3 (Eigenschaften regulärer Sprachen)

[3 Punkte]

Die in Aufgabe 8.1 unter 4. vorgestellte Funktion $quot(a, L)$ wird auch als "Ableitung" betrachtet und mit $\frac{dL}{da}$ dargestellt. Wenn R ein regulärer Ausdruck ist, dann soll $\frac{dR}{da}$ dasselbe bedeuten wie $\frac{dL}{da}$ mit $L=L(R)$. So gilt z.B. $\frac{d(R+S)}{da} = \frac{dR}{da} + \frac{dS}{da}$.

1. Formulieren Sie die Regel für die Ableitung $\frac{d(RS)}{da}$.
2. Formulieren Sie die Regel für die Ableitung $\frac{d(R^*)}{da}$.
3. Verwenden Sie die drei Ableitungsregeln, um die Ableitung für den regulären Ausdruck $(0 + 1)^*110$ in Bezug auf 0 und 1 zu berechnen.

Aufgabe 8.4 (Minimierung von DEAs)

[3 Punkte]

Gegeben sei der durch die folgende Übergangstabelle definierte DEA.

	0	1
*A	D	B
$\rightarrow$ *B	C	A
C	B	F
D	A	E
E	F	D
F	E	C
G	F	D

1. Ermitteln Sie mit Hilfe des Table-filling Verfahrens alle Paare äquivalenter Zustände.
2. Geben Sie einen äquivalenten minimalen DEA an.

Aufgabe 8.5 (Abschlusseigenschaften von Sprachen)

[3 Punkte]

1. Sei $w_1 = a_0 a_0 a_1$ und $w_i = w_{i-1} w_{i-1} a_i$ für $i > 1$. Es ist z.B. $w_2 = a_0 a_0 a_1 a_0 a_0 a_1 a_2$. Sei $L_n = \{w_n\}$, d.h. die Sprache, die aus der Zeichenreihe w_n besteht. Dann ist der kürzeste reguläre Ausdruck für L_n die Zeichenreihe w_n selbst, und die Länge dieses Ausdrucks ist $2^{n+1} - 1$.

Geben Sie n reguläre Ausdrücke der maximalen Länge kn (für ein festes $k \in \mathbb{N}$) an, deren Schnittmenge die Sprache L_n beschreibt.

2. Sei L eine beliebige Sprache über dem Alphabet $\{0\}$. Beweisen Sie, dass L^* regulär ist.

Tipp: Betrachten Sie z.B. $L_p = \{0^i \mid i \text{ ist eine Primzahl}\}$. Dann ist die Sprache $L_p^* = \{w \mid w = \epsilon \text{ oder } w = 00v \text{ mit } v \in \{0\}^*\}$ regulär.

Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- Prof. Christoph Kreitz, Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060
Sprechstunde: immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Mittwoch 11.00 bis 12.30 Uhr
 - Jens Otten, Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072
Sprechstunde: immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Dienstag 14.00 bis 16.00 Uhr.
-