

Inferenzmethoden

Prof. Chr. Kreitz

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Wintersemester 2006/07

Blatt 4 — Abgabetermin: —

Aufgabe 4.1 (Prädikatenlogisches Extensionsverfahren)

Beweisen Sie die folgenden Matrizen mit Hilfe des allgemeinen Extensionsverfahrens.

$$\left[\begin{array}{ccc} P(x)^F & P(y)^T & P(f(f(z)))^T \\ & P(f(y))^F & P(f(a))^T \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{cccc} Q(a,b,c,d)^T & Q(x,y,z,v)^F & Q(c,d,a,b)^F & Q(b,c,d,a)^F \\ & Q(v,x,y,z)^T & & \\ & Q(z,v,x,y)^T & & \end{array} \right]$$

Aufgabe 4.2 (Beweisverfahren)

$$\left[\begin{array}{cccccc} R^F & P^F & Q^F & R^F & P^T & P^T \\ Q^T & R^T & R^T & Q^F & Q^T & Q^F \\ & & P^F & & & \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{ccccc} P(a)^T & P(x)^F & P(ffa)^F & Q(a)^F & Q(fa)^F \\ & P(fx)^T & & & \\ & Q(x)^T & & & \end{array} \right]$$

Beweisen Sie Allgemeingültigkeit der folgenden Matrizen mit Hilfe der folgenden Verfahren.

- 4.2–a Allgemeines Extensionsverfahren
- 4.2–b Inverse Methode
- 4.2–c Resolution
- 4.2–d Konsolution
- 4.2–e Unit-Resulting Resolution
- 4.2–f Negative Hyperresolution (incl. Reduktionen)

Aufgabe 4.3 (Unvollständigkeit der Unit-Resolution)

- 4.3–a Geben Sie eine unerfüllbare Klauselmeng (negative Repräsentation!) an, aus der mittels Unit-Resulting-Resolution *nicht* die leere Klausel hergeleitet werden kann.
- 4.3–b In der Vorlesung haben Sie gelernt, daß Unit-Resulting-Resolution korrekt und vollständig für die Klasse der Hornklauselmengen ist. Beweisen Sie, daß Unit-Resulting-Resolution ein *Entscheidungsverfahren* für Hornklauselmengen *ohne* Funktionssymbole ist (vorausgesetzt ein Ableitungsschritt wird nur dann angewandt, wenn er keine schon vorhandene Klausel erzeugt).

Lösung 4.0

Manche Lösungen sind bis jetzt nur handschriftlich verfügbar

Lösung 4.1

Bei der Lösung dieser Aufgabe ist zu berücksichtigen, daß Bezeichner $a, b, c, d, e..$ für Konstanten (δ -Variablen) stehen und $x, y, z, u, v, w, ..$ für (γ -)Variablen.

4.1-a

$$\left[\begin{array}{ccc} \boxed{P(x)^F} & P(y)^T & P(f(f(z)))^T \\ & \boxed{P(f(y))^F} & P(f(a))^T \end{array} \right]$$

Entwicklung der Substitutionen während der Beweisführung

- (1) $[y/x]$
- (2) $[f(z)/y, y/x]$ bzw. nach Einsetzen $[f(z)/y, f(z)/x]$
- (3) $[f(a)/x, f(z)/y, f(z)/x]$ bzw. nach Auflösen $[a/z, f(a)/y, f(a)/x]$

4.1-b Erster Versuch

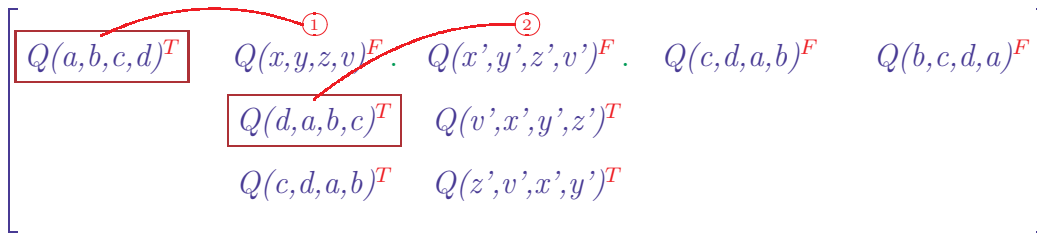
$$\left[\begin{array}{cccc} \boxed{Q(a,b,c,d)^T} & Q(x,y,z,v)^F & Q(c,d,a,b)^F & Q(b,c,d,a)^F \\ & \boxed{Q(v,x,y,z)^T} & & \\ & Q(z,v,x,y)^T & & \end{array} \right]$$

Der erste Schritt führt zur Substitutionen $[a/x, b/y, c/z, d/v]$. Im zweiten Schritt ist keine Extension möglich für das Literal $Q(v,x,y,z)^T$, da die Anwendung der Substitution dieses in $Q(d,a,b,c)^T$ transformiert

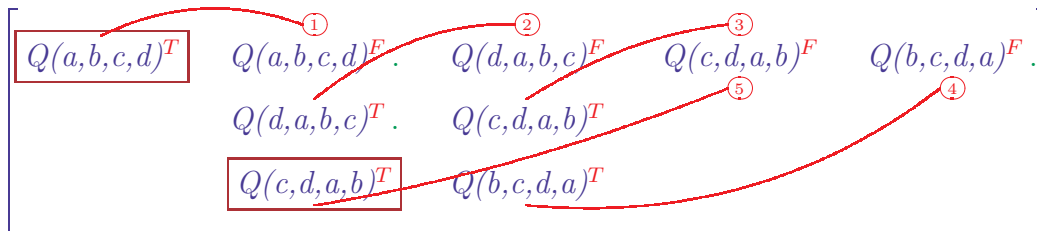
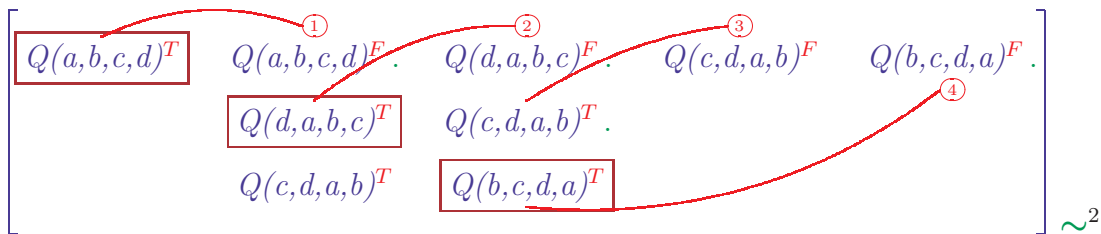
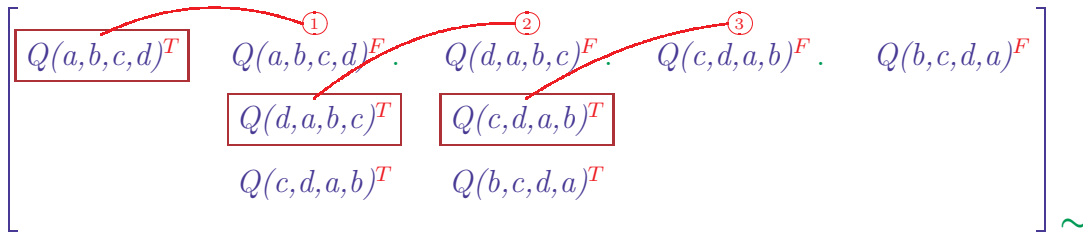
Ein Kopie der zweiten Klausel mit den γ -Variablen ist erforderlich. (Alle anderen Klauseln haben nur δ -Variablen)

$$\left[\begin{array}{ccccc} \boxed{Q(a,b,c,d)^T} & Q(x,y,z,v)^F & Q(x',y',z',v')^F & Q(c,d,a,b)^F & Q(b,c,d,a)^F \\ & Q(v,x,y,z)^T & Q(v',x',y',z')^T & & \\ & Q(z,v,x,y)^T & Q(z',v',x',y')^T & & \end{array} \right]$$

Wieder führt der erste Schritt führt zur Substitutionen $\sigma = [a/x, b/y, c/z, d/v]$, was wir der Übersicht halber direkt einsetzen.



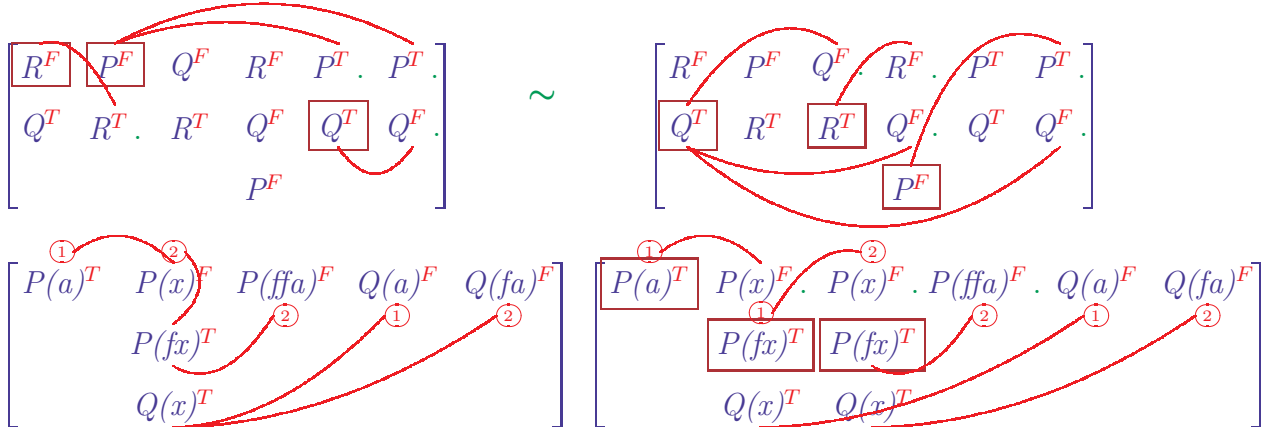
Im zweiten Schritt erweitert σ zu $[a/x, b/y, c/z, d/v, d/x', a/y', b/z', c/v']$, was wieder eingesetzt wird.



Im Verlauf der weiteren Schritte hat sich die Substitution nicht mehr verändert, so daß wir insgesamt 5 Konnektionen haben, die mit $\sigma = [a/x, b/y, c/z, d/v, d/x', a/y', b/z', c/v']$ komplementär werden.

Lösung 4.2

4.2-a Allgemeines Extensionsverfahren

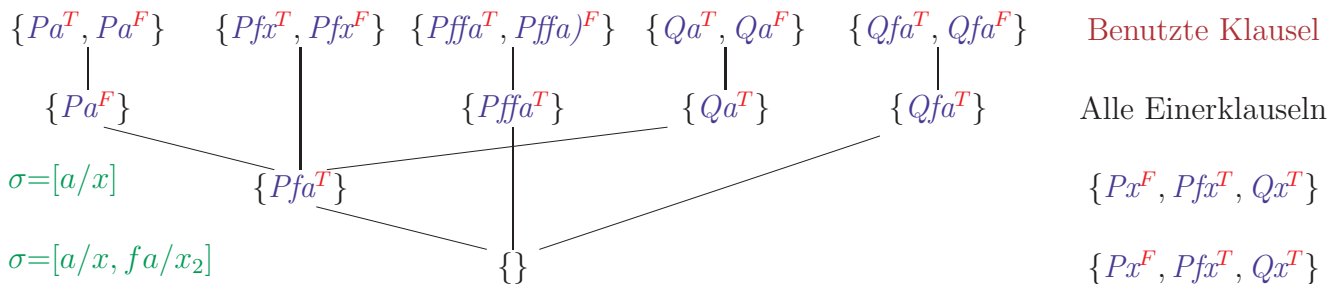
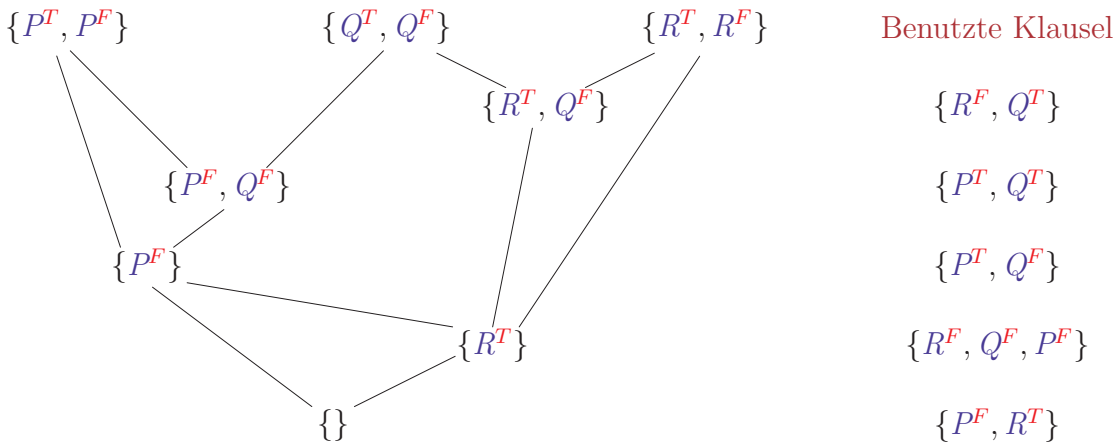


$$\sigma = [a/x_1, fa/x_2]$$

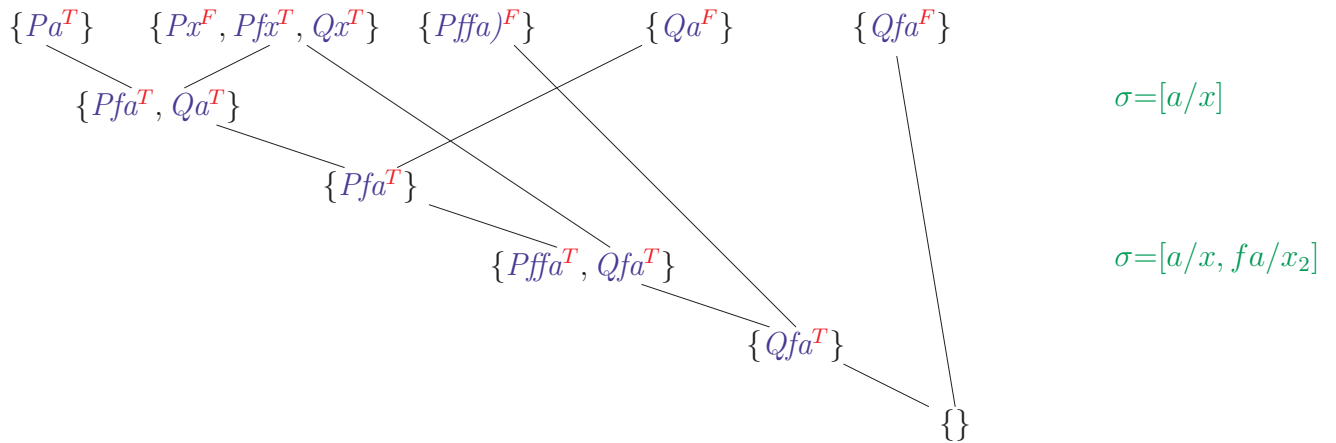
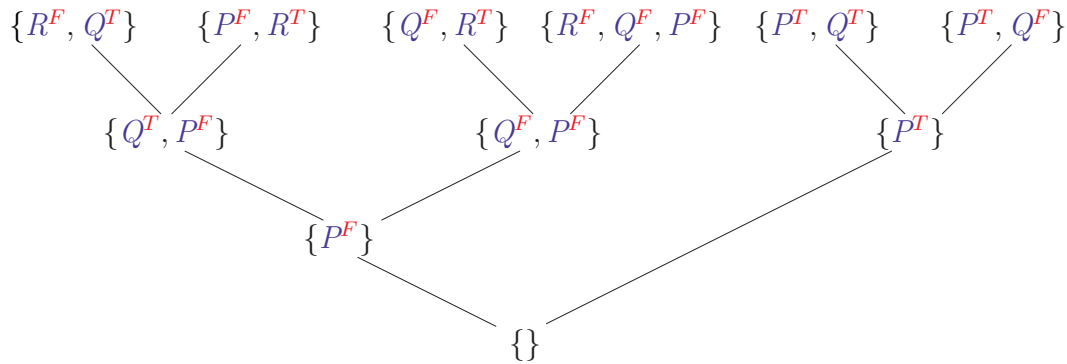
Explizite Darstellung

4.2-b Inverse Methode: die Beweise sind kurz, aber die Suche nach Beweisen oft mühsam.

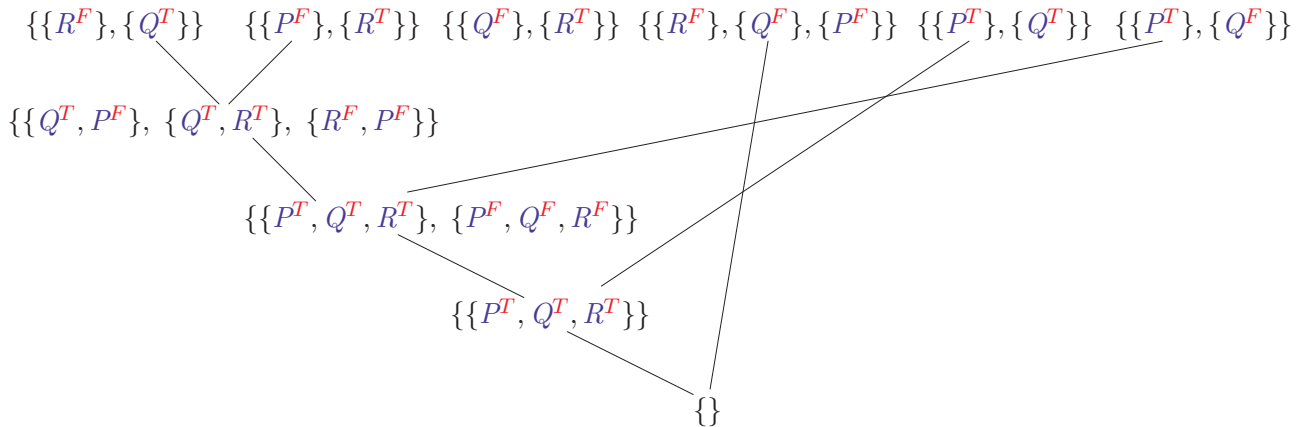
Bei der Auswahl der Klauseln empfiehlt es sich, jeweils möglichst "kleine" Ergebnisse anzustreben, also Vorgängerknoten zu wählen, bei denen der Rest zuweilen identisch ist (und nur einmal im Resultat erscheint).

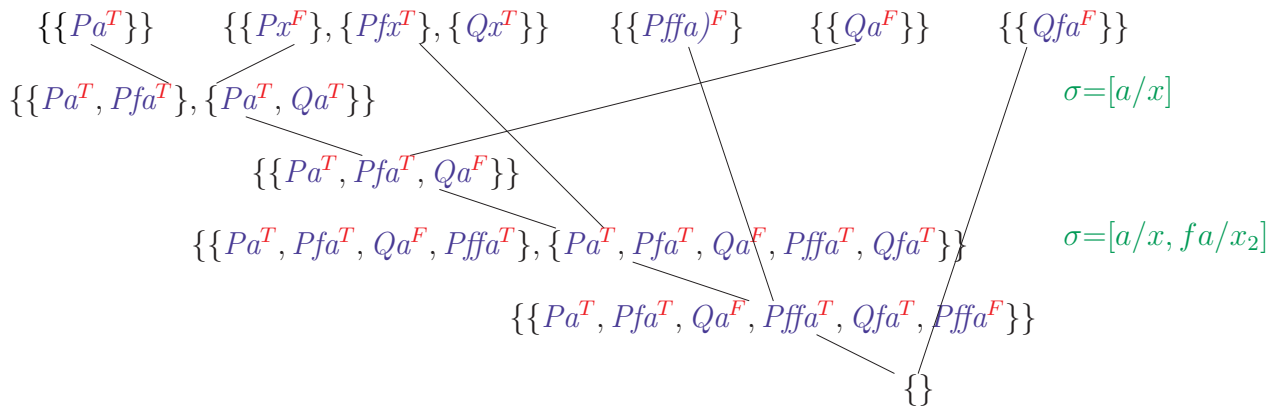


4.2-c Resolution: oft einfache Beweisführung und kurze Beweise ... wenn man Normalform hat.



4.2-d Konsolution: große Datenmengen, sehr kurze Beweise





4.2-e Unit-Resulting Resolution

4.2-f Negative Hyperresolution (incl. Reduktionen)

Lösung 4.3

4.3-a $\{\{A, B\}, \{\neg A, B\}\{A, \neg B\}, \{\neg A, \neg B\}\}$

4.3-b In einem Schritt kann immer nur eine Unitklausel oder die leere Klausel hergeleitet werden. Da die betrachteten Klauselmengen keine Funktionszeichen enthalten, kann man aus einer Klauselmenge nur endlich viele verschiedene Unit-Klauseln herleiten. Da ein Ableitungsschritt nur dann angewandt wird, wenn eine nicht vorhandene Klausel hergeleitet wird, können nur endlich viele Ableitungsschritte durchgeführt werden. Damit terminiert das Verfahren immer. Da das Verfahren aber auch korrekt und vollständig für Hornklauselmengen ist, ist das Verfahren für diese Klasse von Klauselmengen ein Entscheidungsverfahren.