Inferenzmethoden

Wintersemester 2006/07

Christoph Kreitz

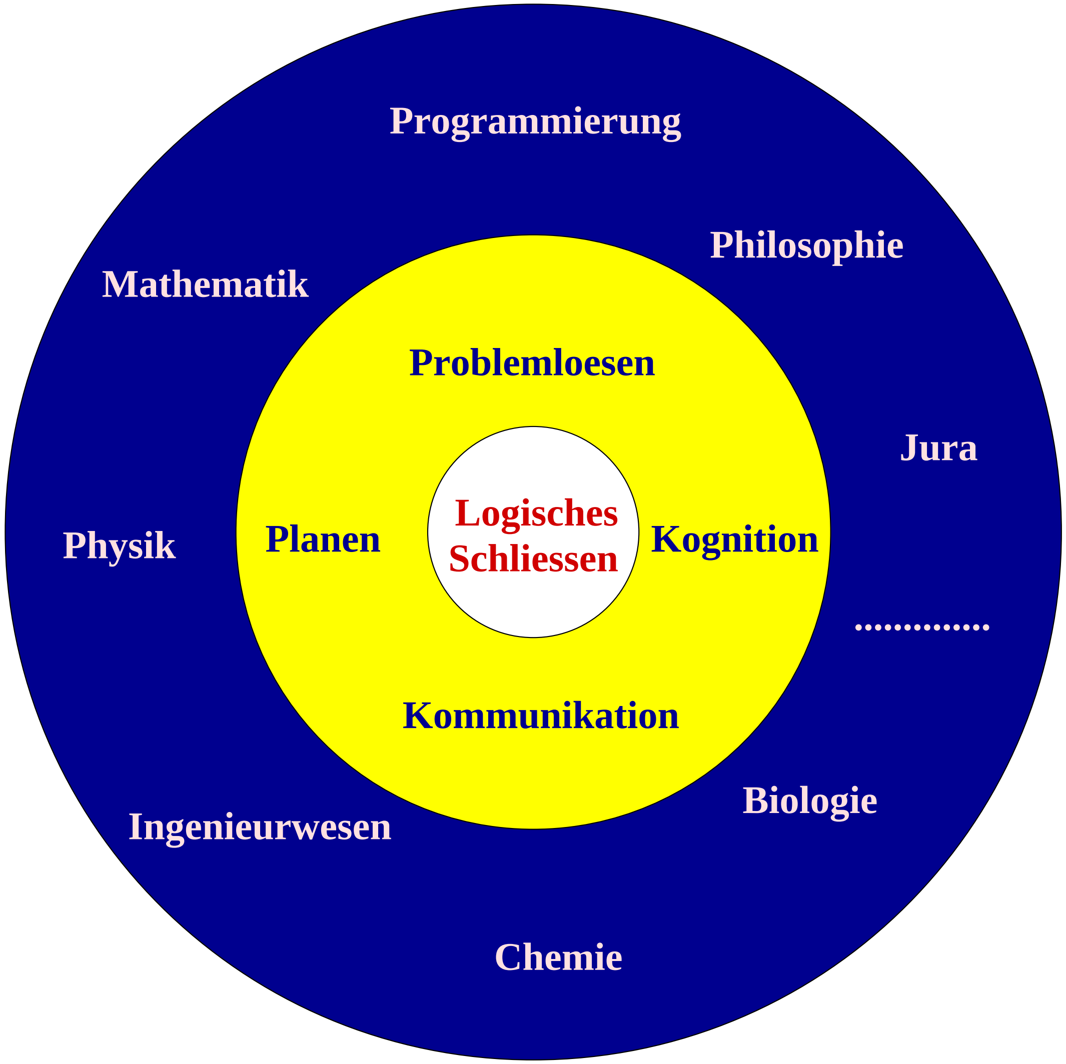
Theoretische Informatik, Raum 1.18, Telephon 3060

kreitz@cs.uni-potsdam.de

http://www.cs.uni-potsdam.de/ti/lehre/06-Inferenzmethoden

1. Ziele und Themen
2. Organisatorisches

Inferenzmethoden – wozu?



Logisches Schließen steht im Zentrum intelligenten Handelns

Menschen machen Fehler beim Schliessen

- **Trugschlüsse**

  Wenn es regnet, wird die Straße naß

  Konsequenz: *Wenn die Straße nicht naß ist, hat es nicht geregnet*

  Konsequenz: *Wenn die Straße naß ist, muß es geregnet haben* falsch!

  – Unzulässige Gedankensprünge, Analogien und Verallgemeinerungen

Menschen machen Fehler beim Schliessen

- **Trugschlüsse**

  Wenn es regnet, wird die Straße naß

  Konsequenz: *Wenn die Straße nicht naß ist, hat es nicht geregnet*

  Konsequenz: *Wenn die Straße naß ist, muß es geregnet haben* falsch!

  – Unzulässige Gedankensprünge, Analogien und Verallgemeinerungen

- **Schwierigkeiten bei Behandlung von vielen Details**

  – "Übermüdung" führt zu Schreib- und Denkfehlern

Menschen machen Fehler beim Schliessen

- **Trugschlüsse**

  Wenn es regnet, wird die Straße naß

  Konsequenz: *Wenn die Straße nicht naß ist, hat es nicht geregnet*

  Konsequenz: *Wenn die Straße naß ist, muß es geregnet haben* falsch!

  – Unzulässige Gedankensprünge, Analogien und Verallgemeinerungen

- **Schwierigkeiten bei Behandlung von vielen Details**

  – "Übermüdung" führt zu Schreib- und Denkfehlern

- **Plausibilität wird mit Wahrheit verwechselt**

  – Plausible Schlußfolgerungen werden ohne Überprüfung akzeptiert

  – Behauptungen von "Autoritäten" werden ungeprüft übernommen

Menschen machen Fehler beim Schliessen

- **Trugschlüsse**

  Wenn es regnet, wird die Straße naß

  Konsequenz: *Wenn die Straße nicht naß ist, hat es nicht geregnet*

  Konsequenz: *Wenn die Straße naß ist, muß es geregnet haben* falsch!

  – Unzulässige Gedankensprünge, Analogien und Verallgemeinerungen

- **Schwierigkeiten bei Behandlung von vielen Details**

  – “Übermüdung” führt zu Schreib- und Denkfehlern

- **Plausibilität wird mit Wahrheit verwechselt**

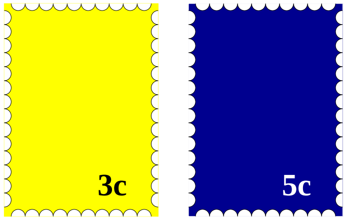
  – Plausible Schlußfolgerungen werden ohne Überprüfung akzeptiert

  – Behauptungen von “Autoritäten” werden ungeprüft übernommen

$$\Downarrow$$

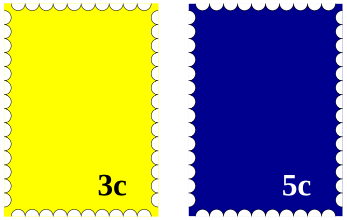
Zu viele Fehler in Routineaufgaben, Wissenschaft, ...

Beispiel: Das Briefmarken Problem

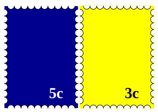


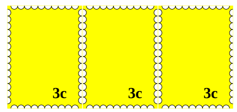
Ist es möglich jedes Porto ab 8 Cent nur mit 3c und 5c Briefmarken zu erzeugen?

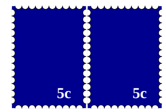
Beispiel: Das Briefmarken Problem

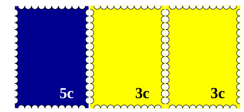


Ist es möglich jedes Porto ab 8 Cent nur mit 3c und 5c Briefmarken zu erzeugen?

8c = 

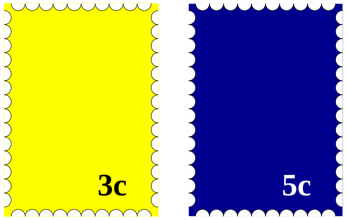
, **9c =** 

, **10c =** 

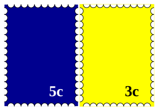
, **11c =** 

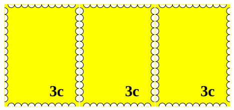
, . . .

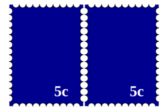
Beispiel: Das Briefmarken Problem

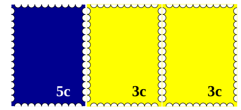


Ist es möglich jedes Porto ab 8 Cent nur mit 3c und 5c Briefmarken zu erzeugen?

8c = 

, 9c = 

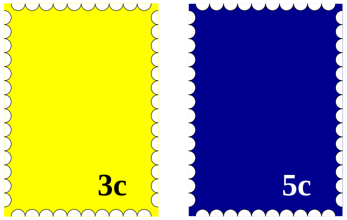
, 10c = 

, 11c = 

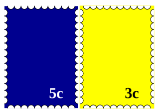
, ...

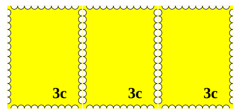
- **Einfacher Induktionsbeweis**
  - Zeige: für alle $n \geq 8$ gibt es $i, j \in \mathbb{N}$ mit $n = i \cdot 3 + j \cdot 5$
    - Basisfälle 8, 9, 10 wie oben illustriert.
    - Induktionsschritt erzeugt Lösung für $n+1$ aus der für $n-2$.

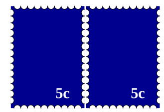
Beispiel: Das Briefmarken Problem

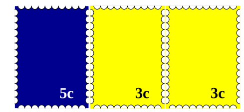


Ist es möglich jedes Porto ab 8 Cent nur mit 3c und 5c Briefmarken zu erzeugen?

8c = 

, 9c = 

, 10c = 

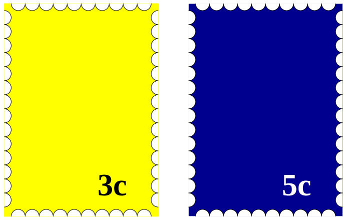
, 11c = 

, ...

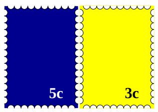
- **Einfacher Induktionsbeweis**
  – Zeige: für alle $n \geq 8$ gibt es $i, j \in \mathbb{N}$ mit $n = i \cdot 3 + j \cdot 5$
    · Basisfälle 8, 9, 10 wie oben illustriert.
    · Induktionsschritt erzeugt Lösung für $n+1$ aus der für $n-2$.

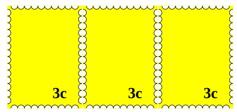
- **Gibt es andere Paare mit derselben Eigenschaft?**
  – Offensichtlich 1c und jede andere Zahl, 2c und jede ungerade Zahl

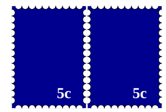
Beispiel: Das Briefmarken Problem

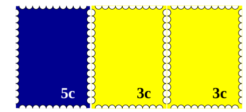


Ist es möglich jedes Porto ab 8 Cent nur mit 3c und 5c Briefmarken zu erzeugen?

8c = 

, 9c = 

, 10c = 

, 11c = 

, . . .

- **Einfacher Induktionsbeweis**
  - Zeige: für alle $n \geq 8$ gibt es $i, j \in \mathbb{N}$ mit $n = i \cdot 3 + j \cdot 5$
    - Basisfälle 8, 9, 10 wie oben illustriert.
    - Induktionsschritt erzeugt Lösung für $n+1$ aus der für $n-2$.
- **Gibt es andere Paare mit derselben Eigenschaft?**
  - Offensichtlich 1c und jede andere Zahl, 2c und jede ungerade Zahl
  - **Kann man beweisen, daß dies alle Möglichkeiten sind?**

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. *Ist jedes* $n\geq a+b$ *darstellbar als* $n = i\cdot a + j\cdot b$ *mit* $i,j\in\mathbb{N}$, *dann ist* $a=1$ *oder* $a=2$ *und* b *ist ungerade* *oder* $a=3$ *und* $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. Ist jedes $n\geq a+b$ darstellbar als $n = i\cdot a + j\cdot b$ mit $i,j\in\mathbb{N}$, dann ist $a=1$ oder $a=2$ und b ist ungerade oder $a=3$ und $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i,j.\ a+b+1 = i\cdot a+j\cdot b \quad \mapsto \quad a \mid (b+1)$ oder $b=a+1$ (1)

$\exists i,j.\ a+b+2 = i\cdot a+j\cdot b \quad \mapsto \quad a=2$ oder $a \mid (b+2)$ oder $b=a+2$ (2)

Beweis des Briefmarken Problems © Marktoberdorf 7/95

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. Ist jedes $n\geq a+b$ darstellbar als $n = i{\cdot}a + j{\cdot}b$ mit $i,j\in\mathbb{N}$, dann ist $a=1$ oder $a=2$ und b ist ungerade oder $a=3$ und $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i,j.\ a+b+1 = i{\cdot}a+j{\cdot}b \quad \mapsto \quad a\,|\,(b+1)$ oder $b=a+1$ (1)

$\exists i,j.\ a+b+2 = i{\cdot}a+j{\cdot}b \quad \mapsto \quad a=2$ oder $a\,|\,(b+2)$ oder $b=a+2$ (2)

Falls $a=2$, dann ist b ungerade wegen (1)

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. Ist jedes $n\geq a+b$ darstellbar als $n = i\cdot a + j\cdot b$ mit $i,j\in\mathbb{N}$, dann ist $a=1$ oder $a=2$ und b ist ungerade oder $a=3$ und $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i,j.\ a+b+1 = i\cdot a+j\cdot b \quad \mapsto \quad a\,|\,(b+1)$ oder $b=a+1$ (1)

$\exists i,j.\ a+b+2 = i\cdot a+j\cdot b \quad \mapsto \quad a=2$ oder $a\,|\,(b+2)$ oder $b=a+2$ (2)

Falls $a=2$, dann ist b ungerade wegen (1)

Falls $a>2$, dann ist $b>3$ und (1) liefert zwei Fälle

$a\,|\,(b+1)$**:** wegen $a>2$ kann a nicht $b+2$ teilen und wegen (2) gilt $b=a+2$.

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. Ist jedes $n\geq a+b$ darstellbar als $n = i{\cdot}a + j{\cdot}b$ mit $i,j\in\mathbb{N}$, dann ist $a=1$ oder $a=2$ und b ist ungerade oder $a=3$ und $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i,j.\ a+b+1 = i{\cdot}a+j{\cdot}b \quad\mapsto\quad a\mid(b+1)$ oder $b=a+1$ (1)

$\exists i,j.\ a+b+2 = i{\cdot}a+j{\cdot}b \quad\mapsto\quad a=2$ oder $a\mid(b+2)$ oder $b=a+2$ (2)

Falls $a=2$, dann ist b ungerade wegen (1)

Falls $a>2$, dann ist $b>3$ und (1) liefert zwei Fälle

$a\mid(b+1)$**:** wegen $a>2$ kann a nicht $b+2$ teilen und wegen (2) gilt $b=a+2$.

$\exists i,j.\ a+b+3 = i{\cdot}a+j{\cdot}b \quad\mapsto\quad a=3$ oder $a\mid(b+3)$ oder $b=a+3$ (3)

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. Ist jedes $n\geq a+b$ darstellbar als $n = i\cdot a + j\cdot b$ mit $i,j\in\mathbb{N}$, dann ist $a=1$ oder $a=2$ und b ist ungerade oder $a=3$ und $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i,j.\ a+b+1 = i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a\,|\,(b+1)$ oder $b=a+1$ (1)

$\exists i,j.\ a+b+2 = i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a=2$ oder $a\,|\,(b+2)$ oder $b=a+2$ (2)

Falls $a=2$, dann ist b ungerade wegen (1)

Falls $a>2$, dann ist $b>3$ und (1) liefert zwei Fälle

$a\,|\,(b+1)$**:** wegen $a>2$ kann a nicht $b+2$ teilen und wegen (2) gilt $b=a+2$.

$\exists i,j.\ a+b+3 = i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a=3$ oder $a\,|\,(b+3)$ oder $b=a+3$ (3)

– $b=a+3$ ist unmöglich, da $b=a+2$.

– $a\,|\,(b+3)$ ist unmöglich, da $a\,|\,(b+1)$ und $a>2$.

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. Ist jedes $n\geq a+b$ darstellbar als $n = i{\cdot}a + j{\cdot}b$ mit $i,j\in\mathbb{N}$, dann ist $a{=}1$ oder $a{=}2$ und b ist ungerade oder $a{=}3$ und $b{=}5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i,j.\ a+b+1 = i{\cdot}a+j{\cdot}b \quad\mapsto\quad a\,|\,(b+1)$ oder $b=a+1 \quad (1)$

$\exists i,j.\ a+b+2 = i{\cdot}a+j{\cdot}b \quad\mapsto\quad a=2$ oder $a\,|\,(b+2)$ oder $b=a+2 \quad (2)$

Falls $a=2$, dann ist b ungerade wegen (1)

Falls $a>2$, dann ist $b>3$ und (1) liefert zwei Fälle

$a\,|\,(b+1)$**:** wegen $a>2$ kann a nicht $b+2$ teilen und wegen (2) gilt $b=a+2$.

$\exists i,j.\ a+b+3 = i{\cdot}a+j{\cdot}b \quad\mapsto\quad a=3$ oder $a\,|\,(b+3)$ oder $b=a+3 \quad (3)$

– $b=a+3$ ist unmöglich, da $b=a+2$.

– $a\,|\,(b+3)$ ist unmöglich, da $a\,|\,(b+1)$ und $a>2$.

Also gilt $a=3$ und $b=5$ $\checkmark$

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. Ist jedes $n\geq a+b$ darstellbar als $n=i\cdot a+j\cdot b$ mit $i,j\in\mathbb{N}$, dann ist $a=1$ oder $a=2$ und b ist ungerade oder $a=3$ und $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i,j.\ a+b+1=i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a\,|\,(b+1)$ oder $b=a+1$ (1)

$\exists i,j.\ a+b+2=i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a=2$ oder $a\,|\,(b+2)$ oder $b=a+2$ (2)

Falls $a=2$, dann ist b ungerade wegen (1)

Falls $a>2$, dann ist $b>3$ und (1) liefert zwei Fälle

$a\,|\,(b+1)$**:** wegen $a>2$ kann a nicht $b+2$ teilen und wegen (2) gilt $b=a+2$.

$\exists i,j.\ a+b+3=i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a=3$ oder $a\,|\,(b+3)$ oder $b=a+3$ (3)

– $b=a+3$ ist unmöglich, da $b=a+2$.

– $a\,|\,(b+3)$ ist unmöglich, da $a\,|\,(b+1)$ und $a>2$.

Also gilt $a=3$ und $b=5$ $\surd$

$b=a+1$**:** wegen (2) folgt wie oben $a\,|\,(a+3)$ oder $a+1=a+2$.

Beides ist unmöglich. $\surd$

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. Ist jedes $n\geq a+b$ darstellbar als $n = i\cdot a + j\cdot b$ mit $i,j\in\mathbb{N}$, dann ist $a=1$ oder $a=2$ und b ist ungerade oder $a=3$ und $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i,j.\ a+b+1 = i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a\,|\,(b+1)$ oder $b=a+1$ (1)

$\exists i,j.\ a+b+2 = i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a=2$ oder $a\,|\,(b+2)$ oder $b=a+2$ (2)

Falls $a=2$, dann ist b ungerade wegen (1)

Falls $a>2$, dann ist $b>3$ und (1) liefert zwei Fälle

- $a\,|\,(b+1)$**:** wegen $a>2$ kann a nicht $b+2$ teilen und wegen (2) gilt $b=a+2$.
  - $\exists i,j.\ a+b+3 = i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a=3$ oder $a\,|\,(b+3)$ oder $b=a+3$ (3)
  - – $b=a+3$ ist unmöglich, da $b=a+2$.
  - – $a\,|\,(b+3)$ ist unmöglich, da $a\,|\,(b+1)$ und $a>2$.
  - Also gilt $a=3$ und $b=5$ ✓
- $b=a+1$**:** wegen (2) folgt wie oben $a\,|\,(a+3)$ oder $a+1=a+2$.
  - ~~Beides ist unmöglich.~~ **Möglich für $a=3$ und $b=4$**

Sei $a<b\in\mathbb{N}$. Ist jedes $n\geq a+b$ darstellbar als $n = i\cdot a + j\cdot b$ mit $i,j\in\mathbb{N}$, dann ist $a=1$ oder $a=2$ und b ist ungerade oder $a=3$ und $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i,j.\ a+b+1 = i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a\,|\,(b+1)$ oder $b=a+1$ (1)

$\exists i,j.\ a+b+2 = i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a=2$ oder $a\,|\,(b+2)$ oder $b=a+2$ (2)

Falls $a=2$, dann ist b ungerade wegen (1)

Falls $a>2$, dann ist $b>3$ und (1) liefert zwei Fälle

$a\,|\,(b+1)$**:** wegen $a>2$ kann a nicht $b+2$ teilen und wegen (2) gilt $b=a+2$.

$\exists i,j.\ a+b+3 = i\cdot a+j\cdot b \quad\mapsto\quad a=3$ oder $a\,|\,(b+3)$ oder $b=a+3$ (3)

– $b=a+3$ ist unmöglich, da $b=a+2$.

– $a\,|\,(b+3)$ ist unmöglich, da $a\,|\,(b+1)$ und $a>2$.

Also gilt $a=3$ und $b=5$ $\checkmark$

$b=a+1$**:** wegen (2) folgt wie oben $a\,|\,(a+3)$ oder $a+1=a+2$.

~~Beides ist unmöglich.~~ **Möglich für $a=3$ und $b=4$**

Formales Vorgehen hilft, solche Fehler zu vermeiden

Simuliere logisches Schliessen auf dem Computer

- **Es gibt großen Bedarf für intelligente Werkzeuge**
  - Automatische Steuerungsanlagen, Roboter, intelligente Agenten
  - Routineaufgaben in Verwaltung, Industrie und Forschung
  - Softwareentwicklung, -optimierung, -verifikation
  - Lösen mathematischer Problemstellungen

Simuliere logisches Schliessen auf dem Computer

- **Es gibt großen Bedarf für intelligente Werkzeuge**
  - Automatische Steuerungsanlagen, Roboter, intelligente Agenten
  - Routineaufgaben in Verwaltung, Industrie und Forschung
  - Softwareentwicklung, -optimierung, -verifikation
  - Lösen mathematischer Problemstellungen
- **Logisches Schließen ist oft sehr schematisch**
  - Mechanische Inferenztechniken können sinnvolle Unterstützung bieten

Simuliere logisches Schliessen auf dem Computer

- **Es gibt großen Bedarf für intelligente Werkzeuge**
  – Automatische Steuerungsanlagen, Roboter, intelligente Agenten
  – Routineaufgaben in Verwaltung, Industrie und Forschung
  – Softwareentwicklung, -optimierung, -verifikation
  – Lösen mathematischer Problemstellungen
- **Logisches Schließen ist oft sehr schematisch**
  – Mechanische Inferenztechniken können sinnvolle Unterstützung bieten
- **Logisches Schließen kann präzisiert werden**
  – Formale Logik: Universelle, akkurate Sprache
  \+ Regeln für schematische Lösung von Problemen

Simuliere logisches Schliessen auf dem Computer

- **Es gibt großen Bedarf für intelligente Werkzeuge**
  – Automatische Steuerungsanlagen, Roboter, intelligente Agenten
  – Routineaufgaben in Verwaltung, Industrie und Forschung
  – Softwareentwicklung, -optimierung, -verifikation
  – Lösen mathematischer Problemstellungen
- **Logisches Schließen ist oft sehr schematisch**
  – Mechanische Inferenztechniken können sinnvolle Unterstützung bieten
- **Logisches Schließen kann präzisiert werden**
  – Formale Logik: Universelle, akkurate Sprache
  + Regeln für schematische Lösung von Problemen
- **Computer sind ideal für diese Aufgabe**
  – Regelanwendung ist symbolische Manipulation von Text
  – Viele Probleme sind durch Austesten aller Möglichkeiten lösbar

Was ist Inferenz?

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind behaart.

Also sind alle Affen Säugetiere.

Was ist Inferenz?

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind behaart.

Also sind alle Affen Säugetiere.

Zufällig richtig

Was ist, wenn wir **Affen** *durch etwas anderes ersetzen?*

Was ist Inferenz?

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind behaart.

Also sind alle Affen Säugetiere.

Zufällig richtig

Was ist, wenn wir **Affen** *durch etwas anderes ersetzen?*

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Teddybären sind behaart.

Also sind alle Teddybären Säugetiere.

Was ist Inferenz?

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind behaart.

Also sind alle Affen Säugetiere.

Zufällig richtig

Was ist, wenn wir **Affen** *durch etwas anderes ersetzen?*

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Teddybären sind behaart.

Also sind alle Teddybären Säugetiere.

Falsch

Was ist Inferenz?

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind behaart.

Also sind alle Affen Säugetiere.

Zufällig richtig

Was ist, wenn wir **Affen** *durch etwas anderes ersetzen?*

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Teddybären sind behaart.

Also sind alle Teddybären Säugetiere.

Falsch

Welche Schlußfolgerungen sind aus logischen Gründen richtig ?

Welche hängen von den konkreten Konzepten ab ?

Inferenz: Gültige Schlussfolgerungen

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind Säugetiere.

Also sind alle Affen behaart.

Inferenz: Gültige Schlussfolgerungen

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind Säugetiere.

Also sind alle Affen behaart.

Präzisere Formulierung

$$\begin{array}{c}\textbf{Für alle } \boldsymbol{x} \textbf{ [wenn Affe(}\boldsymbol{x}\textbf{) dann Säugetier(}\boldsymbol{x}\textbf{)].}\\ \textbf{Für alle } \boldsymbol{x} \textbf{ [wenn Säugetier(}\boldsymbol{x}\textbf{) dann behaart(}\boldsymbol{x}\textbf{)].}\\ \hline \textbf{Für alle } \boldsymbol{x} \textbf{ [wenn Affe(}\boldsymbol{x}\textbf{) dann behaart(}\boldsymbol{x}\textbf{)].}\end{array}$$

Inferenz: Gültige Schlussfolgerungen

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind Säugetiere.

Also sind alle Affen behaart.

Präzisere Formulierung

$$\frac{\begin{array}{c}\textbf{Für alle } \boldsymbol{x} \textbf{ [wenn Affe(}\boldsymbol{x}\textbf{) dann Säugetier(}\boldsymbol{x}\textbf{)].}\\ \textbf{Für alle } \boldsymbol{x} \textbf{ [wenn Säugetier(}\boldsymbol{x}\textbf{) dann behaart(}\boldsymbol{x}\textbf{)].}\end{array}}{\textbf{Für alle } \boldsymbol{x} \textbf{ [wenn Affe(}\boldsymbol{x}\textbf{) dann behaart(}\boldsymbol{x}\textbf{)].}}$$

Abstrahiert von konkreten Inhalten

$$\frac{\begin{array}{c}\forall x[A(x) \Rightarrow S(x)]\\ \forall x[S(x) \Rightarrow H(x)]\end{array}}{\forall x[A(x) \Rightarrow H(x)]}$$

Bedeutung der Symbole A, S, H irrelevant für Gültigkeit

Computerunterstützung für logisches Schliessen

- **Logisches Schließen ist i.w. unentscheidbar**
  - Es gibt Entscheidungsprozeduren für Aussagenlogik und kleine Theorien
  - Prädikatenlogik ist aufzählbar aber nicht entscheidbar
  - Arithmetik ist nicht voll axiomatisierbar

Computerunterstützung für logisches Schliessen

- **Logisches Schließen ist i.w. unentscheidbar**
  - Es gibt Entscheidungsprozeduren für Aussagenlogik und kleine Theorien
  - Prädikatenlogik ist aufzählbar aber nicht entscheidbar
  - Arithmetik ist nicht voll axiomatisierbar
- **Beweisassistenten sind universell verwendbar**
  - Benutzer konstruieren Beweise interaktiv durch Anwendung von Regeln
  - Computer führt Regeln aus und zeigt ungelöste Teilprobleme
  - Teilautomatisierung durch Beweistaktiken und Entscheidungsprozeduren
  - Spezialverfahren: Beweisplaner, Model Checking, Computer Algebra, ...

Computerunterstützung für logisches Schliessen

- **Logisches Schließen ist i.w. unentscheidbar**
  - Es gibt Entscheidungsprozeduren für Aussagenlogik und kleine Theorien
  - Prädikatenlogik ist aufzählbar aber nicht entscheidbar
  - Arithmetik ist nicht voll axiomatisierbar
- **Beweisassistenten sind universell verwendbar**
  - Benutzer konstruieren Beweise interaktiv durch Anwendung von Regeln
  - Computer führt Regeln aus und zeigt ungelöste Teilprobleme
  - Teilautomatisierung durch Beweistaktiken und Entscheidungsprozeduren
  - Spezialverfahren: Beweisplaner, Model Checking, Computer Algebra, ...
- **Automatisches Beweisen benötigt Suchverfahren**
  - Effizient möglich für eingeschränkte Anwendungsbereiche
    - Prädikatenlogik, Gleichheit, Induktion, ...
  - Verfahren geben keine Antwort im Mißerfolgsfall

Anwendungen und Erfolge automatischer Inferenz

- **Mathematische Beweisführung**
  - Aufdeckung und Korrektur von Fehlern (Beweisprüfung)
  - Automatische Suche nach neuen Beweisen (Theorembeweisen)

Anwendungen und Erfolge automatischer Inferenz

- **Mathematische Beweisführung**
  - Aufdeckung und Korrektur von Fehlern (Beweisprüfung)
  - Automatische Suche nach neuen Beweisen (Theorembeweisen)
- **Unterstützung Softwareentwicklung**
  - Fehlersuche und Korrektheitsbeweise (Verifikation)
  - Verbesserung der Performanz (Optimierung)
  - Erzeugung aus Spezifikationen (Synthese)

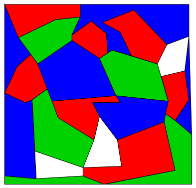
Anwendungen und Erfolge automatischer Inferenz

- **Mathematische Beweisführung**
  - Aufdeckung und Korrektur von Fehlern (Beweisprüfung)
  - Automatische Suche nach neuen Beweisen (Theorembeweisen)
- **Unterstützung Softwareentwicklung**
  - Fehlersuche und Korrektheitsbeweise (Verifikation)
  - Verbesserung der Performanz (Optimierung)
  - Erzeugung aus Spezifikationen (Synthese)
- **Inferenzmaschine für KI-Systeme**
  - Problemlöser und Planer für Roboter, ...

Anwendungen und Erfolge automatischer Inferenz

- **Mathematische Beweisführung**
  - Aufdeckung und Korrektur von Fehlern (Beweisprüfung)
  - Automatische Suche nach neuen Beweisen (Theorembeweisen)
- **Unterstützung Softwareentwicklung**
  - Fehlersuche und Korrektheitsbeweise (Verifikation)
  - Verbesserung der Performanz (Optimierung)
  - Erzeugung aus Spezifikationen (Synthese)
- **Inferenzmaschine für KI-Systeme**
  - Problemlöser und Planer für Roboter, ...

1970er: **Vier-Farben Problem**

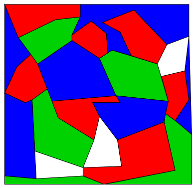


- Spezialsoftware überprüft tausende kritischer Fälle

Anwendungen und Erfolge automatischer Inferenz

- **Mathematische Beweisführung**
  - Aufdeckung und Korrektur von Fehlern (Beweisprüfung)
  - Automatische Suche nach neuen Beweisen (Theorembeweisen)
- **Unterstützung Softwareentwicklung**
  - Fehlersuche und Korrektheitsbeweise (Verifikation)
  - Verbesserung der Performanz (Optimierung)
  - Erzeugung aus Spezifikationen (Synthese)
- **Inferenzmaschine für KI-Systeme**
  - Problemlöser und Planer für Roboter, ...

1970er: **Vier-Farben Problem**



- Spezialsoftware überprüft tausende kritischer Fälle

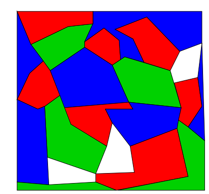
1995 : **Pentium Bug**

- Model Checking findet Fehler in Hardwaretabellen

Anwendungen und Erfolge automatischer Inferenz

- **Mathematische Beweisführung**
  - Aufdeckung und Korrektur von Fehlern (Beweisprüfung)
  - Automatische Suche nach neuen Beweisen (Theorembeweisen)
- **Unterstützung Softwareentwicklung**
  - Fehlersuche und Korrektheitsbeweise (Verifikation)
  - Verbesserung der Performanz (Optimierung)
  - Erzeugung aus Spezifikationen (Synthese)
- **Inferenzmaschine für KI-Systeme**
  - Problemlöser und Planer für Roboter, . . .

1970er: **Vier-Farben Problem**



– Spezialsoftware überprüft tausende kritischer Fälle

1995 : **Pentium Bug**

– Model Checking findet Fehler in Hardwaretabellen

1996 : **Robbins Hypothese** NY Times

– Theorembeweiser EQP findet (lesbaren) Beweis in 7 Tagen

Themen der Veranstaltung

- **Logik und gültige Schlüsse**
  - Inferenzkalküle für die Prädikatenlogik erster Stufe
  - Maschinennahe Charakterisierung logischer Gültigkeit

Themen der Veranstaltung

- **Logik und gültige Schlüsse**
  - Inferenzkalküle für die Prädikatenlogik erster Stufe
  - Maschinennahe Charakterisierung logischer Gültigkeit
- **Deduktionsverfahren**
  - Matrixmethoden für Aussagen- und Prädikatenlogik
  - Resolution und andere Beweistechniken
  - Suchstrategien, Reduktionstechniken und Optimierungen

Themen der Veranstaltung

- **Logik und gültige Schlüsse**
  - Inferenzkalküle für die Prädikatenlogik erster Stufe
  - Maschinennahe Charakterisierung logischer Gültigkeit
- **Deduktionsverfahren**
  - Matrixmethoden für Aussagen- und Prädikatenlogik
  - Resolution und andere Beweistechniken
  - Suchstrategien, Reduktionstechniken und Optimierungen
- **Verdichtungen und Strategien**
  - Konnektionsreduktionen, Indizierung, ...
  - Gleichheitsbehandlung, Theorieschließen
  - Termersetzungssysteme und Unifikationstheorie

Themen der Veranstaltung

- **Logik und gültige Schlüsse**
  - Inferenzkalküle für die Prädikatenlogik erster Stufe
  - Maschinennahe Charakterisierung logischer Gültigkeit
- **Deduktionsverfahren**
  - Matrixmethoden für Aussagen- und Prädikatenlogik
  - Resolution und andere Beweistechniken
  - Suchstrategien, Reduktionstechniken und Optimierungen
- **Verdichtungen und Strategien**
  - Konnektionsreduktionen, Indizierung, ...
  - Gleichheitsbehandlung, Theorieschließen
  - Termersetzungssysteme und Unifikationstheorie
- **Aktuelle Forschungsgebiete**
  - Höhere Logik, Induktion, Modallogiken
  - Steuerung konstruktiver Beweise
  - Anwendungen und Implementierungsprobleme

Organisatorisches

- **Zuordnung: theoretische/angewandte Informatik**

Organisatorisches

- **Zuordnung: theoretische/angewandte Informatik**
- **Veranstaltungsarten**
  - Vorlesung: Präsentation der zentralen Konzepte
  - Übung: Vertiefung und Anwendung durch betreutes Üben
  - Eventuell Beweiserprojekte im Anschluß/nächsten Semester

Organisatorisches

- **Zuordnung: theoretische/angewandte Informatik**
- **Veranstaltungsarten**
  - Vorlesung: Präsentation der zentralen Konzepte
  - Übung: Vertiefung und Anwendung durch betreutes Üben
  - Eventuell Beweiserprojekte im Anschluß/nächsten Semester
- **Veranstaltungstermine**
  - Mi 11:00–12:30 – Vorlesung
  - Do 9:25–10:45 – Vorlesung/Übung im Wechsel

Organisatorisches

- **Zuordnung: theoretische/angewandte Informatik**
- **Veranstaltungsarten**
  - Vorlesung: Präsentation der zentralen Konzepte
  - Übung: Vertiefung und Anwendung durch betreutes Üben
  - Eventuell Beweiserprojekte im Anschluß/nächsten Semester
- **Veranstaltungstermine**
  - Mi 11:00–12:30 – Vorlesung
  - Do 9:25–10:45 – Vorlesung/Übung im Wechsel
- **Lehrmaterialien:**
  - Buch “Deduktion” (online), Fachartikel, Folien der Veranstaltung

Organisatorisches

- **Zuordnung: theoretische/angewandte Informatik**
- **Veranstaltungsarten**
  - Vorlesung: Präsentation der zentralen Konzepte
  - Übung: Vertiefung und Anwendung durch betreutes Üben
  - Eventuell Beweiserprojekte im Anschluß/nächsten Semester
- **Veranstaltungstermine**
  - Mi 11:00–12:30 – Vorlesung
  - Do 9:25–10:45 – Vorlesung/Übung im Wechsel
- **Lehrmaterialien:**
  - Buch "Deduktion" (online), Fachartikel, Folien der Veranstaltung
- **Vorkenntnisse:**
  - Vorkenntnisse in formaler Logik werden vorausgesetzt

Organisatorisches

- **Zuordnung: theoretische/angewandte Informatik**
- **Veranstaltungsarten**
  - Vorlesung: Präsentation der zentralen Konzepte
  - Übung: Vertiefung und Anwendung durch betreutes Üben
  - Eventuell Beweiserprojekte im Anschluß/nächsten Semester
- **Veranstaltungstermine**
  - Mi 11:00–12:30 – Vorlesung
  - Do 9:25–10:45 – Vorlesung/Übung im Wechsel
- **Lehrmaterialien:**
  - Buch “Deduktion” (online), Fachartikel, Folien der Veranstaltung
- **Vorkenntnisse:**
  - Vorkenntnisse in formaler Logik werden vorausgesetzt
- **Erfolgskriterien**
  - Abschlußprüfung (mündlich oder schriftlich, je nach Teilnehmerzahl)
  - Aktive Teilnahme an Übungen sehr empfehlenswert