Inferenzmethoden

Wintersemester 2006/07

Christoph Kreitz

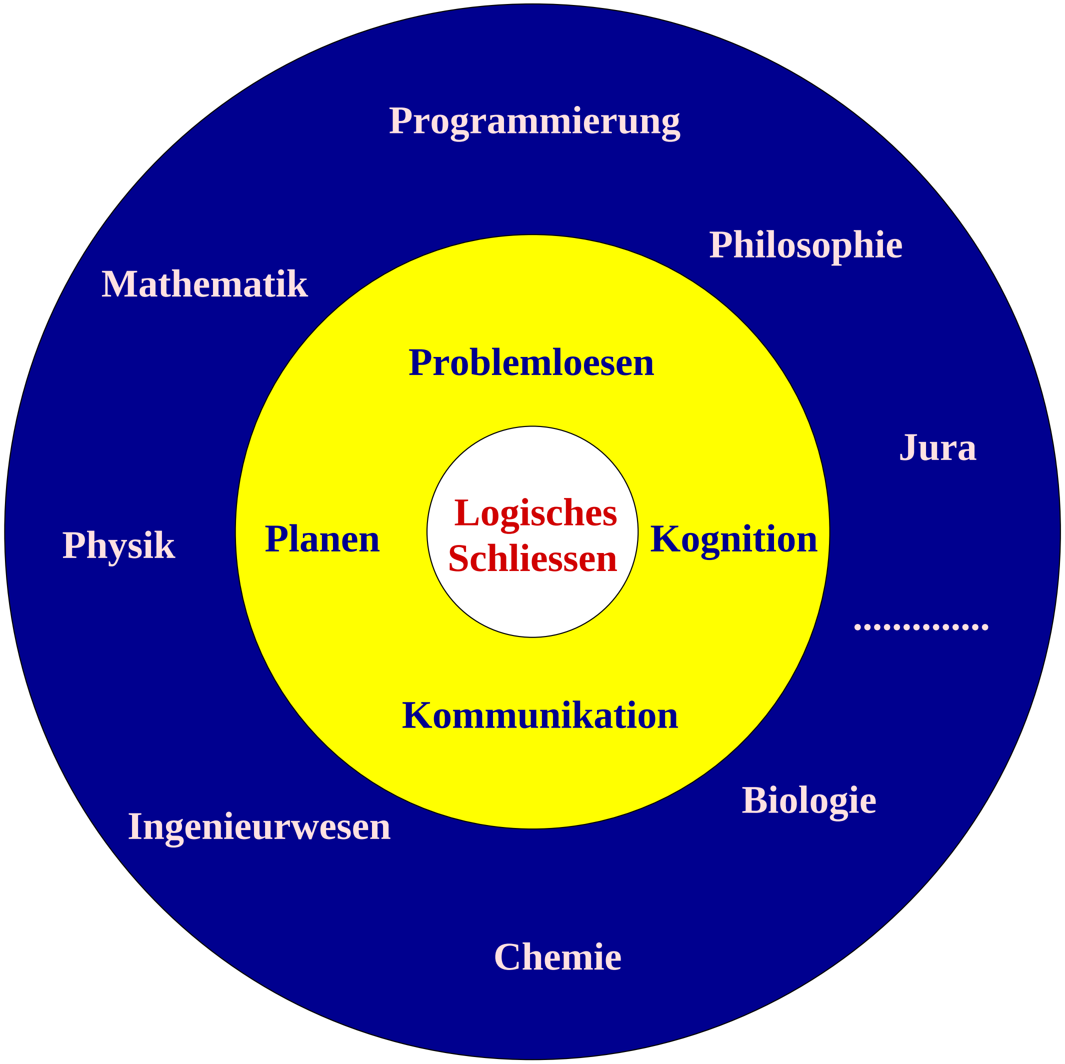
Theoretische Informatik, Raum 1.18, Telephon 3060

kreitz@cs.uni-potsdam.de

http://www.cs.uni-potsdam.de/ti/lehre/06-Inferenzmethoden

1. Ziele und Themen
2. Organisatorisches

Inferenzmethoden – wozu?



Logisches Schließen steht im Zentrum intelligenten Handelns

Menschen machen Fehler beim Schliessen

- **Trugschlüsse**

  Wenn es regnet, wird die Straße naß

  Konsequenz: *Wenn die Straße nicht naß ist, hat es nicht geregnet*

  Konsequenz: *Wenn die Straße naß ist, muß es geregnet haben* falsch!

  – Unzulässige Gedankensprünge, Analogien und Verallgemeinerungen

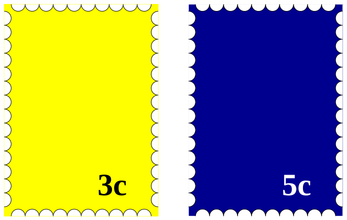
- **Schwierigkeiten bei Behandlung von vielen Details**
  – "Übermüdung" führt zu Schreib- und Denkfehlern

- **Plausibilität wird mit Wahrheit verwechselt**
  – Plausible Schlußfolgerungen werden ohne Überprüfung akzeptiert
  – Behauptungen von "Autoritäten" werden ungeprüft übernommen

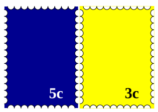
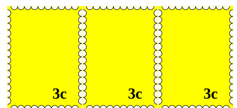
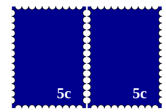
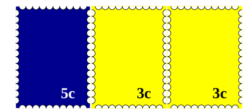
$$\Downarrow$$

Zu viele Fehler in Routineaufgaben, Wissenschaft, ...

Beispiel: Das Briefmarken Problem



Ist es möglich jedes Porto ab 8 Cent nur mit 3c und 5c Briefmarken zu erzeugen?

8c =  , **9c =**  , **10c =**  , **11c =**  , ...

- **Einfacher Induktionsbeweis**
  - Zeige: für alle $n \geq 8$ gibt es $i, j \in \mathbb{N}$ mit $n = i \cdot 3 + j \cdot 5$
    - Basisfälle 8, 9, 10 wie oben illustriert.
    - Induktionsschritt erzeugt Lösung für $n+1$ aus der für $n-2$.
- **Gibt es andere Paare mit derselben Eigenschaft?**
  - Offensichtlich 1c und jede andere Zahl, 2c und jede ungerade Zahl
  - **Kann man beweisen, daß dies alle Möglichkeiten sind?**

Beweis des Briefmarken Problems

Sei $a<b \in \mathbb{N}$. Ist jedes $n \geq a+b$ darstellbar als $n = i \cdot a + j \cdot b$ mit $i, j \in \mathbb{N}$, dann ist $a=1$ oder $a=2$ und b ist ungerade oder $a=3$ und $b=5$.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $1<a$.

$\exists i, j.\ a+b+1 = i \cdot a + j \cdot b \quad \mapsto \quad a \mid (b+1)$ oder $b=a+1$ (1)

$\exists i, j.\ a+b+2 = i \cdot a + j \cdot b \quad \mapsto \quad a=2$ oder $a \mid (b+2)$ oder $b=a+2$ (2)

Falls $a=2$, dann ist b ungerade wegen (1)

Falls $a>2$, dann ist $b>3$ und (1) liefert zwei Fälle

$a \mid (b+1)$: wegen $a>2$ kann a nicht $b+2$ teilen und wegen (2) gilt $b=a+2$.

$\exists i, j.\ a+b+3 = i \cdot a + j \cdot b \quad \mapsto \quad a=3$ oder $a \mid (b+3)$ oder $b=a+3$ (3)

– $b=a+3$ ist unmöglich, da $b=a+2$.

– $a \mid (b+3)$ ist unmöglich, da $a \mid (b+1)$ und $a>2$.

Also gilt $a = 3$ und $b = 5$ √

$b=a+1$: wegen (2) folgt wie oben $a \mid (a+3)$ oder $a+1 = a+2$.

~~Beides ist unmöglich.~~ **Möglich für $a=3$ und $b=4$**

Formales Vorgehen hilft, solche Fehler zu vermeiden

Simuliere logisches Schliessen auf dem Computer

- **Es gibt großen Bedarf für intelligente Werkzeuge**
  - Automatische Steuerungsanlagen, Roboter, intelligente Agenten
  - Routineaufgaben in Verwaltung, Industrie und Forschung
  - Softwareentwicklung, -optimierung, -verifikation
  - Lösen mathematischer Problemstellungen
- **Logisches Schließen ist oft sehr schematisch**
  - Mechanische Inferenztechniken können sinnvolle Unterstützung bieten
- **Logisches Schließen kann präzisiert werden**
  - Formale Logik: Universelle, akkurate Sprache
    + Regeln für schematische Lösung von Problemen
- **Computer sind ideal für diese Aufgabe**
  - Regelanwendung ist symbolische Manipulation von Text
  - Viele Probleme sind durch Austesten aller Möglichkeiten lösbar

Was ist Inferenz?

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind behaart.

Also sind alle Affen Säugetiere.

Zufällig richtig

Was ist, wenn wir **Affen** *durch etwas anderes ersetzen?*

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Teddybären sind behaart.

Also sind alle Teddybären Säugetiere.

Falsch

Welche Schlußfolgerungen sind aus logischen Gründen richtig ?

Welche hängen von den konkreten Konzepten ab ?

Inferenz: Gültige Schlussfolgerungen

Alle Säugetiere sind behaart.

Alle Affen sind Säugetiere.

Also sind alle Affen behaart.

Präzisere Formulierung

Für alle x [wenn Affe(x) dann Säugetier(x)].

Für alle x [wenn Säugetier(x) dann behaart(x)].

Für alle x [wenn Affe(x) dann behaart(x)].

Abstrahiert von konkreten Inhalten

$$\frac{\forall x[A(x) \Rightarrow S(x)] \qquad \forall x[S(x) \Rightarrow H(x)]}{\forall x[A(x) \Rightarrow H(x)]}$$

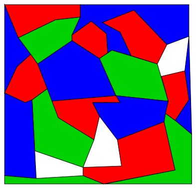
Bedeutung der Symbole A, S, H irrelevant für Gültigkeit

Computerunterstützung für logisches Schliessen

- **Logisches Schließen ist i.w. unentscheidbar**
  - Es gibt Entscheidungsprozeduren für Aussagenlogik und kleine Theorien
  - Prädikatenlogik ist aufzählbar aber nicht entscheidbar
  - Arithmetik ist nicht voll axiomatisierbar
- **Beweisassistenten sind universell verwendbar**
  - Benutzer konstruieren Beweise interaktiv durch Anwendung von Regeln
  - Computer führt Regeln aus und zeigt ungelöste Teilprobleme
  - Teilautomatisierung durch Beweistaktiken und Entscheidungsprozeduren
  - Spezialverfahren: Beweisplaner, Model Checking, Computer Algebra, ...
- **Automatisches Beweisen benötigt Suchverfahren**
  - Effizient möglich für eingeschränkte Anwendungsbereiche
    - Prädikatenlogik, Gleichheit, Induktion, ...
  - Verfahren geben keine Antwort im Mißerfolgsfall

Anwendungen und Erfolge automatischer Inferenz

- **Mathematische Beweisführung**
  - Aufdeckung und Korrektur von Fehlern (Beweisprüfung)
  - Automatische Suche nach neuen Beweisen (Theorembeweisen)
- **Unterstützung Softwareentwicklung**
  - Fehlersuche und Korrektheitsbeweise (Verifikation)
  - Verbesserung der Performanz (Optimierung)
  - Erzeugung aus Spezifikationen (Synthese)
- **Inferenzmaschine für KI-Systeme**
  - Problemlöser und Planer für Roboter, ...



1970er: **Vier-Farben Problem**
- Spezialsoftware überprüft tausende kritischer Fälle

1995 : **Pentium Bug**
- Model Checking findet Fehler in Hardwaretabellen

1996 : **Robbins Hypothese** NY Times
- Theorembeweiser EQP findet (lesbaren) Beweis in 7 Tagen

Themen der Veranstaltung

- **Logik und gültige Schlüsse**
  - Inferenzkalküle für die Prädikatenlogik erster Stufe
  - Maschinennahe Charakterisierung logischer Gültigkeit
- **Deduktionsverfahren**
  - Matrixmethoden für Aussagen- und Prädikatenlogik
  - Resolution und andere Beweistechniken
  - Suchstrategien, Reduktionstechniken und Optimierungen
- **Verdichtungen und Strategien**
  - Konnektionsreduktionen, Indizierung, ...
  - Gleichheitsbehandlung, Theorieschließen
  - Termersetzungssysteme und Unifikationstheorie
- **Aktuelle Forschungsgebiete**
  - Höhere Logik, Induktion, Modallogiken
  - Steuerung konstruktiver Beweise
  - Anwendungen und Implementierungsprobleme

Organisatorisches

- **Zuordnung: theoretische/angewandte Informatik**
- **Veranstaltungsarten**
  - Vorlesung: Präsentation der zentralen Konzepte
  - Übung: Vertiefung und Anwendung durch betreutes Üben
  - Eventuell Beweiserprojekte im Anschluß/nächsten Semester
- **Veranstaltungstermine**
  - Mi 11:00–12:30 – Vorlesung
  - Do 9:25–10:45 – Vorlesung/Übung im Wechsel
- **Lehrmaterialien:**
  - Buch “Deduktion” (online), Fachartikel, Folien der Veranstaltung
- **Vorkenntnisse:**
  - Vorkenntnisse in formaler Logik werden vorausgesetzt
- **Erfolgskriterien**
  - Abschlußprüfung (mündlich oder schriftlich, je nach Teilnehmerzahl)
  - Aktive Teilnahme an Übungen sehr empfehlenswert