

Inferenzmethoden

Einheit 5

Die Konnektionsmethode: Ergänzungen für die Prädikatenlogik



1. Prädikatenlogischer Extensionsschritt
2. Klauselkopien
3. Allgemeiner Rücksetzungsschritt
4. Das prädikatenlogische Verfahren CP_1^1

KONNEKTIONSMETHODE FÜR DIE PRÄDIKATENLOGIK

Liften der aussagenlogischen Methode

Liften der aussagenlogischen Methode

- **Zulässige Substitution** muß bestimmt werden
 - Verfahren muß partielle Substitution σ mitführen und erweitern

Liften der aussagenlogischen Methode

- **Zulässige Substitution** muß bestimmt werden
 - Verfahren muß partielle Substitution σ mitführen und erweitern
- **Erweiterung des Extensionsschrittes “ \vdash ”**
 - Konnektierte Literale müssen unifiziert werden
 - Alternativen werden komplexer

Liften der aussagenlogischen Methode

- **Zulässige Substitution** muß bestimmt werden
 - Verfahren muß partielle Substitution σ mitführen und erweitern
- **Erweiterung des Extensionsschrittes “ \vdash ”**
 - Konnektierte Literale müssen unifiziert werden
 - Alternativen werden komplexer
- **Bereinigungsschritt “ \sim ” i.w. unverändert**

Liften der aussagenlogischen Methode

- **Zulässige Substitution** muß bestimmt werden
 - Verfahren muß partielle Substitution σ mitführen und erweitern
- **Erweiterung des Extensionsschrittes “ \vdash ”**
 - Konnektierte Literale müssen unifiziert werden
 - Alternativen werden komplexer
- **Bereinigungsschritt “ \sim ” i.w. unverändert**
- **(Implizite) Klauselkopien können nötig sein**
 - Erzeuge Klauselkopien bzw. Indizierung dynamisch

Liften der aussagenlogischen Methode

- **Zulässige Substitution** muß bestimmt werden
 - Verfahren muß partielle Substitution σ mitführen und erweitern
- **Erweiterung des Extensionsschrittes “ \vdash ”**
 - Konnektierte Literale müssen unifiziert werden
 - Alternativen werden komplexer
- **Bereinigungsschritt “ \sim ” i.w. unverändert**
- **(Implizite) Klauselkopien können nötig sein**
 - Erzeuge Klauselkopien bzw. Indizierung dynamisch
- **Erweiterung des Rücksetzungsschrittes “ $\vdash \rightarrow$ ”**
 - Alternative konnektierte Klauseln
 - Alternative Substitutionen und passende konnektierte Literale
 - Alternative Startklauseln (ersetzt Separationsschritt)
 - Zusätzliche Instanzen der Matrix

Liften der aussagenlogischen Methode

- **Zulässige Substitution** muß bestimmt werden
 - Verfahren muß partielle Substitution σ mitführen und erweitern
- **Erweiterung des Extensionsschrittes “ \vdash ”**
 - Konnektierte Literale müssen unifiziert werden
 - Alternativen werden komplexer
- **Bereinigungsschritt “ \sim ” i.w. unverändert**
- **(Implizite) Klauselkopien können nötig sein**
 - Erzeuge Klauselkopien bzw. Indizierung dynamisch
- **Erweiterung des Rücksetzungsschrittes “ $\vdash \rightarrow$ ”**
 - Alternative konnektierte Klauseln
 - Alternative Substitutionen und passende konnektierte Literale
 - Alternative Startklauseln (ersetzt Separationsschritt)
 - Zusätzliche Instanzen der Matrix
- **Separationsschritt wird hinfällig**

PRÄDIKATENLOGISCHE ERWEITERUNG DES EXTENSIONSSCHRITTES

$$\left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \square$$

↑ markiert **aktuelle Klausel**

\square markiert Literale des **aktuellen Pfades**

Aktuelle Substitution σ wird mitgeführt

↗ markiert Startliterale der noch offenen Teilpfade

• markiert abgeschlossene Teilpfade

PRÄDIKATENLOGISCHE ERWEITERUNG DES EXTENSIONSSCHRITTES

$$\left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad \square$$

↑ markiert **aktuelle Klausel**

\square markiert Literale des **aktuellen Pfades**

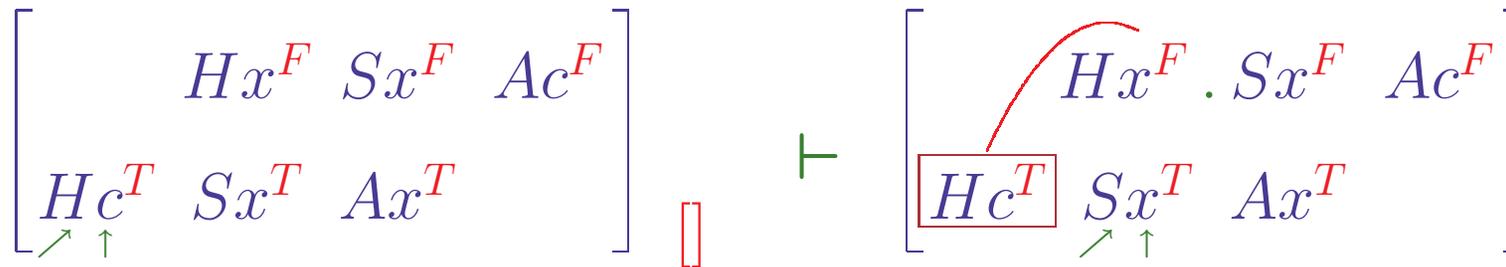
Aktuelle Substitution σ wird mitgeführt

↗ markiert Startliterale der noch offenen Teilpfade

• markiert abgeschlossene Teilpfade

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel

PRÄDIKATENLOGISCHE ERWEITERUNG DES EXTENSIONSSCHRITTES



↑ markiert **aktuelle Klausel**

\boxed{P} markiert Literale des **aktuellen Pfades**

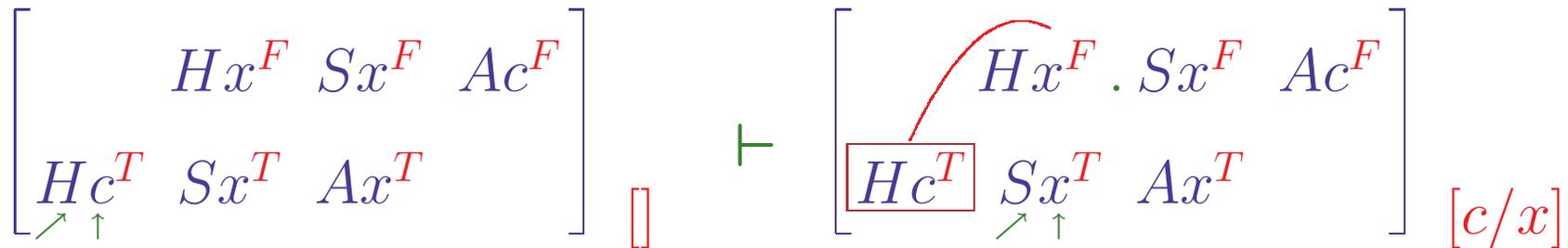
Aktuelle Substitution σ wird mitgeführt

↗ markiert Startliterale der noch offenen Teilpfade

• markiert abgeschlossene Teilpfade

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box \boxed{L} ; wähle von L ausgehende Konnektion
 Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**

PRÄDIKATENLOGISCHE ERWEITERUNG DES EXTENSIONSSCHRITTES



↑ markiert **aktuelle Klausel**

\boxed{P} markiert Literale des **aktuellen Pfades**

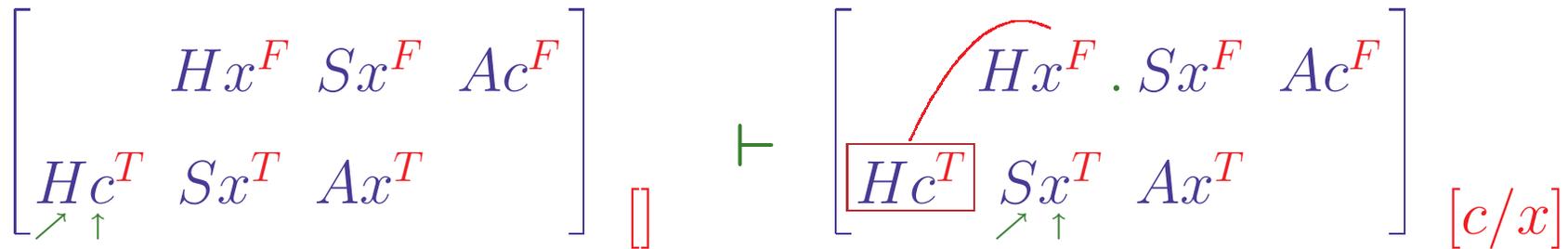
Aktuelle Substitution σ wird mitgeführt

↗ markiert Startliterale der noch offenen Teilpfade

· markiert abgeschlossene Teilpfade

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box \boxed{L} ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Unifiziere die konnektierten (mit σ modifizierten) Terme und erweitere σ
Falls Terme nicht unifizierbar sind, breche den Extensionsschritt ab

PRÄDIKATENLOGISCHE ERWEITERUNG DES EXTENSIONSSCHRITTES



↑ markiert **aktuelle Klausel**

\boxed{P} markiert Literale des **aktuellen Pfades**

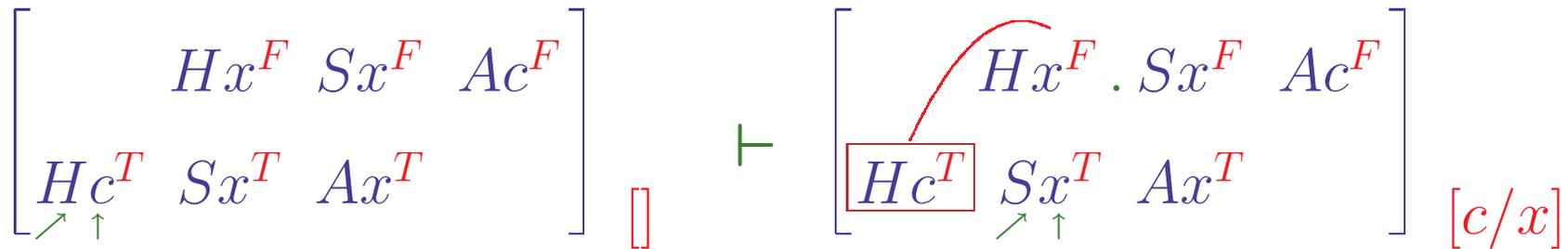
Aktuelle Substitution σ wird mitgeführt

↗ markiert Startliterale der noch offenen Teilpfade

· markiert abgeschlossene Teilpfade

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box \boxed{L} ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Unifiziere die konnektierten (mit σ modifizierten) Terme und erweitere σ
Falls Terme nicht unifizierbar sind, breche den Extensionsschritt ab
4. Markiere alle Literale der konnektierten Klausel, die unter σ komplementär zu einem Literal des aktuellen Pfades sind, mit ·

PRÄDIKATENLOGISCHE ERWEITERUNG DES EXTENSIONSSCHRITTES



↑ markiert **aktuelle Klausel**

\boxed{P} markiert Literale des **aktuellen Pfades**

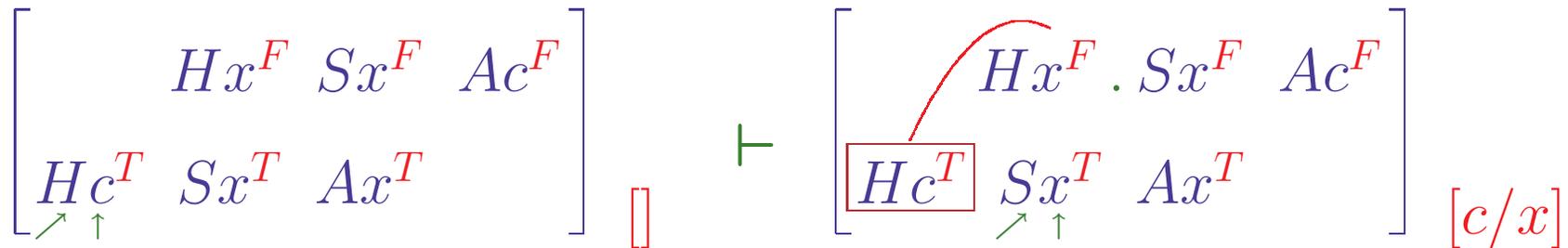
Aktuelle Substitution σ wird mitgeführt

↗ markiert Startliterale der noch offenen Teilpfade

• markiert abgeschlossene Teilpfade

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box \boxed{L} ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Unifiziere die konnektierten (mit σ modifizierten) Terme und erweitere σ
Falls Terme nicht unifizierbar sind, breche den Extensionsschritt ab
4. Markiere alle Literale der konnektierten Klausel, die unter σ komplementär zu einem Literal des aktuellen Pfades sind, mit •
5. Markiere andere Literale der konnektierten Klausel mit ↗

PRÄDIKATENLOGISCHE ERWEITERUNG DES EXTENSIONSSCHRITTES



↑ markiert **aktuelle Klausel**

\boxed{P} markiert Literale des **aktuellen Pfades**

Aktuelle Substitution σ wird mitgeführt

↗ markiert Startliterale der noch offenen Teilpfade

. markiert abgeschlossene Teilpfade

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box \boxed{L} ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Unifiziere die konnektierten (mit σ modifizierten) Terme und erweitere σ
Falls Terme nicht unifizierbar sind, breche den Extensionsschritt ab
4. Markiere alle Literale der konnektierten Klausel, die unter σ komplementär zu einem Literal des aktuellen Pfades sind, mit .
5. Markiere andere Literale der konnektierten Klausel mit ↗
6. Verschiebe ↑ auf die konnektierte Klausel

EINFACHER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS

$$\left[\begin{array}{ccc} & Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & \end{array} \right] \quad \square$$

Note: In the original image, there are green arrows pointing from the bottom-left corner of the matrix to the terms Hc^T and Sx^T .

EINFACHER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS

$$\left[\begin{array}{ccc} & Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & \end{array} \right] \quad \vdash \quad \left[\begin{array}{ccc} & Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ \boxed{Hc^T} & Sx^T & Ax^T & \end{array} \right] [c/x]$$

The diagram illustrates a logical extension proof. On the left, a set of formulas is shown in a bracketed array: Hc^T , Sx^T , Ax^T in the bottom row, and Hx^F , Sx^F , Ac^F in the top row. Green arrows point from Hc^T to Sx^T and from Sx^T to Ax^T . A red arrow points from Hc^T to Hx^F . A red box highlights Hc^T . On the right, the same set of formulas is shown, but Hc^T is boxed in red, and a red arrow points from it to Hx^F . The substitution $[c/x]$ is indicated at the bottom right.

EINFACHER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad \square \\
 \begin{array}{c} \nearrow \uparrow \\ \nearrow \uparrow \end{array}
 \end{array}
 \quad \vdash \quad
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \begin{array}{c} \nearrow \uparrow \\ \nearrow \uparrow \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \vdash \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \begin{array}{c} \nearrow \uparrow \\ \nearrow \uparrow \end{array}
 \end{array}$$

EINFACHER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS

$$\begin{array}{ccc}
 \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \square & \vdash & \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F & Ac^F & \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] [c/x] \\
 \vdash \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F \cdot Ac^F & & \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] [c/x] & \vdash & \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F \cdot Ac^F \cdot & & \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] [c/x]
 \end{array}$$

EINFACHER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad \square \\
 \begin{array}{c} \nearrow \uparrow \\ \nearrow \uparrow \end{array}
 \end{array}
 \quad \vdash \quad
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F & & Ac^F \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \begin{array}{c} \nearrow \uparrow \\ \nearrow \uparrow \end{array}
 \end{array}
 \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \vdash \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F \cdot Ac^F & & \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \begin{array}{c} \nearrow \uparrow \\ \nearrow \uparrow \end{array}
 \end{array}
 \quad \vdash \quad
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F \cdot Ac^F \cdot \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \begin{array}{c} \nearrow \uparrow \\ \nearrow \uparrow \\ \nearrow \uparrow \end{array}
 \end{array}
 \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \sim \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F \cdot Ac^F & & \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \begin{array}{c} \nearrow \uparrow \\ \nearrow \uparrow \\ \uparrow \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

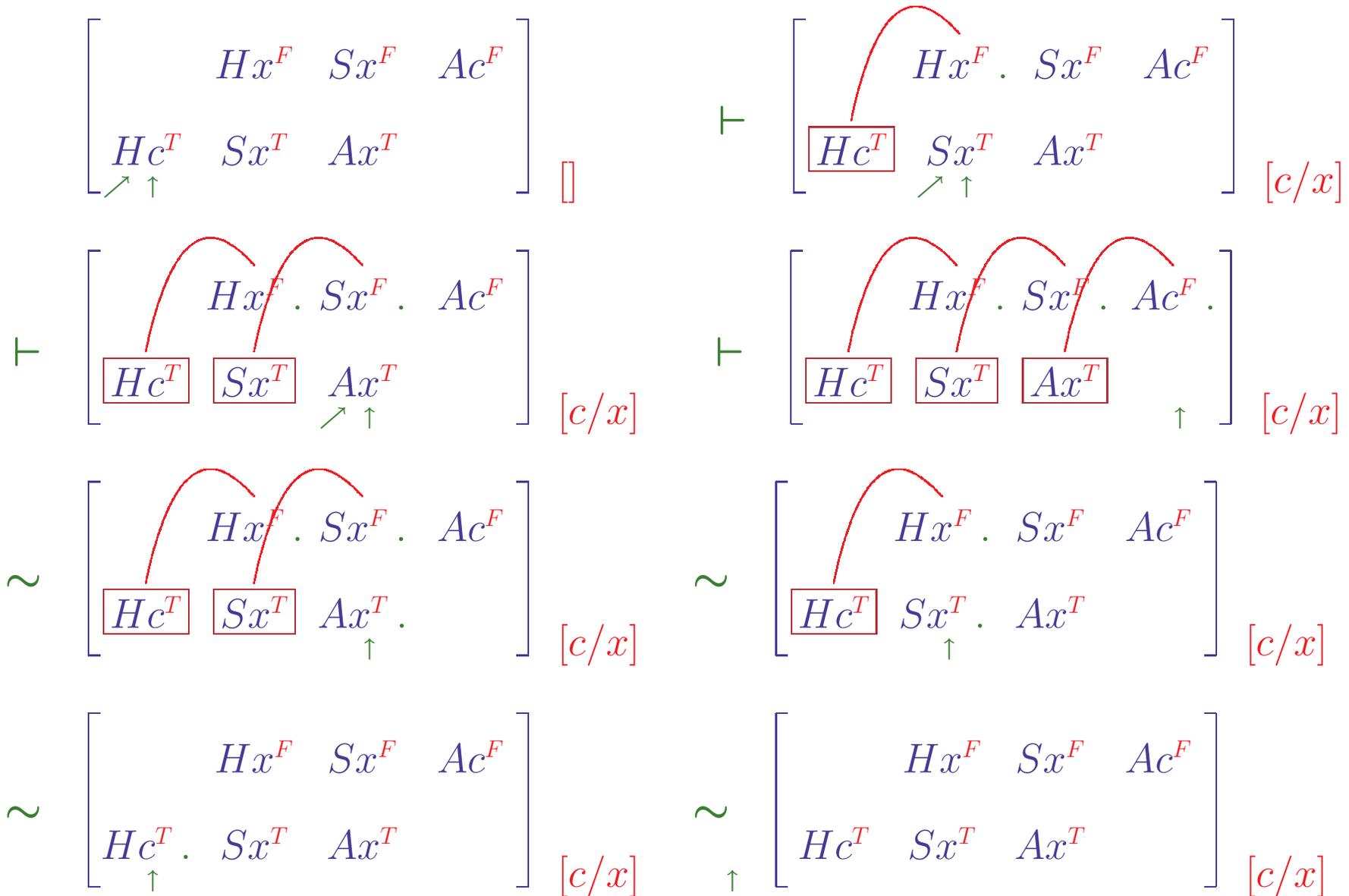
EINFACHER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS

$$\begin{array}{ccc}
 \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ \nearrow \uparrow \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \square & \vdash & \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F & Ac^F & \\ \boxed{Hc^T} & \nearrow \uparrow & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] [c/x] \\
 \vdash \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F \cdot Ac^F & & \\ \boxed{Hc^T} & \boxed{Sx^T} & \nearrow \uparrow \\ & & Ax^T \end{array} \right] [c/x] & \vdash & \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F \cdot Ac^F \cdot & & \\ \boxed{Hc^T} & \boxed{Sx^T} & \boxed{Ax^T} & \uparrow \end{array} \right] [c/x] \\
 \sim \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F \cdot Ac^F & & \\ \boxed{Hc^T} & \boxed{Sx^T} & \nearrow \uparrow \\ & & Ax^T \end{array} \right] [c/x] & \sim & \left[\begin{array}{ccc} Hx^F \cdot Sx^F & Ac^F & \\ \boxed{Hc^T} & \nearrow \uparrow & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] [c/x]
 \end{array}$$

EINFACHER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS

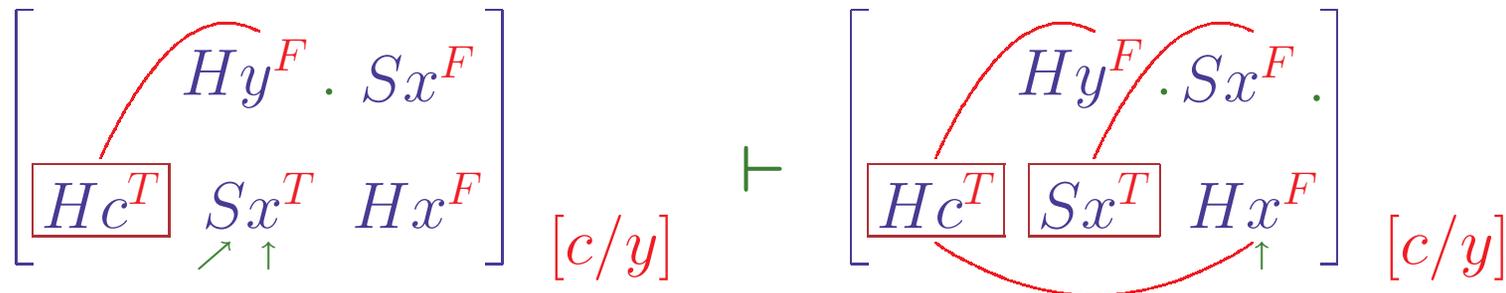
$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ \nearrow \uparrow \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad \square \\
 \\
 \vdash \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ \boxed{Hc^T} & \nearrow \uparrow \\ Sx^T & Ax^T & \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \\
 \vdash \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ \boxed{Hc^T} & \boxed{Sx^T} & \nearrow \uparrow \\ Ax^T & & \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \\
 \vdash \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ \boxed{Hc^T} & \boxed{Sx^T} & \boxed{Ax^T} \\ & & \uparrow \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \\
 \sim \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ \boxed{Hc^T} & \boxed{Sx^T} & \nearrow \uparrow \\ Ax^T & & \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \\
 \sim \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ \boxed{Hc^T} & \nearrow \uparrow \\ Sx^T & Ax^T & \end{array} \right] \quad [c/x] \\
 \\
 \sim \left[\begin{array}{ccc} Hx^F & Sx^F & Ac^F \\ \nearrow \uparrow \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T \end{array} \right] \quad [c/x]
 \end{array}$$

EINFACHER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS



VERALLGEMEINERUNGEN DES EXTENSIONSSCHRITTES I

Alle neuen Konnektionen müssen komplementär sein



Hx^T ist konnektiert mit Hc^T

– Konnektion nicht komplementär unter (erweiterter) Substitution σ

VERALLGEMEINERUNGEN DES EXTENSIONSSCHRITTES I

Alle neuen Konnektionen müssen komplementär sein

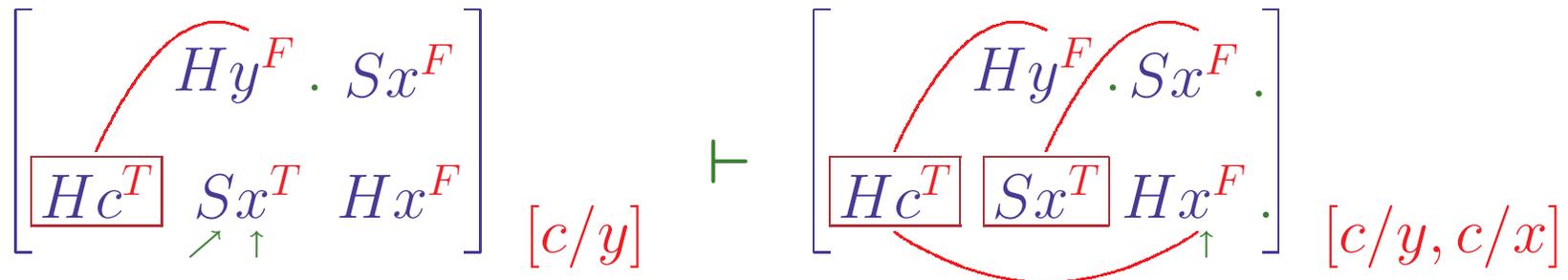
$$\left[\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \boxed{Hc^T} \quad Sx^T \quad Hx^F \\ \nearrow \quad \uparrow \end{array} \right] [c/y] \quad \vdash \quad \left[\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \boxed{Hc^T} \quad \boxed{Sx^T} \quad Hx^F \\ \quad \quad \quad \uparrow \end{array} \right] [c/y, c/x]$$

Hx^T ist konnektiert mit Hc^T

- Konnektion nicht komplementär unter (erweiterter) Substitution σ
- Konnektion wird aber komplementär, wenn σ nochmals erweitert wird

VERALLGEMEINERUNGEN DES EXTENSIONSSCHRITTES I

Alle neuen Konnektionen müssen komplementär sein



Hx^T ist konnektiert mit Hc^T

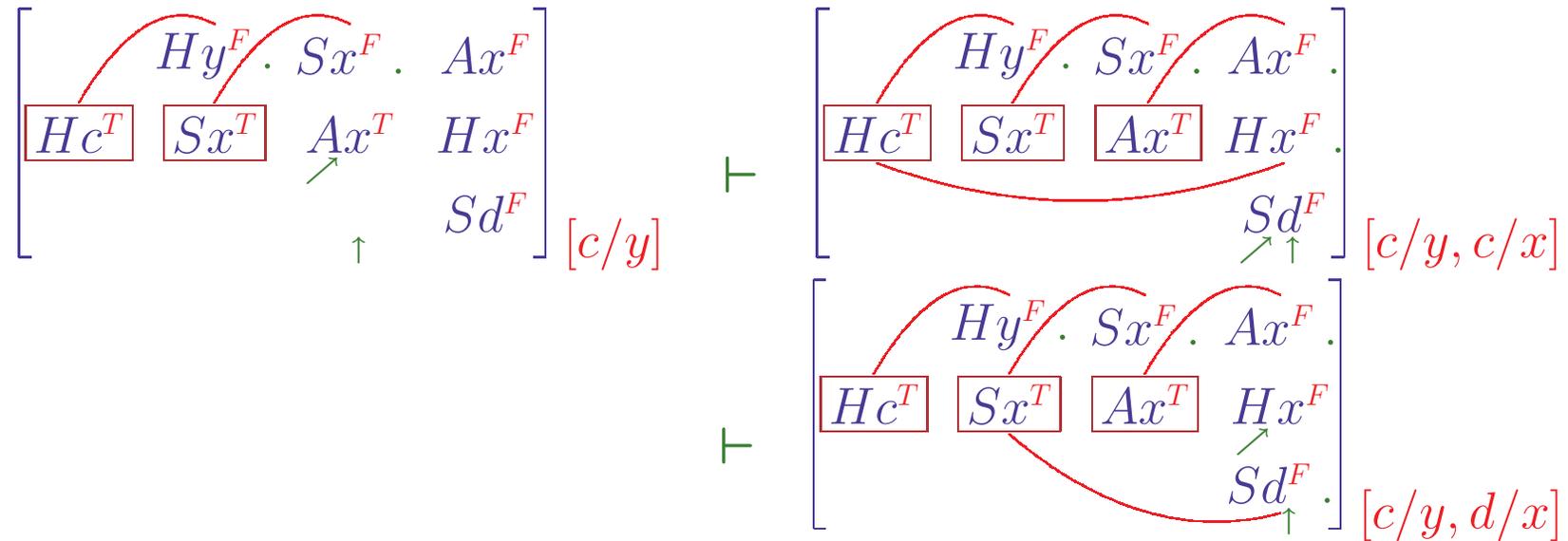
- Konnektion nicht komplementär unter (erweiterter) Substitution σ
- Konnektion wird aber komplementär, wenn σ nochmals erweitert wird



Verallgemeinere Schritt 4 auf **unifizierbare Konnektionen**

“Markiere alle Literale der konnektierten Klausel, die unter einer Erweiterung von σ komplementär zu einem Literal des aktuellen Pfades sind, mit .”

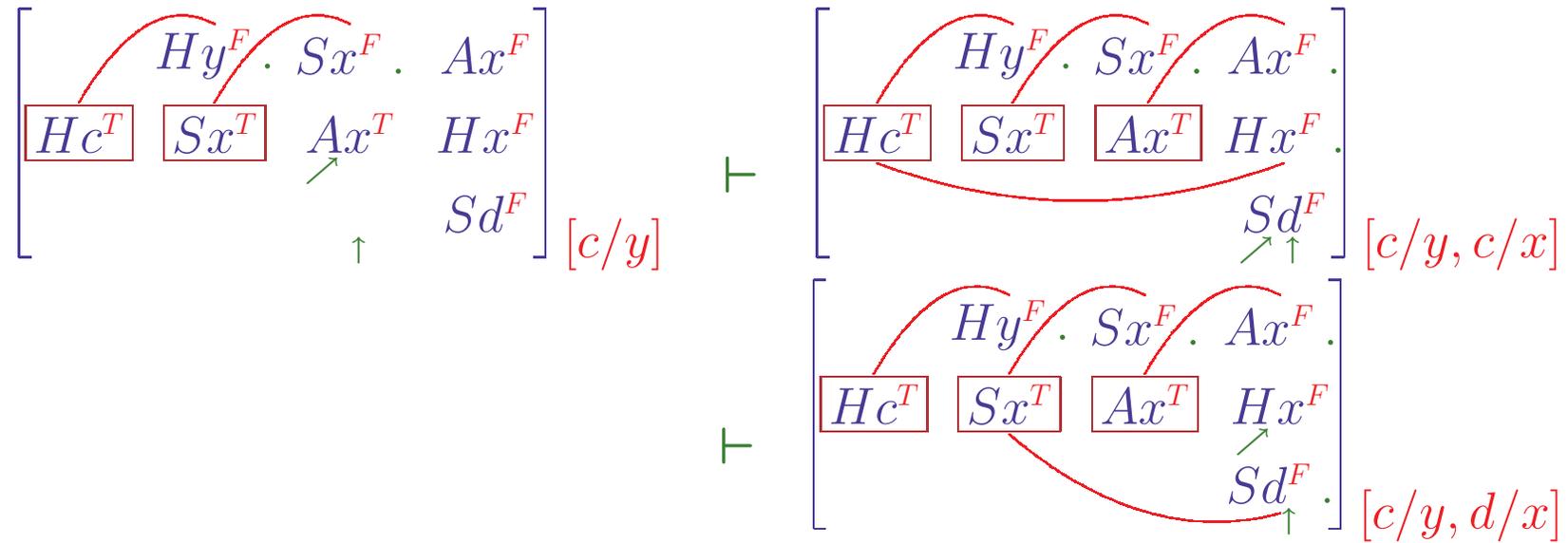
VERALLGEMEINERUNGEN DES EXTENSIONSSCHRITTES II



Hx^T ist konnektiert mit Hc^T , Sx^T mit Sd^T

- (Hx^T, Hc^T) ist unifizierbar durch Erweiterung von σ auf $[c/y, c/x]$
- (Sx^T, Sd^T) ist unifizierbar durch Erweiterung von σ auf $[c/y, d/x]$

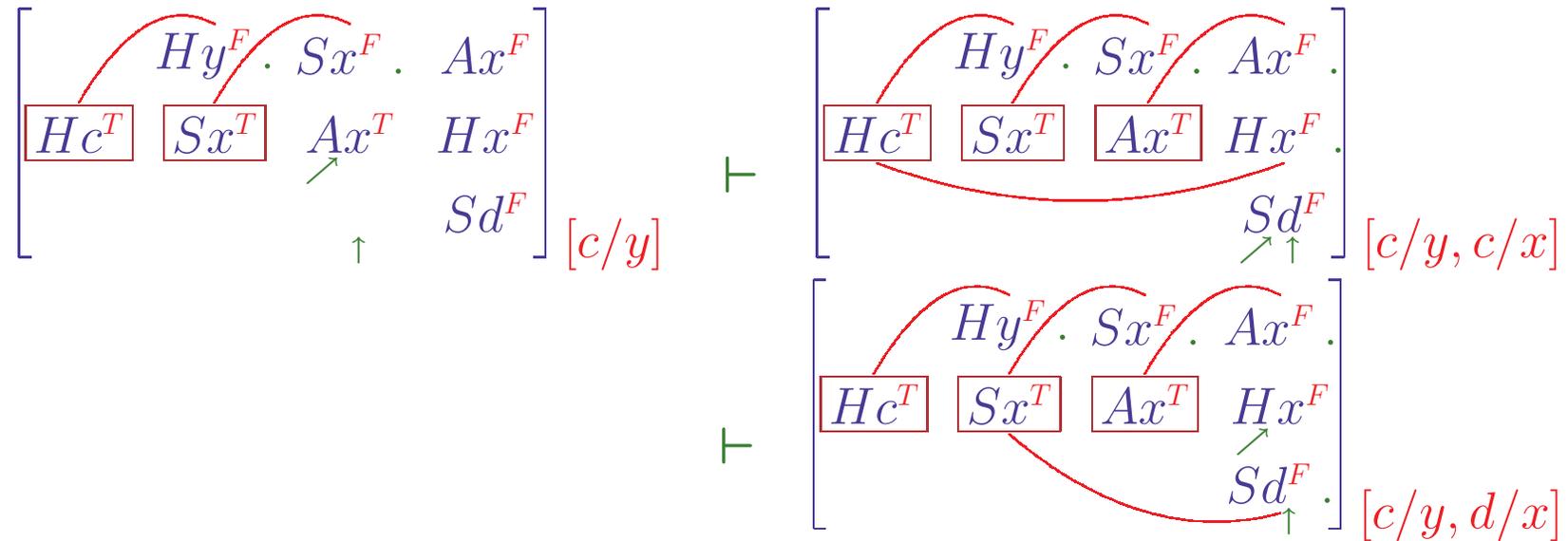
VERALLGEMEINERUNGEN DES EXTENSIONSSCHRITTES II



Hx^T ist konnektiert mit Hc^T , Sx^T mit Sd^T

- (Hx^T, Hc^T) ist unifizierbar durch Erweiterung von σ auf $[c/y, c/x]$
- (Sx^T, Sd^T) ist unifizierbar durch Erweiterung von σ auf $[c/y, d/x]$
- Mehrere alternative Extensionen mit verschiedenen Substitutionen möglich

VERALLGEMEINERUNGEN DES EXTENSIONSSCHRITTES II



Hx^T ist konnektiert mit Hc^T , Sx^T mit Sd^T

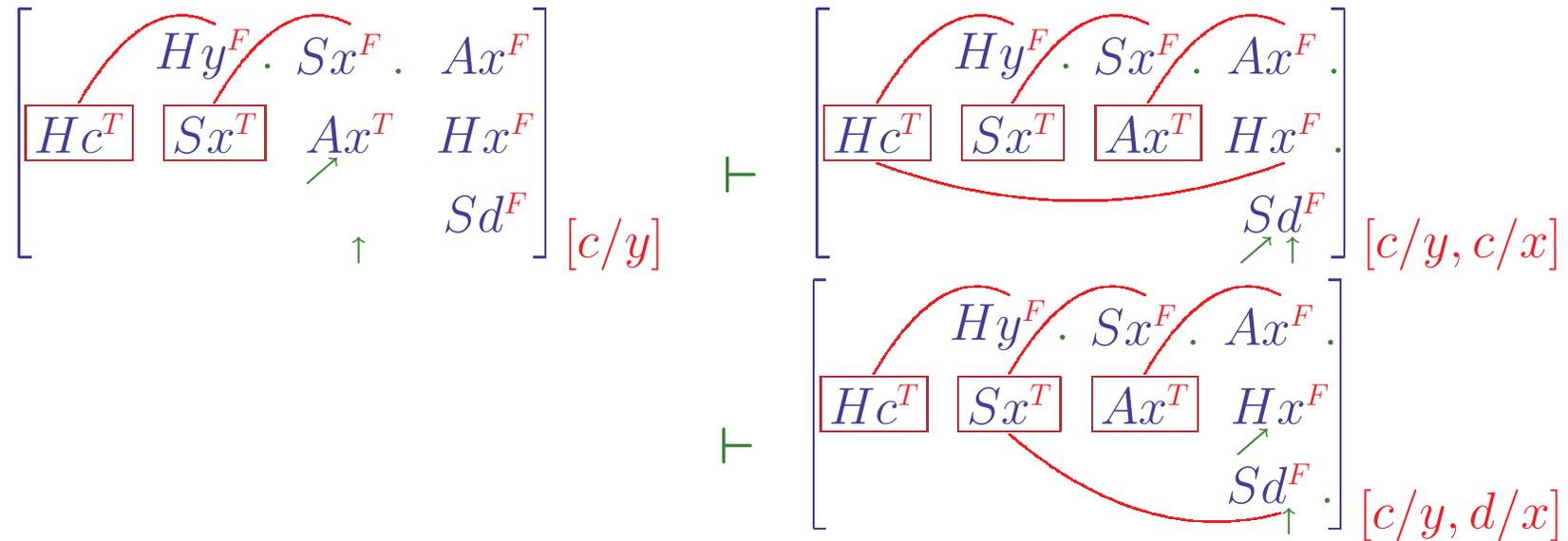
- (Hx^T, Hc^T) ist unifizierbar durch Erweiterung von σ auf $[c/y, c/x]$
- (Sx^T, Sd^T) ist unifizierbar durch Erweiterung von σ auf $[c/y, d/x]$
- Mehrere alternative Extensionen mit verschiedenen Substitutionen möglich



Verallgemeinere Schritte 3 und 4 und den Rücksetzungsschritt

- Bilde Unifikatoren für alle Teilmengen konnektierter Literale

VERALLGEMEINERUNGEN DES EXTENSIONSSCHRITTES II



Hx^T ist konnektiert mit Hc^T , Sx^T mit Sd^T

- (Hx^T, Hc^T) ist unifizierbar durch Erweiterung von σ auf $[c/y, c/x]$
- (Sx^T, Sd^T) ist unifizierbar durch Erweiterung von σ auf $[c/y, d/x]$
- Mehrere alternative Extensionen mit verschiedenen Substitutionen möglich



Verallgemeinere Schritte 3 und 4 und den Rücksetzungsschritt

- Bilde Unifikatoren für alle Teilmengen konnektierter Literale
- Verfolge eine Alternative und speichere die anderen

ALLGEMEINER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSSCHRITT

1. Wähle ein mit  markiertes Literal L der aktuellen Klausel

ALLGEMEINER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSSCHRITT

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box L ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**

ALLGEMEINER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSSCHRITT

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box L ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Wähle Teilmenge der Literale der konnektierten Klausel, die mit dem aktuellen Pfad konnektiert sind, und eine Substitution ρ , welche die mit σ modifizierten Konnektionen komplementär macht
Erweitere σ mit der zusätzlich generierten Substitution ρ
Vermerke weitere Teilmengen und Substitutionen in **Alternativenmenge**
Falls es keine solche Teilmenge gibt, breche den Extensionsschritt ab

ALLGEMEINER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSSCHRITT

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box L ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Wähle Teilmenge der Literale der konnektierten Klausel, die mit dem aktuellen Pfad konnektiert sind, und eine Substitution ρ , welche die mit σ modifizierten Konnektionen komplementär macht
Erweitere σ mit der zusätzlich generierten Substitution ρ
Vermerke weitere Teilmengen und Substitutionen in **Alternativenmenge**
Falls es keine solche Teilmenge gibt, breche den Extensionsschritt ab
4. Markiere **alle** gewählten Literale der konnektierten Klausel mit \cdot .

ALLGEMEINER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSSCHRITT

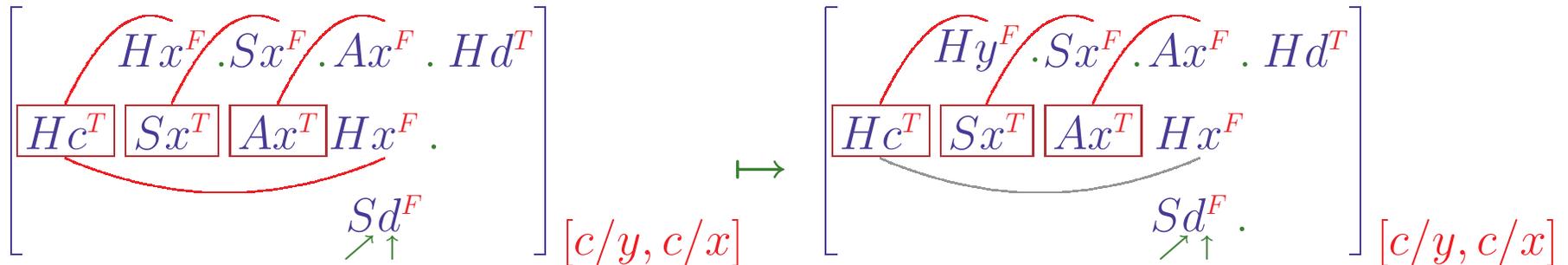
1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box L ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Wähle Teilmenge der Literale der konnektierten Klausel, die mit dem aktuellen Pfad konnektiert sind, und eine Substitution ρ , welche die mit σ modifizierten Konnektionen komplementär macht
Erweitere σ mit der zusätzlich generierten Substitution ρ
Vermerke weitere Teilmengen und Substitutionen in **Alternativenmenge**
Falls es keine solche Teilmenge gibt, breche den Extensionsschritt ab
4. Markiere **alle** gewählten Literale der konnektierten Klausel mit \cdot
5. Markiere andere Literale der konnektierten Klausel mit ↗

ALLGEMEINER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSSCHRITT

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal L der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box L ; wähle von L ausgehende Konnektion
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Wähle Teilmenge der Literale der konnektierten Klausel, die mit dem aktuellen Pfad konnektiert sind, und eine Substitution ρ , welche die mit σ modifizierten Konnektionen komplementär macht
Erweitere σ mit der zusätzlich generierten Substitution ρ
Vermerke weitere Teilmengen und Substitutionen in **Alternativenmenge**
Falls es keine solche Teilmenge gibt, breche den Extensionsschritt ab
4. Markiere **alle** gewählten Literale der konnektierten Klausel mit \cdot
5. Markiere andere Literale der konnektierten Klausel mit ↗
6. Verschiebe ↑ auf die konnektierte Klausel

PRÄDIKATENLOGISCHE RÜCKSETZUNG

Keine Extension oder Bereinigung mehr möglich

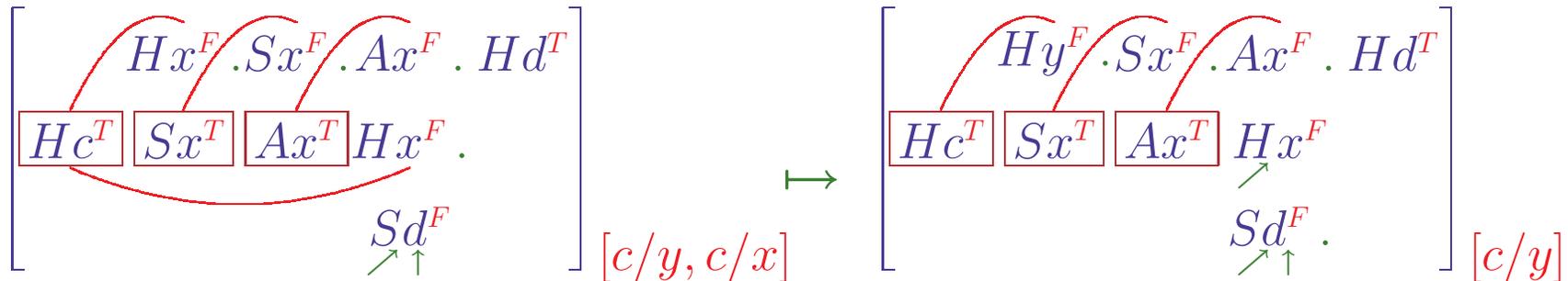


● Alternativenmengen nicht leer?

1. Gehe zurück auf Literal des aktuellen Pfades, von dem aus
 - (a) eine alternative Unifikation möglich war oder
 - (b) eine alternative Konnektion beginnt

PRÄDIKATENLOGISCHE RÜCKSETZUNG

Keine Extension oder Bereinigung mehr möglich

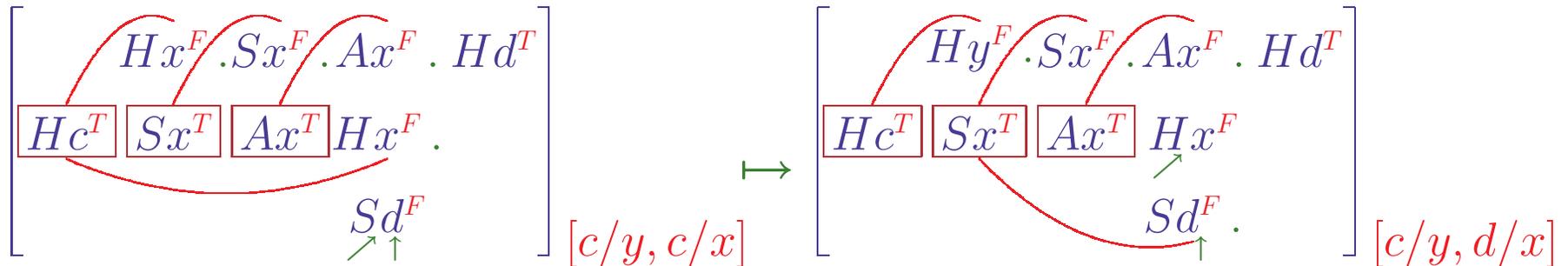


● Alternativenmengen nicht leer?

1. Gehe zurück auf Literal des aktuellen Pfades, von dem aus
 - (a) eine alternative Unifikation möglich war oder
 - (b) eine alternative Konnektion beginnt
2. Stelle die damalige Konfiguration und Substitution wieder her

PRÄDIKATENLOGISCHE RÜCKSETZUNG

Keine Extension oder Bereinigung mehr möglich

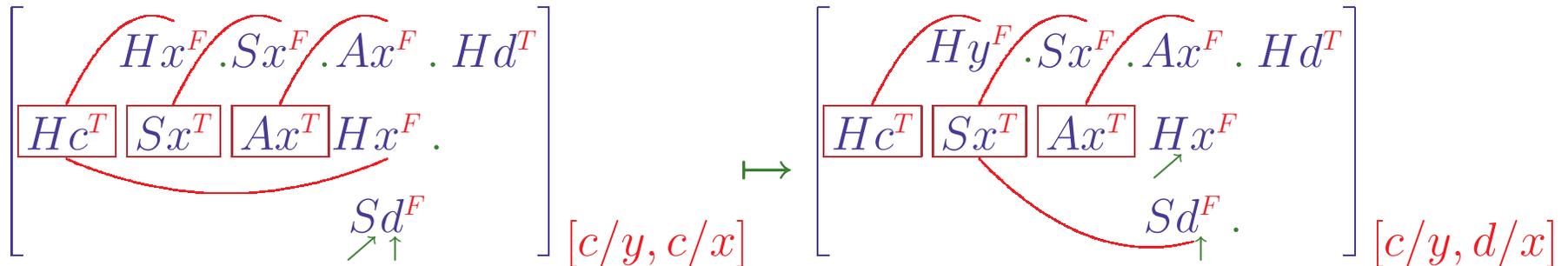


● Alternativenmengen nicht leer?

1. Gehe zurück auf Literal des aktuellen Pfades, von dem aus
 - (a) eine alternative Unifikation möglich war oder
 - (b) eine alternative Konnektion beginnt
2. Stelle die damalige Konfiguration und Substitution wieder her
3. Streiche die neu betrachtete Konnektion / Unifikation aus der entsprechenden Alternativenmenge

PRÄDIKATENLOGISCHE RÜCKSETZUNG

Keine Extension oder Bereinigung mehr möglich



● Alternativenmengen nicht leer?

1. Gehe zurück auf Literal des aktuellen Pfades, von dem aus
 - (a) eine alternative Unifikation möglich war oder
 - (b) eine alternative Konnektion beginnt
2. Stelle die damalige Konfiguration und Substitution wieder her
3. Streiche die neu betrachtete Konnektion / Unifikation aus der entsprechenden Alternativenmenge

● Alternativenmengen leer?

Versuche Neustart mit alternativer Startklausel oder Klauselkopie

PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWeis

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & Sd^F & \end{array} \right] \square$$

(Note: A green arrow points from the bottom-left to the Hc^T term, and another green arrow points from below the Hc^T term to the left.)

PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWeis

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \square$$

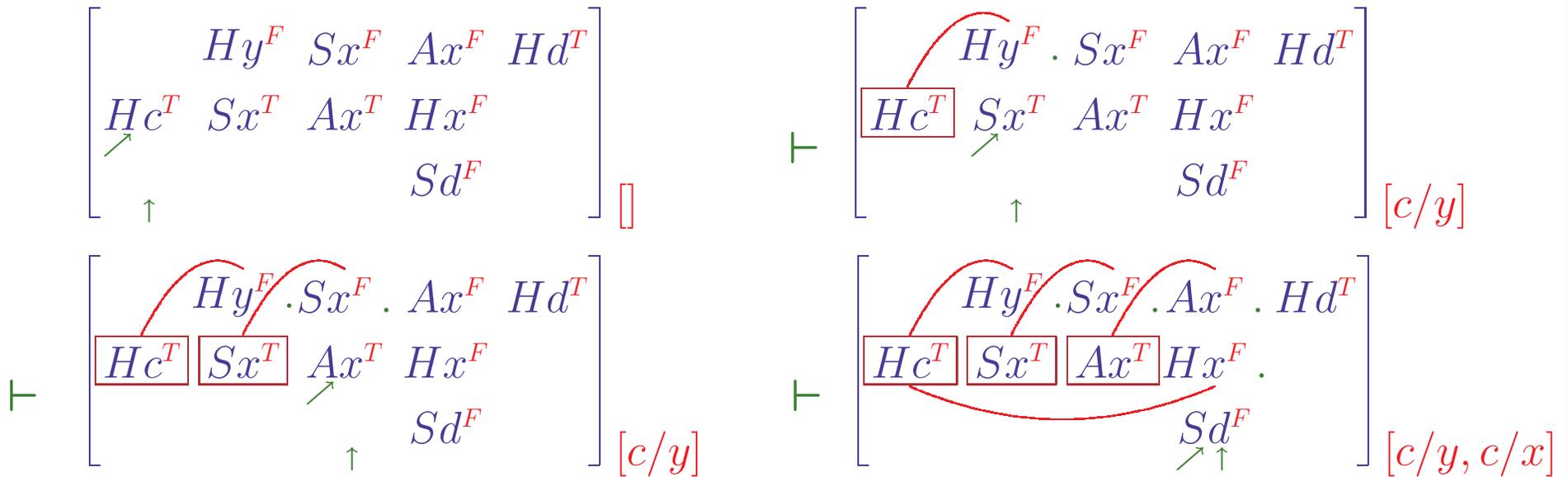
\vdash

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] [c/y]$$

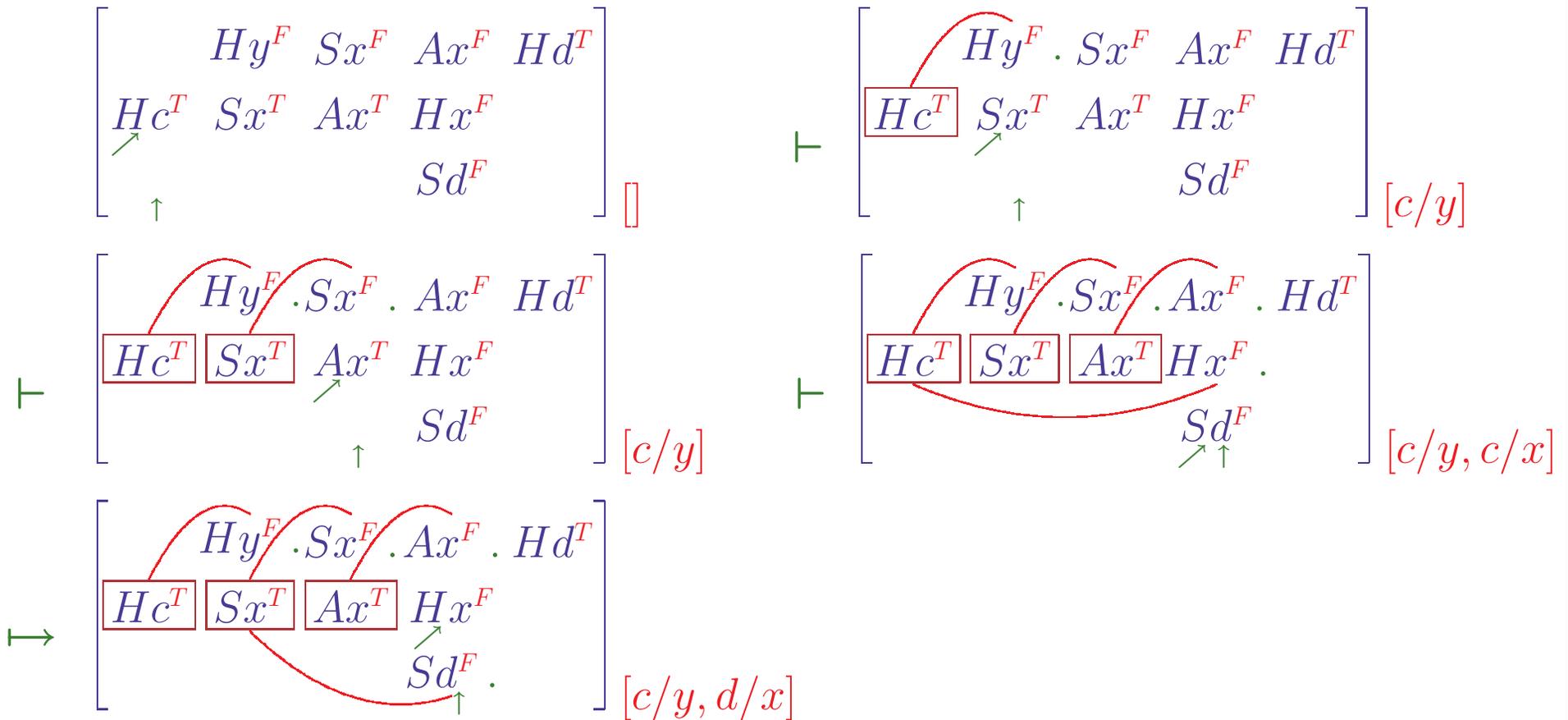
PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBeweis

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc}
 Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\
 Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\
 & & & Sd^F
 \end{array} \right] \quad \square \\
 \uparrow \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\
 Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\
 & & & Sd^F
 \end{array} \right] \quad [c/y] \\
 \uparrow \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\
 Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\
 & & & Sd^F
 \end{array} \right] \quad [c/y]
 \end{array}$$

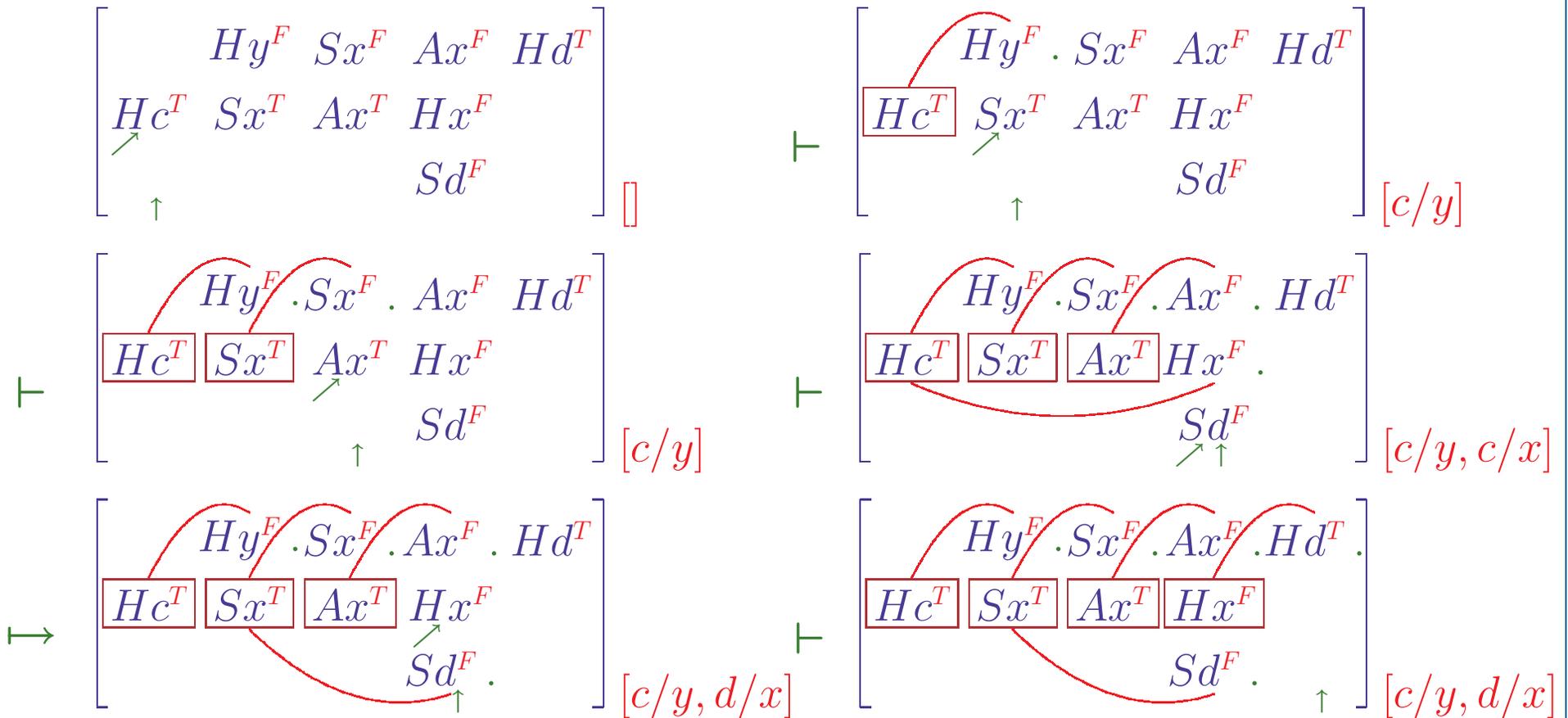
PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS



PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS



PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS



PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad \square$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, c/x]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad \square$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, c/x]$$

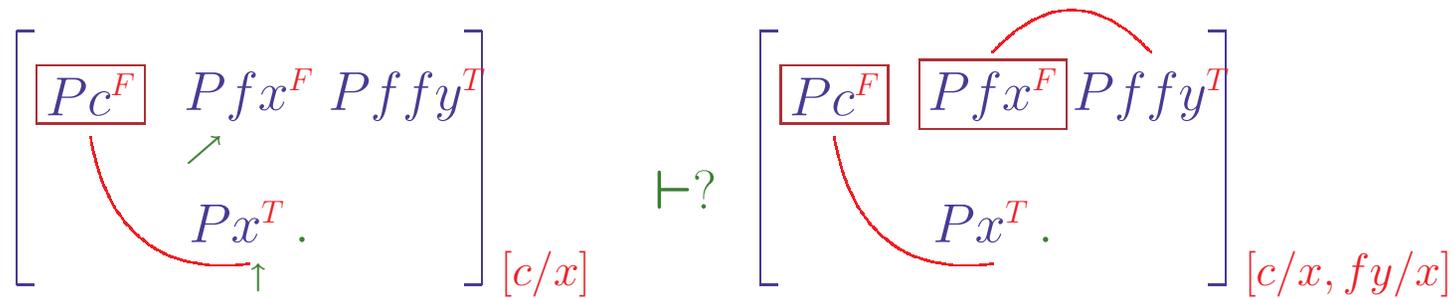
$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

ALLGEMEINE RÜCKSETZUNG: KLAUSELKOPIE



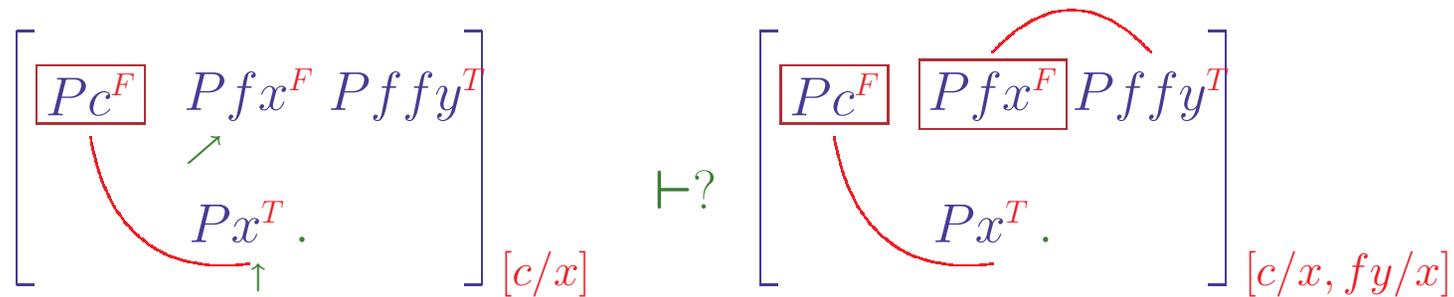
ALLGEMEINE RÜCKSETZUNG: KLAUSELKOPIE

$$\left[\begin{array}{c} \boxed{Pc^F} \quad Pfx^F \quad Pff y^T \\ \uparrow \\ Px^T \end{array} \right]_{[c/x]} \quad \vdash? \quad \left[\begin{array}{c} \boxed{Pc^F} \quad \boxed{Pfx^F} \quad Pff y^T \\ \uparrow \\ Px^T \end{array} \right]_{[c/x, fy/x]}$$

- **Extensionsschritt undurchführbar**

- $[c/x]$ widerspricht $[fy/x]$

ALLGEMEINE RÜCKSETZUNG: KLAUSELKOPIE



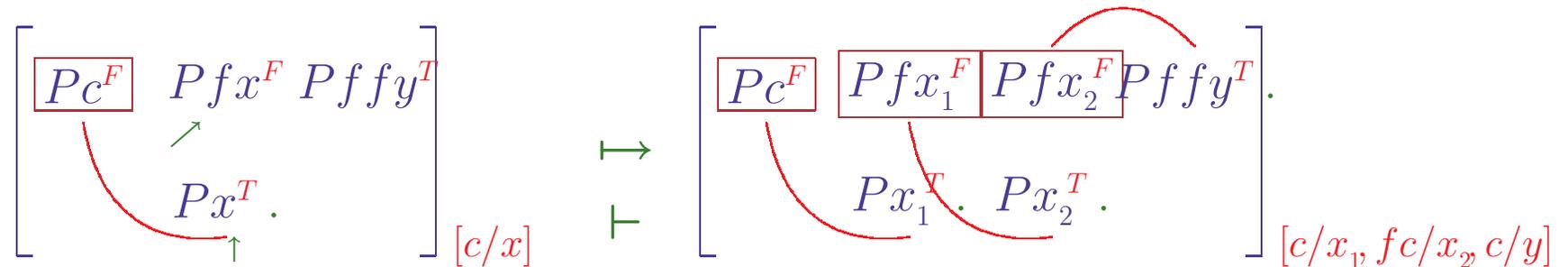
- **Extensionsschritt undurchführbar**

- $[c/x]$ widerspricht $[fy/x]$

- **Formel $(\forall x Px \Rightarrow Pfx) \wedge Pc \Rightarrow \exists y Pffy$ gültig**

- Argument $\forall x (Px \Rightarrow Pfx)$ kann doppelt verwendet werden

ALLGEMEINE RÜCKSETZUNG: KLAUSELKOPIE



- **Extensionsschritt undurchführbar**

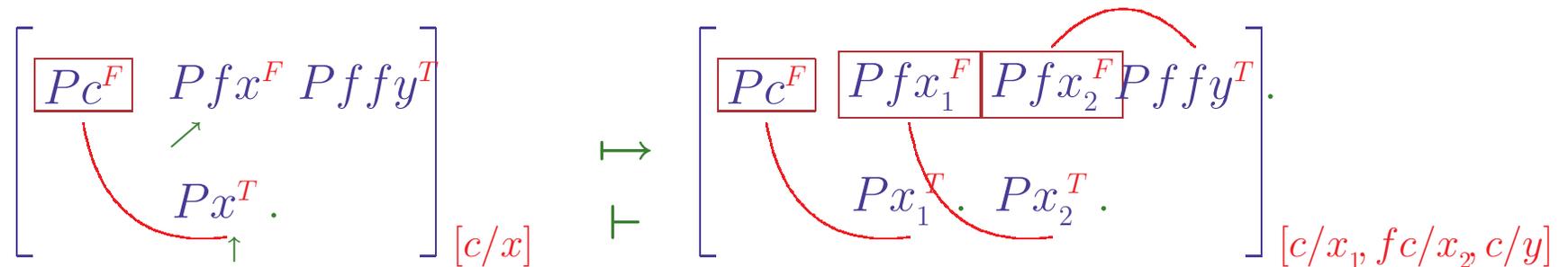
- $[c/x]$ widerspricht $[fy/x]$

- **Formel $(\forall x Px \Rightarrow Pfx) \wedge Pc \Rightarrow \exists y Pffy$ gültig**

- Argument $\forall x (Px \Rightarrow Pfx)$ kann doppelt verwendet werden

- **Extensionsbeweis benötigt Klauselkopie**

ALLGEMEINE RÜCKSETZUNG: KLAUSELKOPIE



- **Extensionsschritt undurchführbar**

- $[c/x]$ widerspricht $[fy/x]$

- **Formel $(\forall x Px \Rightarrow Pfx) \wedge Pc \Rightarrow \exists y Pffly$ gültig**

- Argument $\forall x (Px \Rightarrow Pfx)$ kann doppelt verwendet werden

- **Extensionsbeweis benötigt Klauselkopie**

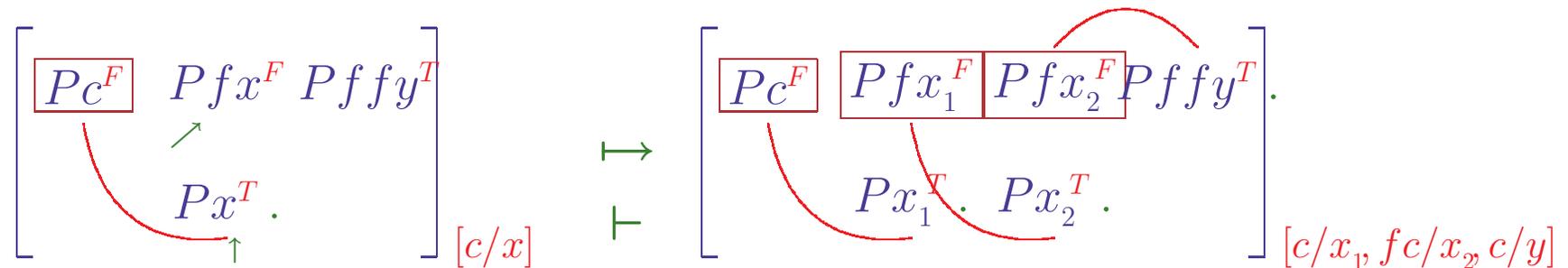
- **Offene Fragen**

- Automatische Erzeugung von Kopien bei Rücksetzung?

- Tiefensuche: Kopien frühzeitig dynamisch erzeugen

- Breitensuche: Kopien nach erfolgloser Beweisführung

ALLGEMEINE RÜCKSETZUNG: KLAUSELKOPIE



- **Extensionsschritt undurchführbar**

- $[c/x]$ widerspricht $[fy/x]$

- **Formel $(\forall x Px \Rightarrow Pfx) \wedge Pc \Rightarrow \exists y Pffly$ gültig**

- Argument $\forall x (Px \Rightarrow Pfx)$ kann doppelt verwendet werden

- **Extensionsbeweis benötigt Klauselkopie**

- **Offene Fragen**

- Automatische Erzeugung von Kopien bei Rücksetzung?

- Tiefensuche: Kopien frühzeitig dynamisch erzeugen

- Breitensuche: Kopien nach erfolgloser Beweisführung

- **Suche terminiert nicht immer**, da Prädikatenlogik unentscheidbar

PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS MIT KLAUSELKOPIE

$$\left[\begin{array}{cccc} Pc^F & Pfx_1^F & Pfx_2^F & Pffy^T \\ & Px_1^T & Px_2^T & \end{array} \right] \quad \uparrow \quad \square$$

PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS MIT KLAUSELKOPIE

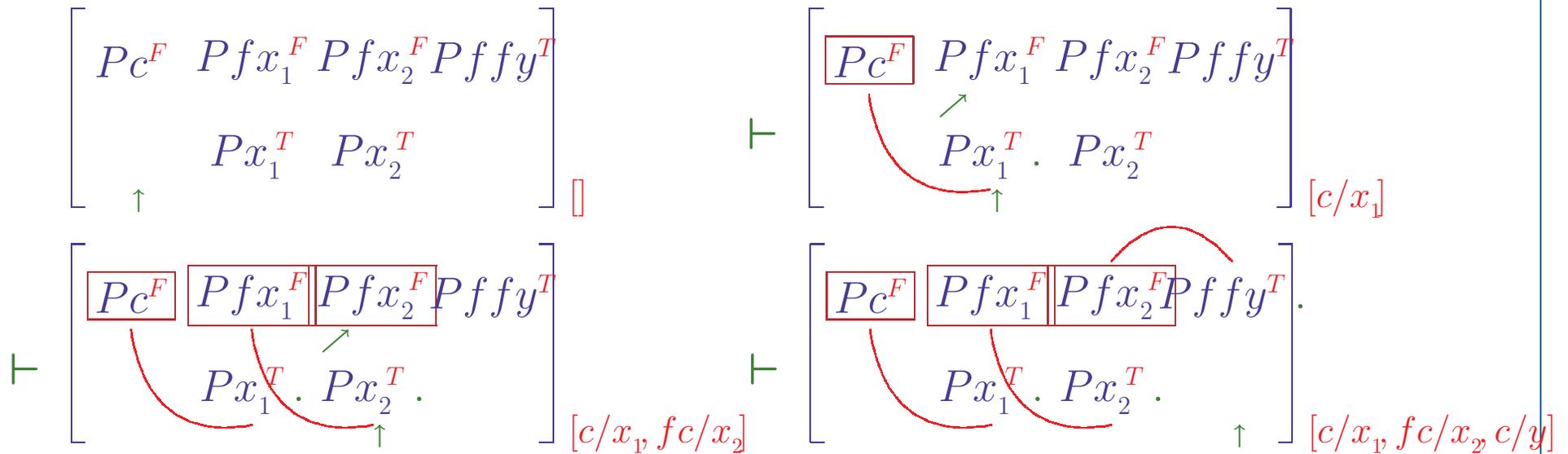
$$\left[\begin{array}{cccc} Pc^F & Pfx_1^F & Pfx_2^F & Pffly^T \\ & Px_1^T & Px_2^T & \end{array} \right] \quad \vdash \quad \left[\begin{array}{cccc} Pc^F & Pfx_1^F & Pfx_2^F & Pffly^T \\ & Px_1^T & Px_2^T & \end{array} \right] [c/x]$$

The diagram illustrates a logical derivation. On the left, a clause set is shown in square brackets. The first row contains the literals Pc^F , Pfx_1^F , Pfx_2^F , and $Pffly^T$. The second row contains Px_1^T and Px_2^T . A green arrow points upwards from below the first column to the Pc^F literal. A red vertical bar is at the bottom right of the clause set. In the middle, a green turnstile symbol \vdash indicates the derivation. On the right, the same clause set is shown, but with the Pc^F literal enclosed in a red box. A red curved arrow points from the boxed Pc^F to the Px_1^T literal in the second row. A green arrow points upwards from below the Px_1^T literal. A red vertical bar is at the bottom right of this clause set, followed by the substitution notation $[c/x]$.

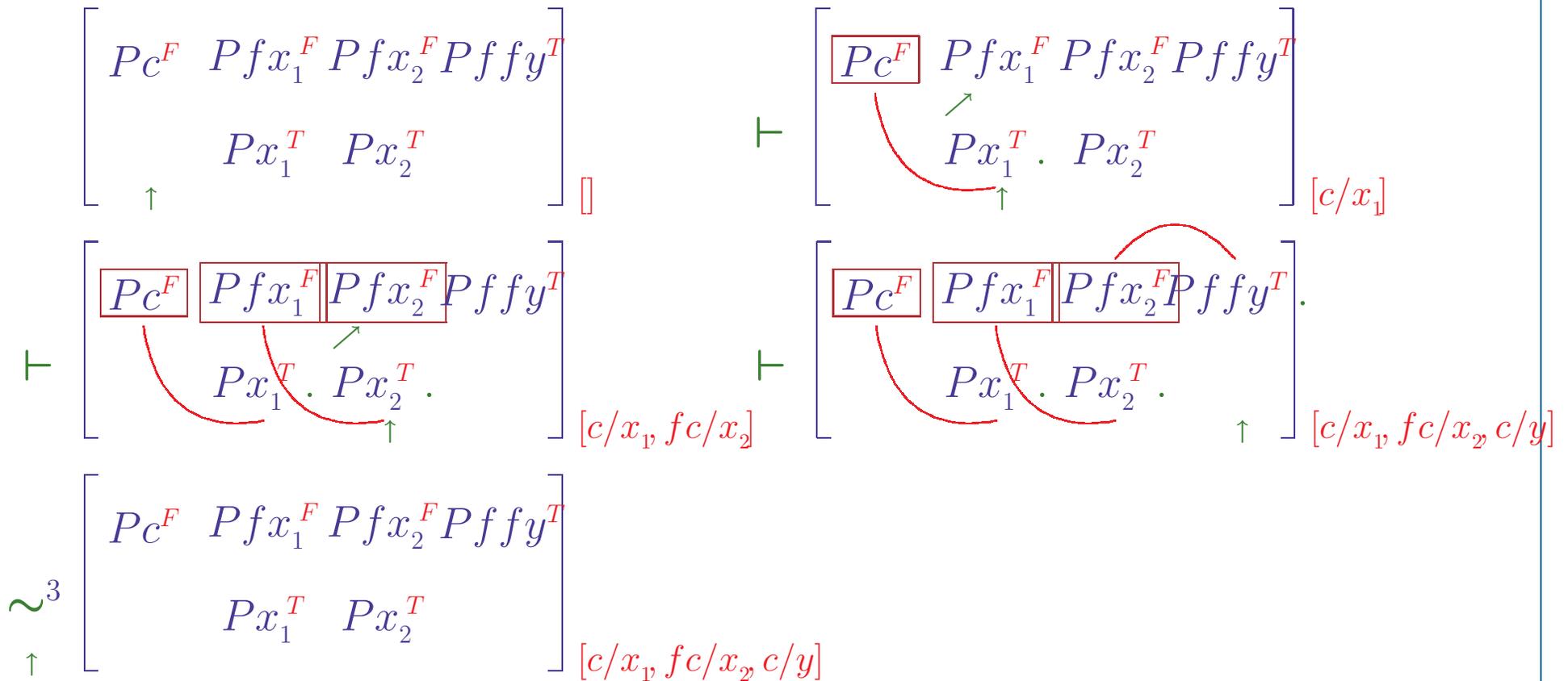
PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS MIT KLAUSELKOPIE

$$\begin{array}{ccc}
 \left[\begin{array}{l} Pc^F \quad Pfx_1^F \quad Pfx_2^F \quad Pffly^T \\ \\ Px_1^T \quad Px_2^T \end{array} \right] \square & \vdash & \left[\begin{array}{l} Pc^F \quad Pfx_1^F \quad Pfx_2^F \quad Pffly^T \\ \\ Px_1^T \cdot Px_2^T \end{array} \right] [c/x_1] \\
 \uparrow & & \uparrow \\
 \vdash \left[\begin{array}{l} Pc^F \quad Pfx_1^F \quad Pfx_2^F \quad Pffly^T \\ \\ Px_1^T \cdot Px_2^T \end{array} \right] [c/x_1, fc/x_2] & & \\
 \uparrow & & \uparrow
 \end{array}$$

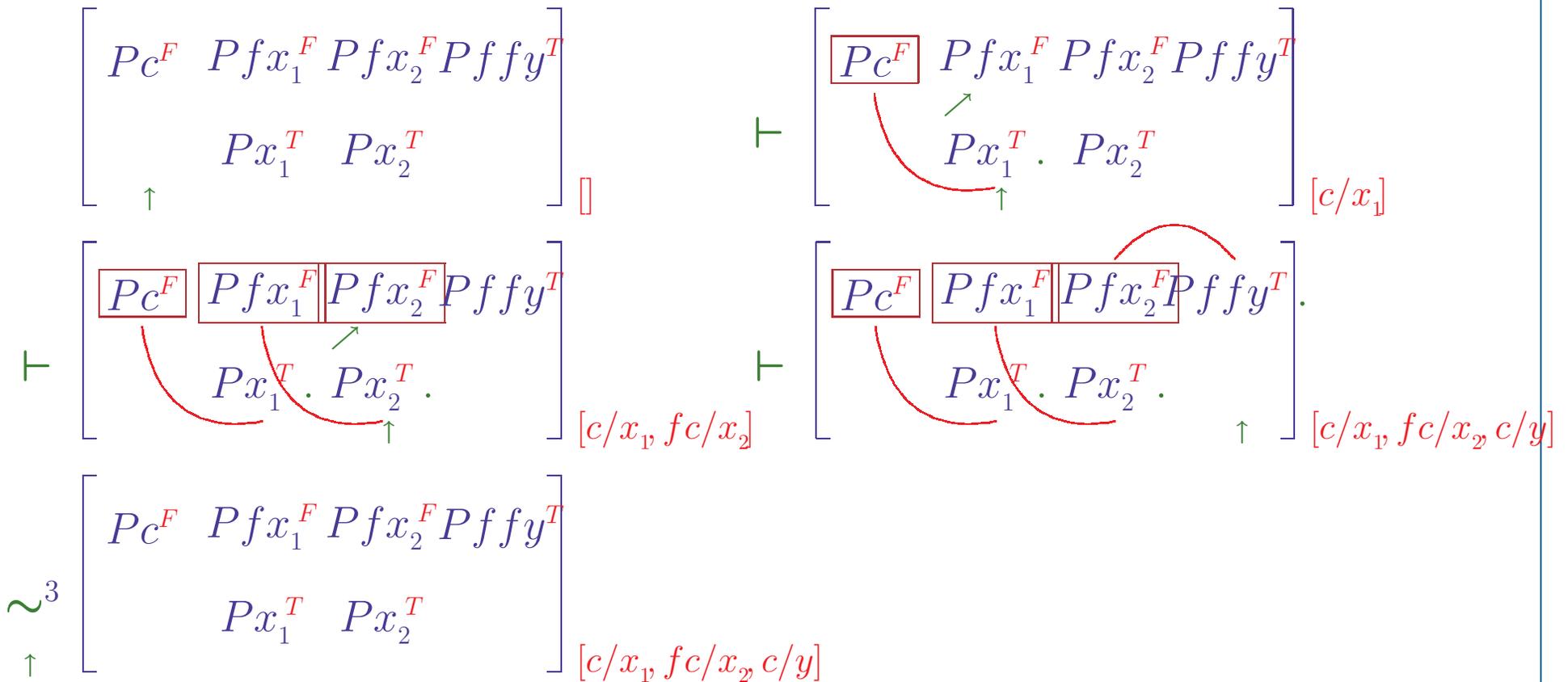
PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS MIT KLAUSELKOPIE



PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS MIT KLAUSELKOPIE



PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS MIT KLAUSELKOPIE



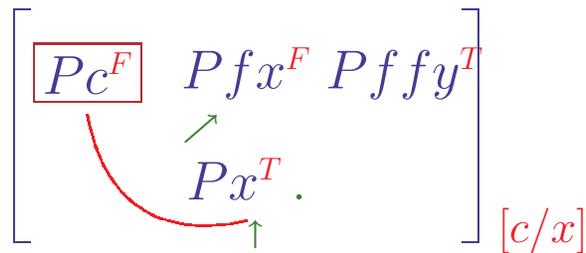
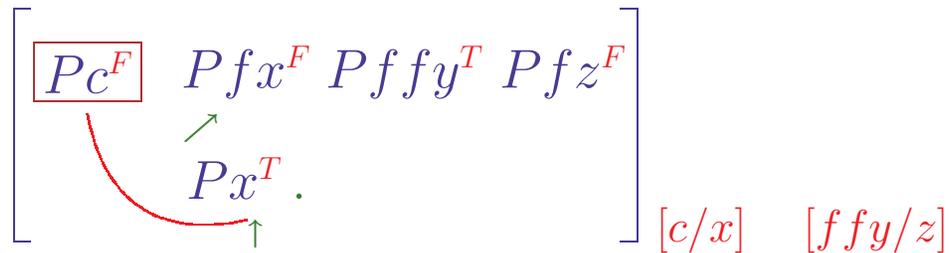
Klauselkopien und Konnektionen implizit verwaltet

ALLGEMEINE PRÄDIKATENLOGISCHE RÜCKSETZUNG

$$\left[\begin{array}{l} Pc^F \quad Pfx^F \quad Pffyt^T \quad Pfz^F \\ \quad \quad \quad \nearrow \\ \quad \quad \quad Px^T \cdot \\ \quad \quad \quad \uparrow \end{array} \right] [c/x] \quad [ffy/z]$$

$$\left[\begin{array}{l} Pc^F \quad Pfx^F \quad Pffyt^T \\ \quad \quad \quad \nearrow \\ \quad \quad \quad Px^T \cdot \\ \quad \quad \quad \uparrow \end{array} \right] [c/x]$$

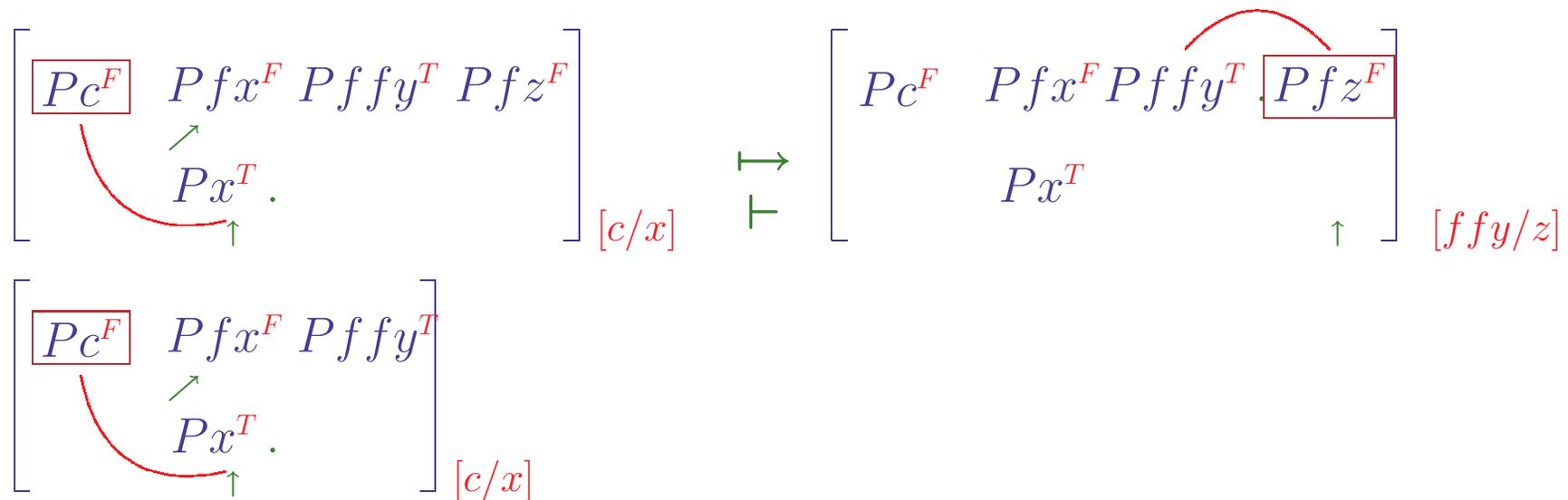
ALLGEMEINE PRÄDIKATENLOGISCHE RÜCKSETZUNG



● Alternativenmengen nicht leer?

1. Gehe zurück auf Literal des aktuellen Pfades, von dem aus
 - (a) eine alternative Unifikation möglich war oder
 - (b) eine alternative Konnektion beginnt
2. Stelle die damalige Konfiguration und Substitution wieder her
3. Streiche neu betrachtete Konnektion / Unifikation aus entsprechender Alternativenmenge

ALLGEMEINE PRÄDIKATENLOGISCHE RÜCKSETZUNG



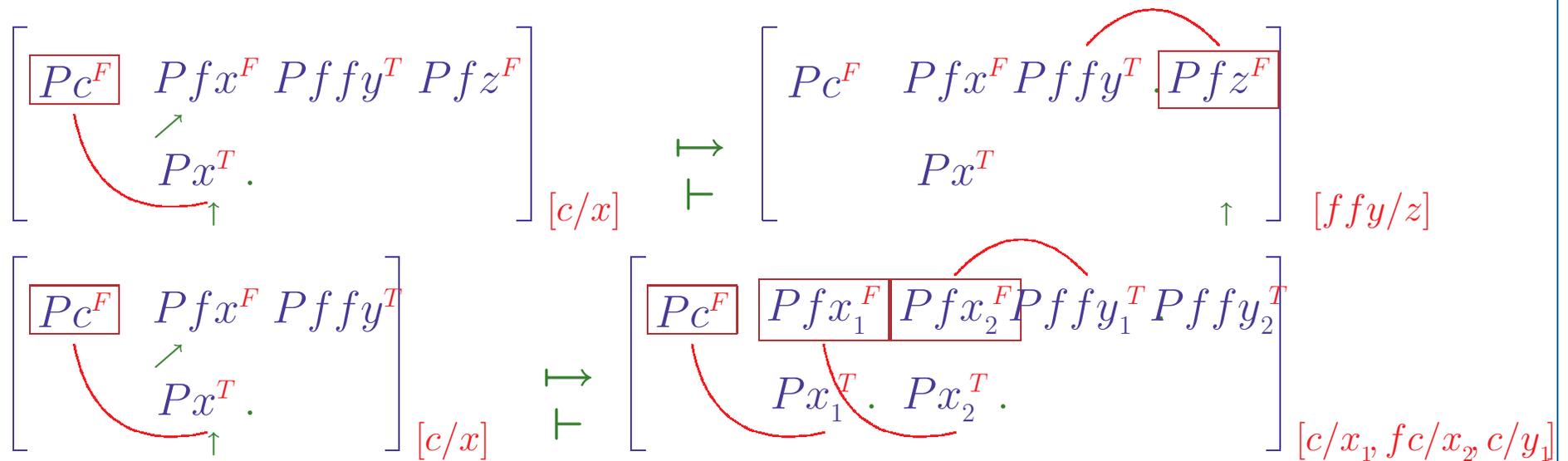
● Alternativenmengen nicht leer?

1. Gehe zurück auf Literal des aktuellen Pfades, von dem aus
 - (a) eine alternative Unifikation möglich war oder
 - (b) eine alternative Konnektion beginnt
2. Stelle die damalige Konfiguration und Substitution wieder her
3. Streiche neu betrachtete Konnektion / Unifikation aus entsprechender Alternativenmenge

● Alternativenmengen leer?

- (a) Wähle alternative Startklausel, falls vorhanden, und beginne neu

ALLGEMEINE PRÄDIKATENLOGISCHE RÜCKSETZUNG



● Alternativenmengen nicht leer?

1. Gehe zurück auf Literal des aktuellen Pfades, von dem aus
 - (a) eine alternative Unifikation möglich war oder
 - (b) eine alternative Konnektion beginnt
2. Stelle die damalige Konfiguration und Substitution wieder her
3. Streiche neu betrachtete Konnektion / Unifikation aus entsprechender Alternativenmenge

● Alternativenmengen leer?

- (a) Wähle alternative Startklausel, falls vorhanden, und beginne neu
- (b) Erzeuge Kopie aller (γ -)Klauseln und starte Verfahren erneut

● 5 mögliche Alternativen zu verwalten

- Startklausel (statt Separation) ALT_s
- Klausel, die mit dem Literal konnektiert ist ALT_c
- Teilmenge der konnektierten Literale in der Klausel und Unifikator σ -List
- Literal von dem die Konnektion ausgeht ↗-List
- Offene Pfade, die ggf. eine Kopie der Matrix benötigen $paths_i$

PRÄDIKATENLOGISCHES EXTENSIONSVERFAHREN CP_1^1

- **5 mögliche Alternativen zu verwalten**

- Startklausel (statt Separation) ALT_s
- Klausel, die mit dem Literal konnektiert ist ALT_c
- Teilmenge der konnektierten Literale in der Klausel und Unifikator σ -List
- Literal von dem die Konnektion ausgeht ↗-List
- Offene Pfade, die ggf. eine Kopie der Matrix benötigen $paths_i$

- **Extensionen von allen Literalen des aktuellen Pfades**

PRÄDIKATENLOGISCHES EXTENSIONSVERFAHREN CP_1^1

- **5 mögliche Alternativen zu verwalten**

- Startklausel (statt Separation) ALT_s
- Klausel, die mit dem Literal konnektiert ist ALT_c
- Teilmenge der konnektierten Literale in der Klausel und Unifikator σ -List
- Literal von dem die Konnektion ausgeht ↗-List
- Offene Pfade, die ggf. eine Kopie der Matrix benötigen $paths_i$

- **Extensionen von allen Literalen des aktuellen Pfades**

- **Verwaltung der Alternativenmengen ALT_s , ALT_c , σ -List ersetzt Rücksetzung und Separation**

PRÄDIKATENLOGISCHES EXTENSIONSVERFAHREN CP_1^1

● 5 mögliche Alternativen zu verwalten

- Startklausel (statt Separation) ALT_s
- Klausel, die mit dem Literal konnektiert ist ALT_c
- Teilmenge der konnektierten Literale in der Klausel und Unifikator σ -List
- Literal von dem die Konnektion ausgeht \nearrow -List
- Offene Pfade, die ggf. eine Kopie der Matrix benötigen $paths_i$

● Extensionen von allen Literalen des aktuellen Pfades

● Verwaltung der Alternativenmengen ALT_s , ALT_c , σ -List ersetzt Rücksetzung und Separation

● Klauselkopien werden nur dann erzeugt, wenn alle anderen Alternativen abgearbeitet sind

- Speichere Matrix im Original für mögliche Kopien

PRÄDIKATENLOGISCHES EXTENSIONSVERFAHREN CP_1^1

● 5 mögliche Alternativen zu verwalten

- Startklausel (statt Separation) ALT_s
- Klausel, die mit dem Literal konnektiert ist ALT_c
- Teilmenge der konnektierten Literale in der Klausel und Unifikator σ -List
- Literal von dem die Konnektion ausgeht \nearrow -List
- Offene Pfade, die ggf. eine Kopie der Matrix benötigen $paths_i$

● Extensionen von allen Literalen des aktuellen Pfades

● Verwaltung der Alternativenmengen ALT_s , ALT_c , σ -List ersetzt Rücksetzung und Separation

● Klauselkopien werden nur dann erzeugt, wenn alle anderen Alternativen abgearbeitet sind

- Speichere Matrix im Original für mögliche Kopien

Vollständiges Verfahren, nicht auf Effizienz getrimmt

DAS PRÄDIKATENLOGISCHE EXTENSIONSVERFAHREN CP_1^1

Falls F ohne Existenzquantor, **verwende effizientes Verfahren für Aussagenlogik** (“Davis-Putnam”)
 \nearrow -List $\leftarrow []$; $ALT_s \leftarrow []$; $ALT_c \leftarrow []$; σ -List $\leftarrow []$; $paths_1 \leftarrow []$; $paths_2 \leftarrow []$ Initialisierung
 $i \leftarrow 1$; $M \leftarrow F$; $\sigma \leftarrow []$; $p \leftarrow \{ \}$

Wähle Klausel $c \in M$; streiche c aus M ; erweitere ALT_s um alternative Klauseln aus M Startklausel

Solange kein Beweis gefunden \rightarrow Pfaderweiterung

Wähle Literal $L \in c$; streiche L aus c

Falls $c \neq \{ \}$, ergänze Markierung (c, p, M) zu \nearrow -List offene Pfade ablegen

Erweitere p um L ; ergänze Markierung $(L, M, \sigma, p, \nearrow$ -List) zu $paths_{i+1}$ \rightarrow Extensionsklausel

Falls es $d \in M$ und $L' \in d$ gibt, das komplementär zu p ist

Dann Ergänze Markierungen $(L, d', M, \sigma, p, \nearrow$ -List) zu ALT_c für alternative Klauseln d' \rightarrow Extensionsmenge

Streiche d aus M

Wähle $e \subseteq d$ und τ , so daß alle $P \in e$ unter $\sigma\tau$ komplementär zu p sind

Ergänze Markierungen $(d, e', M, \sigma, \tau', p, \nearrow$ -List) zu σ -List für alternative e' und τ' \rightarrow Extension

$c \leftarrow d-e$; $\sigma \leftarrow \sigma\tau$

Falls $c = \{ \}$

Dann Falls \nearrow -List = $[]$ so ist F gültig. Das Verfahren bricht ab Erfolg

Wähle (c, p, M) als letzte Markierung aus \nearrow -List; streiche diese Bereinigung

Sonst Falls σ -List $\neq []$ Alternative Extensionsmenge/Unifikator

Dann Wähle und streiche $(c, e, M, \sigma, \tau, p, \nearrow$ -List) aus σ -List; Setze Extensionsschritt fort

Sonst Falls $ALT_c \neq []$ Alternative Extensionsklausel

Dann Wähle und streiche letztes $(L, d, M, \sigma, p, \nearrow$ -List) aus ALT_c

Setze Extensionsschritt fort mit der Wahl einer neuen Extensionsmenge

Sonst Falls $ALT_s \neq []$ Alternative Startklausel

Dann Wähle und streiche letzte Klausel c aus ALT_s ; $M \leftarrow F - \{c\}$; $\sigma \leftarrow []$; $p \leftarrow \{ \}$

Wähle und streiche $L \in c$; Erweitere p und ggf. \nearrow -List

Sonst Falls $paths_i = []$, so erhöhe i Alternativer Kopienstart

Wähle und streiche eine offene Pfadsituation $(L, M, \sigma, p, \nearrow$ -List) aus $paths_i$

Erweitere M um Kopie von F ; Setze Extensionsschritt fort mit Wahl der Extensionsklausel