

# Inferenzmethoden

## Einheit 5

### Die Konnektionsmethode: Ergänzungen für die Prädikatenlogik

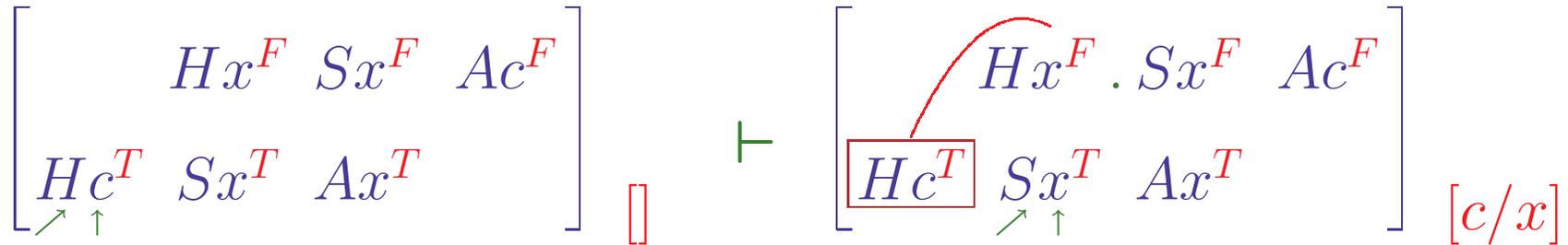


1. Prädikatenlogischer Extensionsschritt
2. Klauselkopien
3. Allgemeiner Rücksetzungsschritt
4. Das prädikatenlogische Verfahren  $CP_1^1$

## Liften der aussagenlogischen Methode

- **Zulässige Substitution** muß bestimmt werden
  - Verfahren muß partielle Substitution  $\sigma$  mitführen und erweitern
- **Erweiterung des Extensionsschrittes “ $\vdash$ ”**
  - Konnektierte Literale müssen unifiziert werden
  - Alternativen werden komplexer
- **Bereinigungsschritt “ $\sim$ ” i.w. unverändert**
- **(Implizite) Klauselkopien können nötig sein**
  - Erzeuge Klauselkopien bzw. Indizierung dynamisch
- **Erweiterung des Rücksetzungsschrittes “ $\vdash \rightarrow$ ”**
  - Alternative konnektierte Klauseln
  - Alternative Substitutionen und passende konnektierte Literale
  - Alternative Startklauseln (ersetzt Separationsschritt)
  - Zusätzliche Instanzen der Matrix
- **Separationsschritt wird hinfällig**

# PRÄDIKATENLOGISCHE ERWEITERUNG DES EXTENSIONSSCHRITTES



↑ markiert **aktuelle Klausel**

$\boxed{P}$  markiert Literale des **aktuellen Pfades**

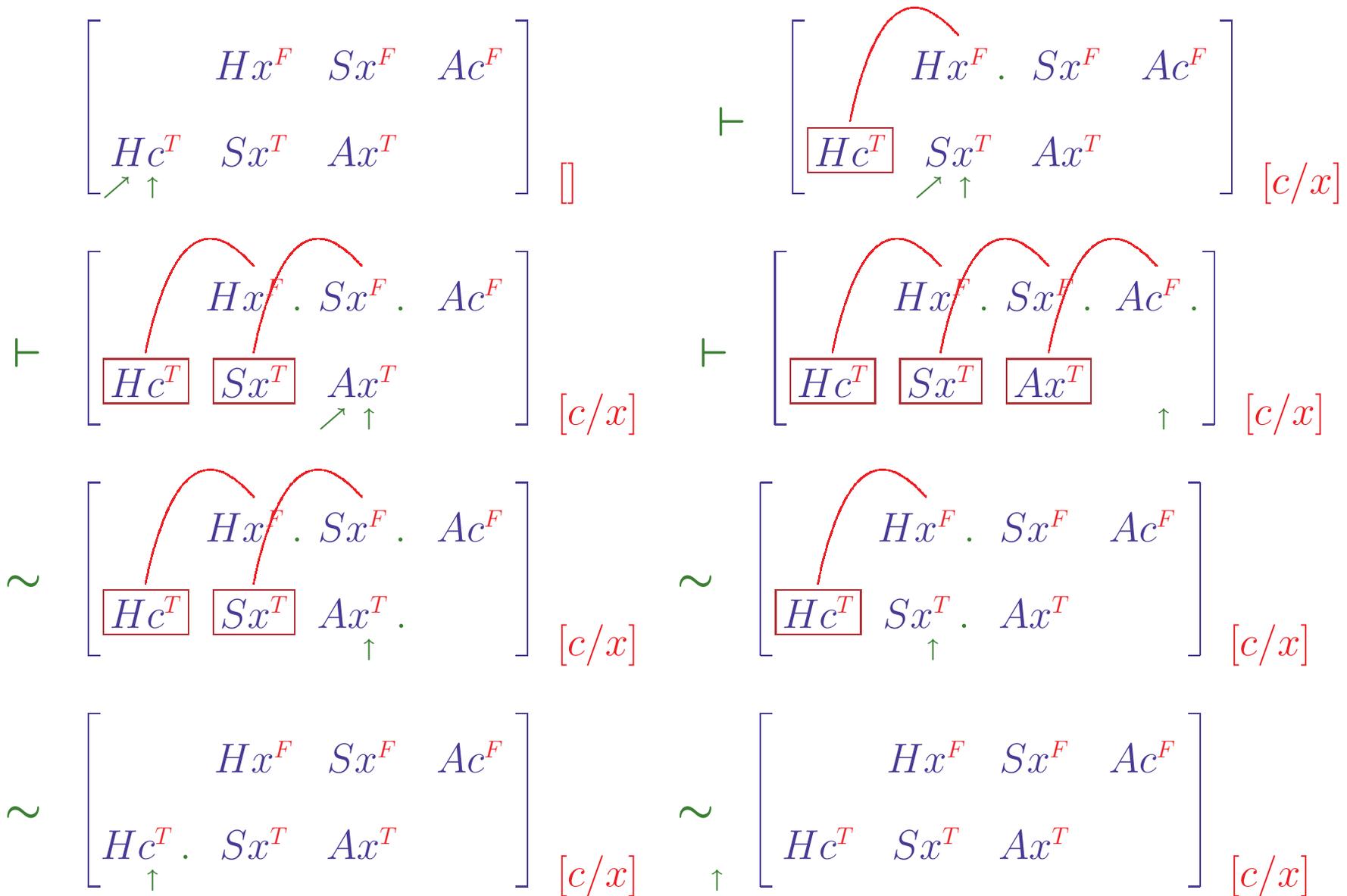
Aktuelle Substitution  $\sigma$  wird mitgeführt

↗ markiert Startlitterale der noch **offenen** Teilpfade

• markiert **abgeschlossene** Teilpfade

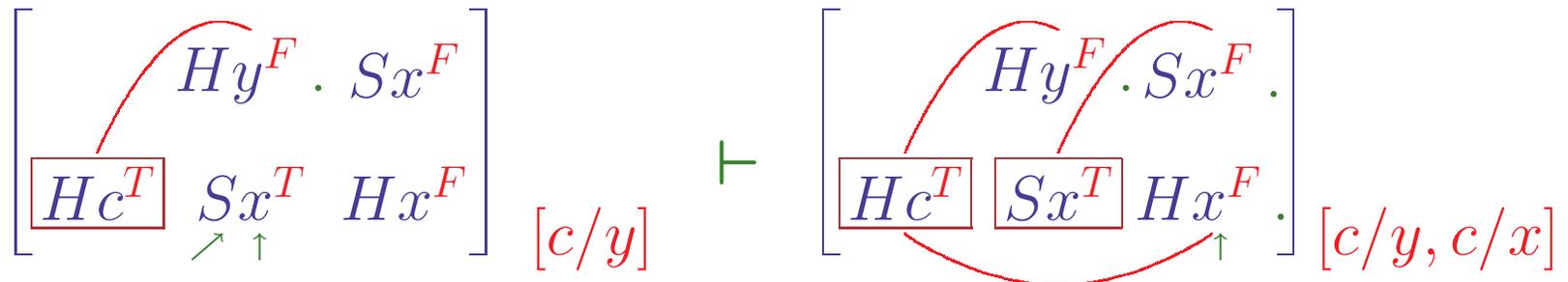
1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal  $L$  der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box  $\boxed{L}$ ; wähle von  $L$  ausgehende Konnektion  
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Unifiziere die konnektierten (mit  $\sigma$  modifizierten) Terme und erweitere  $\sigma$   
Falls Terme nicht unifizierbar sind, breche den Extensionsschritt ab
4. Markiere alle Literale der konnektierten Klausel, die **unter  $\sigma$  komplementär zu einem Literal des aktuellen Pfades sind**, mit •
5. Markiere andere Literale der konnektierten Klausel mit ↗
6. Verschiebe ↑ auf die konnektierte Klausel

# EINFACHER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS



# VERALLGEMEINERUNGEN DES EXTENSIONSSCHRITTES I

Alle neuen Konnektionen müssen komplementär sein



$Hx^T$  ist konnektiert mit  $Hc^T$

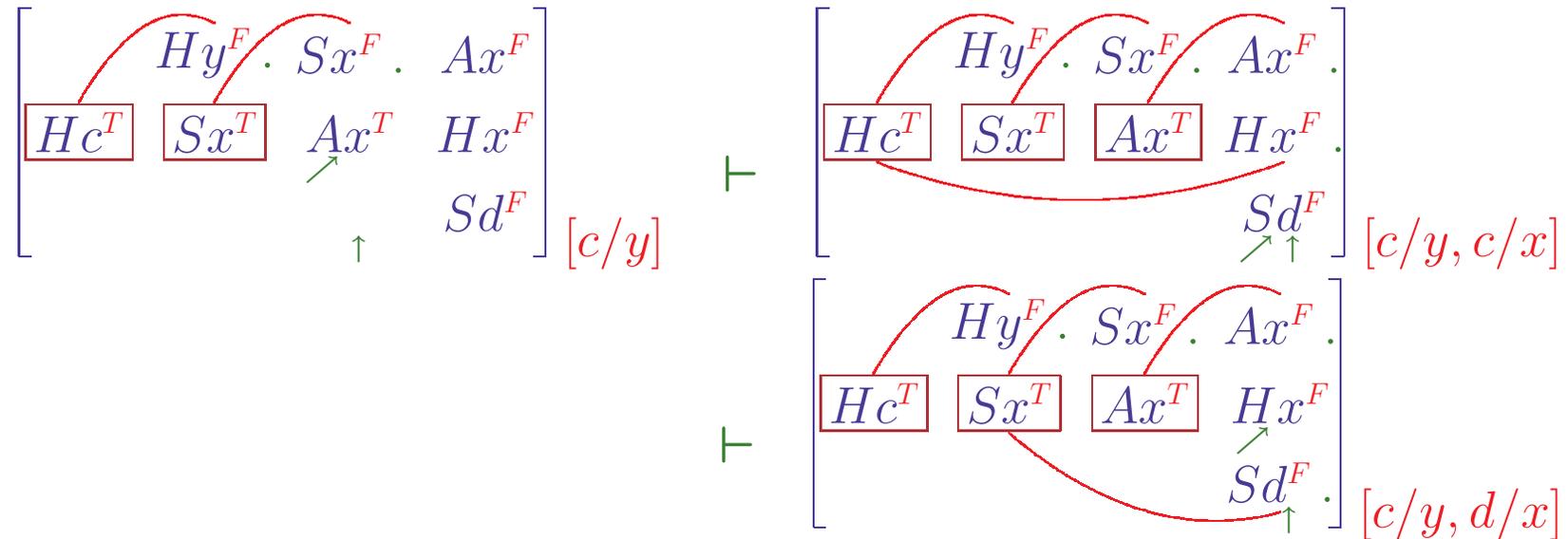
- Konnektion nicht komplementär unter (erweiterter) Substitution  $\sigma$
- Konnektion wird aber komplementär, wenn  $\sigma$  nochmals erweitert wird



Verallgemeinere Schritt 4 auf **unifizierbare Konnektionen**

“Markiere alle Literale der konnektierten Klausel, die unter einer Erweiterung von  $\sigma$  komplementär zu einem Literal des aktuellen Pfades sind, mit .”

# VERALLGEMEINERUNGEN DES EXTENSIONSSCHRITTES II



$Hx^T$  ist konnektiert mit  $Hc^T$ ,  $Sx^T$  mit  $Sd^T$

- $(Hx^T, Hc^T)$  ist unifizierbar durch Erweiterung von  $\sigma$  auf  $[c/y, c/x]$
- $(Sx^T, Sd^T)$  ist unifizierbar durch Erweiterung von  $\sigma$  auf  $[c/y, d/x]$
- Mehrere alternative Extensionen mit verschiedenen Substitutionen möglich



**Verallgemeinere Schritte 3 und 4 und den Rücksetzungsschritt**

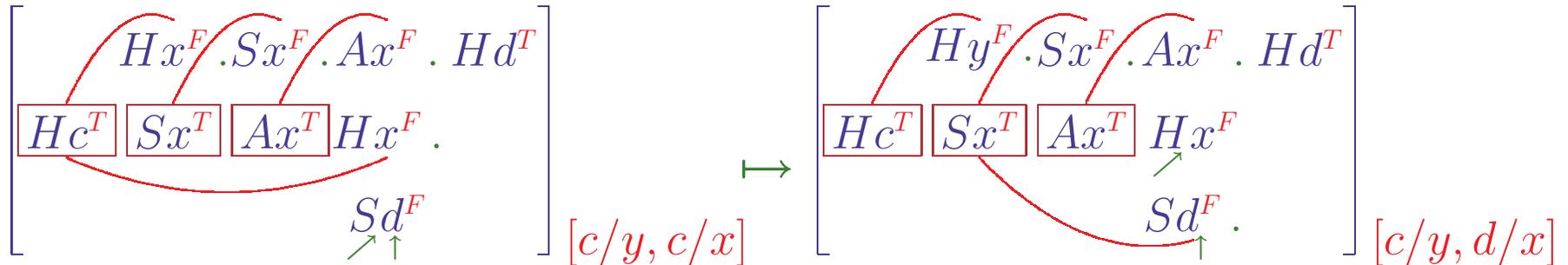
- Bilde Unifikatoren für alle Teilmengen konnektierter Literale
- Verfolge eine Alternative und speichere die anderen

## ALLGEMEINER PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSSCHRITT

1. Wähle ein mit ↗ markiertes Literal  $L$  der aktuellen Klausel
2. Ersetze ↗ durch Box  $L$ ; wähle von  $L$  ausgehende Konnektion  
Falls es weitere Konnektionen gibt, vermerke diese in **Alternativenmenge**
3. Wähle Teilmenge der Literale der konnektierten Klausel, die mit dem aktuellen Pfad konnektiert sind, und eine Substitution  $\rho$ , welche die mit  $\sigma$  modifizierten Konnektionen komplementär macht  
Erweitere  $\sigma$  mit der zusätzlich generierten Substitution  $\rho$   
Vermerke weitere Teilmengen und Substitutionen in **Alternativenmenge**  
Falls es keine solche Teilmenge gibt, breche den Extensionsschritt ab
4. Markiere **alle** gewählten Literale der konnektierten Klausel mit .
5. Markiere andere Literale der konnektierten Klausel mit ↗
6. Verschiebe ↑ auf die konnektierte Klausel

# PRÄDIKATENLOGISCHE RÜCKSETZUNG

Keine Extension oder Bereinigung mehr möglich



## • Alternativenmengen nicht leer?

1. Gehe zurück auf Literal des aktuellen Pfades, von dem aus
  - (a) eine alternative Unifikation möglich war oder
  - (b) eine alternative Konnektion beginnt
2. Stelle die damalige Konfiguration und Substitution wieder her
3. Streiche die neu betrachtete Konnektion / Unifikation aus der entsprechenden Alternativenmenge

## • Alternativenmengen leer?

Versuche Neustart mit alternativer Startklausel oder Klauselkopie

# PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIF

$$\left[ \begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad \square$$

$$\left[ \begin{array}{cccc} Hy^F \cdot Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc} Hy^F \cdot Sx^F \cdot Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc} Hy^F \cdot Sx^F \cdot Ax^F \cdot Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, c/x]$$

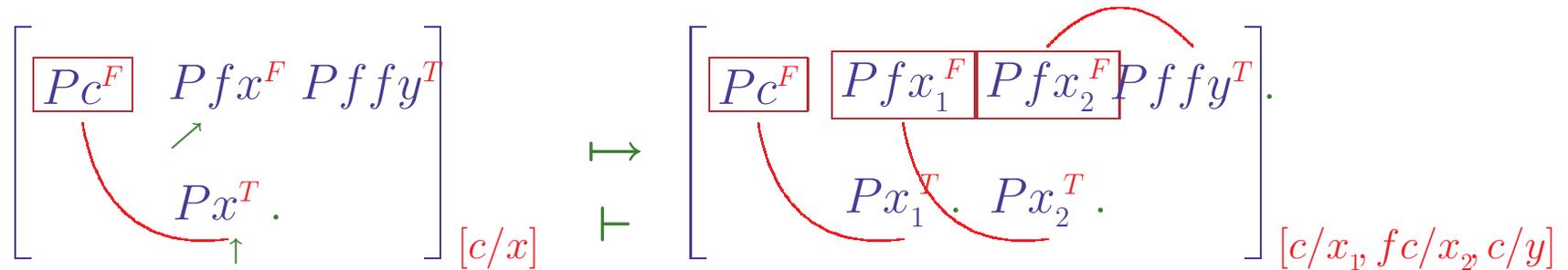
$$\left[ \begin{array}{cccc} Hy^F \cdot Sx^F \cdot Ax^F \cdot Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc} Hy^F \cdot Sx^F \cdot Ax^F \cdot Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

$$\left[ \begin{array}{cccc} Hy^F \cdot Sx^F \cdot Ax^F \cdot Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x] \uparrow$$

$$\left[ \begin{array}{cccc} Hy^F & Sx^F & Ax^F & Hd^T \\ Hc^T & Sx^T & Ax^T & Hx^F \\ & & & Sd^F \end{array} \right] \quad [c/y, d/x]$$

# ALLGEMEINE RÜCKSETZUNG: KLAUSELKOPIE



- **Extensionsschritt undurchführbar**

- $[c/x]$  widerspricht  $[fy/x]$

- **Formel  $(\forall x Px \Rightarrow Pfx) \wedge Pc \Rightarrow \exists y Pffy$  gültig**

- Argument  $\forall x (Px \Rightarrow Pfx)$  kann doppelt verwendet werden

- **Extensionsbeweis benötigt Klauselkopie**

- **Offene Fragen**

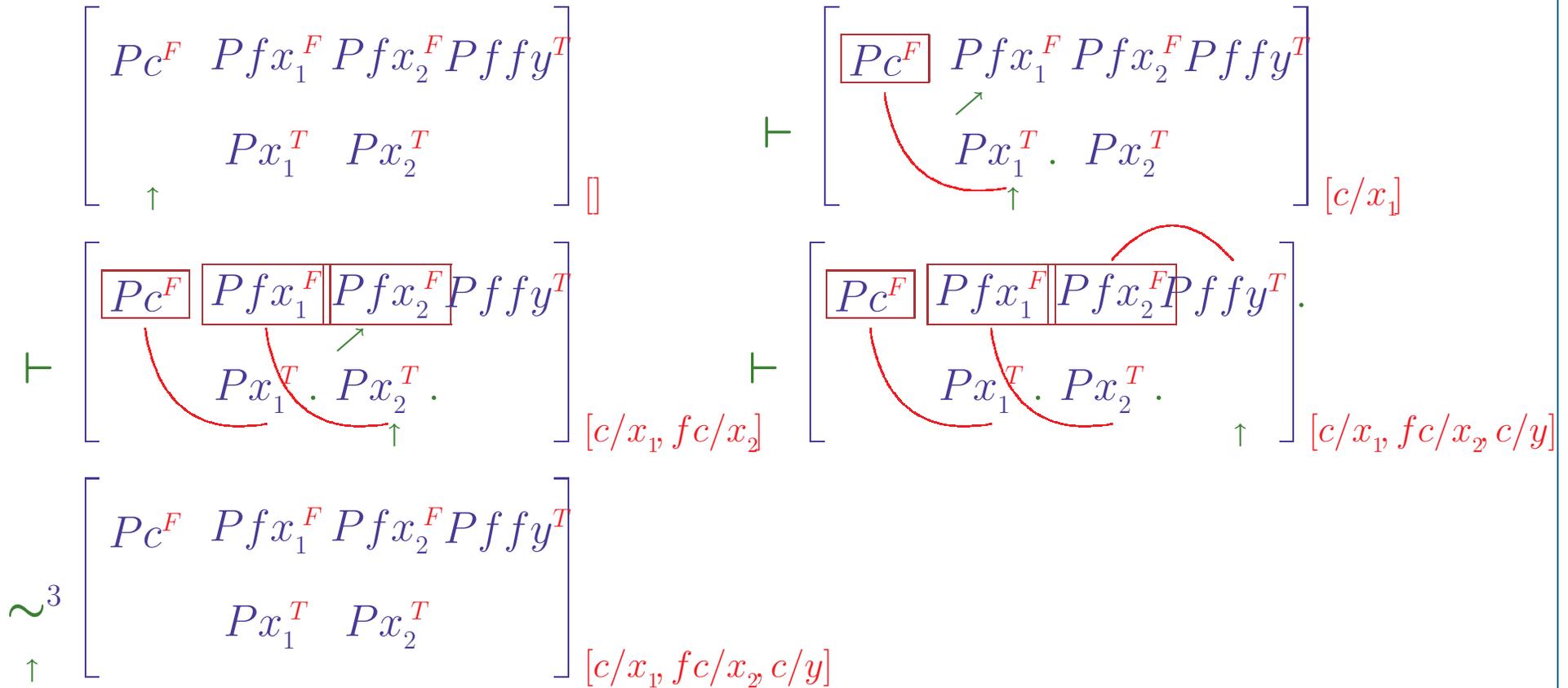
- Automatische Erzeugung von Kopien bei Rücksetzung?

- Tiefensuche: Kopien frühzeitig dynamisch erzeugen

- Breitensuche: Kopien nach erfolgloser Beweisführung

- **Suche terminiert nicht immer**, da Prädikatenlogik unentscheidbar

# PRÄDIKATENLOGISCHER EXTENSIONSBEWEIS MIT KLAUSELKOPIE



Klauselkopien und Konnektionen implizit verwaltet



# PRÄDIKATENLOGISCHES EXTENSIONSVERFAHREN $CP_1^1$

## ● 5 mögliche Alternativen zu verwalten

- Startklausel (statt Separation)  $ALT_s$
- Klausel, die mit dem Literal konnektiert ist  $ALT_c$
- Teilmenge der konnektierten Literale in der Klausel und Unifikator  $\sigma$ -List
- Literal von dem die Konnektion ausgeht  $\nearrow$ -List
- Offene Pfade, die ggf. eine Kopie der Matrix benötigen  $paths_i$

## ● Extensionen von allen Literalen des aktuellen Pfades

## ● Verwaltung der Alternativenmengen $ALT_s$ , $ALT_c$ , $\sigma$ -List ersetzt Rücksetzung und Separation

## ● Klauselkopien werden nur dann erzeugt, wenn alle anderen Alternativen abgearbeitet sind

- Speichere Matrix im Original für mögliche Kopien

**Vollständiges Verfahren, nicht auf Effizienz getrimmt**

# DAS PRÄDIKATENLOGISCHE EXTENSIONSVERFAHREN $CP_1^1$

Falls  $F$  ohne Existenzquantor, **verwende effizientes Verfahren für Aussagenlogik** (“Davis-Putnam”)  
 $\nearrow$ -List  $\leftarrow []$ ;  $ALT_s \leftarrow []$ ;  $ALT_c \leftarrow []$ ;  $\sigma$ -List  $\leftarrow []$ ;  $paths_1 \leftarrow []$ ;  $paths_2 \leftarrow []$  Initialisierung  
 $i \leftarrow 1$ ;  $M \leftarrow F$ ;  $\sigma \leftarrow []$ ;  $p \leftarrow \{ \}$

Wähle Klausel  $c \in M$ ; streiche  $c$  aus  $M$ ; erweitere  $ALT_s$  um alternative Klauseln aus  $M$  Startklausel

**Solange** kein Beweis gefunden  $\rightarrow$  Pfaderweiterung

Wähle Literal  $L \in c$ ; streiche  $L$  aus  $c$

Falls  $c \neq \{ \}$ , ergänze Markierung  $(c, p, M)$  zu  $\nearrow$ -List offene Pfade ablegen

Erweitere  $p$  um  $L$ ; ergänze Markierung  $(L, M, \sigma, p, \nearrow$ -List) zu  $paths_{i+1}$   $\rightarrow$  Extensionsklausel

Falls es  $d \in M$  und  $L' \in d$  gibt, das komplementär zu  $p$  ist

Dann Ergänze Markierungen  $(L, d', M, \sigma, p, \nearrow$ -List) zu  $ALT_c$  für alternative Klauseln  $d'$   $\rightarrow$  Extensionsmenge

Streiche  $d$  aus  $M$

Wähle  $e \subseteq d$  und  $\tau$ , so daß alle  $P \in e$  unter  $\sigma\tau$  komplementär zu  $p$  sind

Ergänze Markierungen  $(d, e', M, \sigma, \tau', p, \nearrow$ -List) zu  $\sigma$ -List für alternative  $e'$  und  $\tau'$   $\rightarrow$  Extension

$c \leftarrow d-e$ ;  $\sigma \leftarrow \sigma\tau$

Falls  $c = \{ \}$

Dann Falls  $\nearrow$ -List =  $[]$  so ist  $F$  gültig. Das Verfahren bricht ab Erfolg

Wähle  $(c, p, M)$  als letzte Markierung aus  $\nearrow$ -List; streiche diese Bereinigung

**Sonst** Falls  $\sigma$ -List  $\neq []$  Alternative Extensionsmenge/Unifikator

Dann Wähle und streiche  $(c, e, M, \sigma, \tau, p, \nearrow$ -List) aus  $\sigma$ -List; Setze Extensionsschritt fort

**Sonst** Falls  $ALT_c \neq []$  Alternative Extensionsklausel

Dann Wähle und streiche letztes  $(L, d, M, \sigma, p, \nearrow$ -List) aus  $ALT_c$

Setze Extensionsschritt fort mit der Wahl einer neuen Extensionsmenge

**Sonst** Falls  $ALT_s \neq []$  Alternative Startklausel

Dann Wähle und streiche letzte Klausel  $c$  aus  $ALT_s$ ;  $M \leftarrow F - \{c\}$ ;  $\sigma \leftarrow []$ ;  $p \leftarrow \{ \}$

Wähle und streiche  $L \in c$ ; Erweitere  $p$  und ggf.  $\nearrow$ -List

**Sonst** Falls  $paths_i = []$ , so erhöhe  $i$  Alternativer Kopienstart

Wähle und streiche eine offene Pfadeituation  $(L, M, \sigma, p, \nearrow$ -List) aus  $paths_i$

Erweitere  $M$  um Kopie von  $F$ ; Setze Extensionsschritt fort mit Wahl der Extensionsklausel