Inferenzmethoden

Einheit 6

Unifikation

1. Wichtige Konzepte
2. Algorithmus von Robinson
3. Martelli-Montanari Unifikation

Unifikatoren

- **Prädikatenlogische Beweise brauchen Substitution**
  - Konnektierte Literale müssen “gleich” gemacht werden können
  - Substitution darf γ-Variablen durch Terme ersetzen
  - Dieselbe Substituition muß alle Konnektionen komplementär machen

Unifikatoren

- **Prädikatenlogische Beweise brauchen Substitution**
  - Konnektierte Literale müssen "gleich" gemacht werden können
  - Substitution darf γ-Variablen durch Terme ersetzen
  - Dieselbe Substituition muß alle Konnektionen komplementär machen
- **Technisches Problem: Unifikation**
  - Gleichmachen einer Menge von Termen durch Substitution

Unifikatoren

- **Prädikatenlogische Beweise brauchen Substitution**
  - Konnektierte Literale müssen “gleich” gemacht werden können
  - Substitution darf γ-Variablen durch Terme ersetzen
  - Dieselbe Substituition muß alle Konnektionen komplementär machen
- **Technisches Problem: Unifikation**
  - Gleichmachen einer Menge von Termen durch Substitution
- **Unifikator einer Menge $S = \{t_1, .., t_n\}$ von Termen**
  - Substitution σ mit $\sigma(t_1) = \ldots = \sigma(t_n)$

Unifikatoren

- **Prädikatenlogische Beweise brauchen Substitution**
  – Konnektierte Literale müssen "gleich" gemacht werden können
  – Substitution darf γ-Variablen durch Terme ersetzen
  – Dieselbe Substituition muß alle Konnektionen komplementär machen
- **Technisches Problem: Unifikation**
  – Gleichmachen einer Menge von Termen durch Substitution
- **Unifikator einer Menge $S = \{t_1, .., t_n\}$ von Termen**
  – Substitution σ mit $\sigma(t_1) = \ldots = \sigma(t_n)$
- **Unifikator von Paarmengen $\{\{s_1, t_1\}, .., \{s_n, t_n\}\}$**
  – Unifikator der Termtupel $(s_1, .., s_n)$, $(t_1, .., t_n)$

Unifikatoren

- **Prädikatenlogische Beweise brauchen Substitution**
  - Konnektierte Literale müssen “gleich” gemacht werden können
  - Substitution darf γ-Variablen durch Terme ersetzen
  - Dieselbe Substituition muß alle Konnektionen komplementär machen
- **Technisches Problem: Unifikation**
  - Gleichmachen einer Menge von Termen durch Substitution
- **Unifikator einer Menge $S = \{t_1, .., t_n\}$ von Termen**
  - Substitution σ mit $\sigma(t_1) = \ldots = \sigma(t_n)$
- **Unifikator von Paarmengen $\{\{s_1, t_1\}, .., \{s_n, t_n\}\}$**
  - Unifikator der Termtupel $(s_1, .., s_n)$, $(t_1, .., t_n)$
- **Allgemeinster Unifikator von S (mgu)**
  - Unifikator σ, so daß $\tau = \sigma\tau$ für jeden Unifikator τ von S gilt

Unifikatoren

- **Prädikatenlogische Beweise brauchen Substitution**
  - Konnektierte Literale müssen “gleich” gemacht werden können
  - Substitution darf γ-Variablen durch Terme ersetzen
  - Dieselbe Substituition muß alle Konnektionen komplementär machen
- **Technisches Problem: Unifikation**
  - Gleichmachen einer Menge von Termen durch Substitution
- **Unifikator einer Menge $S = \{t_1, .., t_n\}$ von Termen**
  - Substitution σ mit $\sigma(t_1) = \ldots = \sigma(t_n)$
- **Unifikator von Paarmengen $\{\{s_1, t_1\}, .., \{s_n, t_n\}\}$**
  - Unifikator der Termtupel $(s_1, .., s_n)$, $(t_1, .., t_n)$
- **Allgemeinster Unifikator von S (mgu)**
  - Unifikator σ, so daß $\tau = \sigma\tau$ für jeden Unifikator τ von S gilt

Wie kann man Unifikatoren effizient bestimmen?

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma=[t/x]$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma=[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f=g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma=[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1, .., s_n)$ und $g(t_1, .., t_n)$ unifizieren nur, wenn $f=g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert σ=$[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1, .., s_n)$ und $g(t_1, .., t_n)$ unifizieren nur, wenn f=g und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

  $f(gx, ha)$ und $f(z, y)$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert σ=$[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1, .., s_n)$ und $g(t_1, .., t_n)$ unifizieren nur, wenn f=g und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx, ha)$ und $f(z, y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ σ=$[gx/z, ha/y]$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert σ=$[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn f=g und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ σ=$[gx/z,ha/y]$

$f(gx,ha)$ und $f(z,x)$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma=[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f=g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\sigma=[gx/z,ha/y]$

$f(gx,ha)$ und $f(z,x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\sigma=[g(ha)/z,ha/x]$

UNIFIKATION – INTUITIV

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  – Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert σ=[t/x]
  – Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn f=g und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert
  σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\qquad \sigma=[gx/z, ha/y]$

$f(gx,ha)$ und $f(z,x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\qquad \sigma=[g(ha)/z, ha/x]$

$f(gx,ha)$ und $f(g(hz),x)$

UNIFIKATION – INTUITIV

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma{=}[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f{=}g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx, ha)$ und $f(z, y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\qquad \sigma{=}[gx/z, ha/y]$

$f(gx, ha)$ und $f(z, x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\qquad \sigma{=}[g(ha)/z, ha/x]$

$f(gx, ha)$ und $f(g(hz), x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\qquad \sigma{=}[ha/x, a/z]$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert σ=$[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn f=g und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ σ=$[gx/z, ha/y]$

$f(gx,ha)$ und $f(z,x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ σ=$[g(ha)/z, ha/x]$

$f(gx,ha)$ und $f(g(hz),x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ σ=$[ha/x, a/z]$

$f(gx,ha)$ und $f_1(z,y)$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma = [t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1, .., s_n)$ und $g(t_1, .., t_n)$ unifizieren nur, wenn $f = g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx, ha)$ und $f(z, y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\quad \sigma = [gx/z, ha/y]$

$f(gx, ha)$ und $f(z, x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\quad \sigma = [g(ha)/z, ha/x]$

$f(gx, ha)$ und $f(g(hz), x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\quad \sigma = [ha/x, a/z]$

$f(gx, ha)$ und $f_1(z, y)$ unifiziert nicht, da $f \neq f_1$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma=[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f=g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

  $f(gx, ha)$ und $f(z, y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\quad\sigma=[gx/z, ha/y]$

  $f(gx, ha)$ und $f(z, x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\quad\sigma=[g(ha)/z, ha/x]$

  $f(gx, ha)$ und $f(g(hz), x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\quad\sigma=[ha/x, a/z]$

  $f(gx, ha)$ und $f_1(z, y)$ unifiziert nicht, da $f\neq f_1$

  $f(gx, ha)$ und $f(hz, y)$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma{=}[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f{=}g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\qquad \sigma{=}[gx/z,ha/y]$

$f(gx,ha)$ und $f(z,x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\qquad \sigma{=}[g(ha)/z,ha/x]$

$f(gx,ha)$ und $f(g(hz),x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\qquad \sigma{=}[ha/x,a/z]$

$f(gx,ha)$ und $f_1(z,y)$ unifiziert nicht, da $f{\neq}f_1$

$f(gx,ha)$ und $f(hz,y)$ unifiziert nicht, da gx nicht mit hz unifiziert

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma=[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f=g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

  $f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\qquad \sigma=[gx/z,ha/y]$

  $f(gx,ha)$ und $f(z,x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\qquad \sigma=[g(ha)/z,ha/x]$

  $f(gx,ha)$ und $f(g(hz),x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\qquad \sigma=[ha/x,a/z]$

  $f(gx,ha)$ und $f_1(z,y)$ unifiziert nicht, da $f\neq f_1$

  $f(gx,ha)$ und $f(hz,y)$ unifiziert nicht, da gx nicht mit hz unifiziert

  $f(gx,ha)$ und $f(ga,x)$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma{=}[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f{=}g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\qquad \sigma{=}[gx/z,ha/y]$

$f(gx,ha)$ und $f(z,x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\qquad \sigma{=}[g(ha)/z,ha/x]$

$f(gx,ha)$ und $f(g(hz),x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\qquad \sigma{=}[ha/x,a/z]$

$f(gx,ha)$ und $f_1(z,y)$ unifiziert nicht, da $f{\neq}f_1$

$f(gx,ha)$ und $f(hz,y)$ unifiziert nicht, da gx nicht mit hz unifiziert

$f(gx,ha)$ und $f(ga,x)$ unifiziert nicht, da $[a/x]$ und $[ha/x]$ nicht kompatibel

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert σ=$[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1, .., s_n)$ und $g(t_1, .., t_n)$ unifizieren nur, wenn f=g und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx, ha)$ und $f(z, y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ σ=$[gx/z, ha/y]$

$f(gx, ha)$ und $f(z, x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ σ=$[g(ha)/z, ha/x]$

$f(gx, ha)$ und $f(g(hz), x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ σ=$[ha/x, a/z]$

$f(gx, ha)$ und $f_1(z, y)$ unifiziert nicht, da f≠f_1

$f(gx, ha)$ und $f(hz, y)$ unifiziert nicht, da gx nicht mit hz unifiziert

$f(gx, ha)$ und $f(ga, x)$ unifiziert nicht, da $[a/x]$ und $[ha/x]$ nicht kompatibel

$f(gx, ha)$ und $f(x, y)$

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  – Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma{=}[t/x]$
  – Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f{=}g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert
  σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

$f(gx, ha)$ und $f(z, y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\sigma{=}[gx/z, ha/y]$
$f(gx, ha)$ und $f(z, x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\sigma{=}[g(ha)/z, ha/x]$
$f(gx, ha)$ und $f(g(hz), x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\sigma{=}[ha/x, a/z]$

$f(gx, ha)$ und $f_1(z, y)$ unifiziert nicht, da $f{\neq}f_1$
$f(gx, ha)$ und $f(hz, y)$ unifiziert nicht, da gx nicht mit hz unifiziert
$f(gx, ha)$ und $f(ga, x)$ unifiziert nicht, da $[a/x]$ und $[ha/x]$ nicht kompatibel
$f(gx, ha)$ und $f(x, y)$ unifiziert nicht, da $[gx/x]$ zyklische Substitution

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma{=}[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f{=}g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

  $f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\quad\sigma{=}[gx/z,ha/y]$

  $f(gx,ha)$ und $f(z,x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\quad\sigma{=}[g(ha)/z,ha/x]$

  $f(gx,ha)$ und $f(g(hz),x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\quad\sigma{=}[ha/x,a/z]$

  $f(gx,ha)$ und $f_1(z,y)$ unifiziert nicht, da $f{\neq}f_1$

  $f(gx,ha)$ und $f(hz,y)$ unifiziert nicht, da gx nicht mit hz unifiziert

  $f(gx,ha)$ und $f(ga,x)$ unifiziert nicht, da $[a/x]$ und $[ha/x]$ nicht kompatibel

  $f(gx,ha)$ und $f(x,y)$ unifiziert nicht, da $[gx/x]$ zyklische Substitution

- **Aufgaben eines Unifikationsverfahrens**
  - Dekomposition von Termen bis zur Ebene der Variablen

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma{=}[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f{=}g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

  $f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\quad\sigma{=}[gx/z,ha/y]$

  $f(gx,ha)$ und $f(z,x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\quad\sigma{=}[g(ha)/z,ha/x]$

  $f(gx,ha)$ und $f(g(hz),x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\quad\sigma{=}[ha/x,a/z]$

  $f(gx,ha)$ und $f_1(z,y)$ unifiziert nicht, da $f{\neq}f_1$

  $f(gx,ha)$ und $f(hz,y)$ unifiziert nicht, da gx nicht mit hz unifiziert

  $f(gx,ha)$ und $f(ga,x)$ unifiziert nicht, da $[a/x]$ und $[ha/x]$ nicht kompatibel

  $f(gx,ha)$ und $f(x,y)$ unifiziert nicht, da $[gx/x]$ zyklische Substitution

- **Aufgaben eines Unifikationsverfahrens**
  - Dekomposition von Termen bis zur Ebene der Variablen
  - Sequentieller Aufbau einer Substitution ersetzt Kompatibilitätstest

Unifikation – intuitiv

- **Schrittweises Angleichen der Terme von außen**
  - Eine Variable x unifiziert mit jedem Term t und liefert $\sigma=[t/x]$
  - Zwei Funktionsanwendungen $f(s_1,..,s_n)$ und $g(t_1,..,t_n)$ unifizieren nur, wenn $f=g$ und jedes s_i mit t_i unter derselben Substitution σ unifiziert

    σ kann Erweiterung aller Einzelsubstitutionen sein

  $f(gx,ha)$ und $f(z,y)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/y]$ $\quad\sigma=[gx/z,ha/y]$

  $f(gx,ha)$ und $f(z,x)$ unifiziert mit $[gx/z]$ und $[ha/x]$ $\quad\sigma=[g(ha)/z,ha/x]$

  $f(gx,ha)$ und $f(g(hz),x)$ unifiziert mit $[hz/x]$ und $[ha/x]$ $\quad\sigma=[ha/x,a/z]$

  $f(gx,ha)$ und $f_1(z,y)$ unifiziert nicht, da $f\neq f_1$

  $f(gx,ha)$ und $f(hz,y)$ unifiziert nicht, da gx nicht mit hz unifiziert

  $f(gx,ha)$ und $f(ga,x)$ unifiziert nicht, da $[a/x]$ und $[ha/x]$ nicht kompatibel

  $f(gx,ha)$ und $f(x,y)$ unifiziert nicht, da $[gx/x]$ zyklische Substitution

- **Aufgaben eines Unifikationsverfahrens**
  - Dekomposition von Termen bis zur Ebene der Variablen
  - Sequentieller Aufbau einer Substitution ersetzt Kompatibilitätstest
  - Occurs-Check: Test, ob Variable x in $\sigma(x)$ erscheint

Berechnung von Unifikatoren

Unterschiede zwischen Termen schrittweise auflösen

Berechnung von Unifikatoren

Unterschiede zwischen Termen schrittweise auflösen

- **Differenz $\mathsf{DIFF}(s,t)$ der Terme s und t**

  Menge ungeordneter Termpaare mit der Eigenschaft

  – $$\mathsf{DIFF}(s,t) = \begin{cases} \emptyset & \text{falls } s{=}t \\ \mathsf{DIFF}(s_1,t_1) \cup \ldots \cup \mathsf{DIFF}(s_n,t_n) & \text{falls } s = f(s_1,\ldots,s_n) \\ & \text{und } t = f(t_1,\ldots,t_n) \\ \{\{s,t\}\} & \text{sonst} \end{cases}$$

Berechnung von Unifikatoren

Unterschiede zwischen Termen schrittweise auflösen

- **Differenz $\mathsf{DIFF}(s,t)$ der Terme s und t**

  Menge ungeordneter Termpaare mit der Eigenschaft

  – $$\mathsf{DIFF}(s,t) = \begin{cases} \emptyset & \text{falls } s{=}t \\ \mathsf{DIFF}(s_1,t_1)\cup\ldots\cup\mathsf{DIFF}(s_n,t_n) & \text{falls } s = f(s_1,\ldots,s_n) \\ & \text{und } t = f(t_1,\ldots,t_n) \\ \{\{s,t\}\} & \text{sonst} \end{cases}$$

  – $\mathsf{DIFF}(s_1,\ldots,s_n,\ \ t_1,\ldots,t_n) = \mathsf{DIFF}(s_1,t_1)\cup\ldots\cup\mathsf{DIFF}(s_n,t_n)$

Berechnung von Unifikatoren

Unterschiede zwischen Termen schrittweise auflösen

- **Differenz $\mathsf{DIFF}(s,t)$ der Terme s und t**

  Menge ungeordneter Termpaare mit der Eigenschaft

  – $$\mathsf{DIFF}(s,t) = \begin{cases} \emptyset & \text{falls } s{=}t \\ \mathsf{DIFF}(s_1,t_1)\cup\ldots\cup\mathsf{DIFF}(s_n,t_n) & \text{falls } s = f(s_1,\ldots,s_n) \\ & \text{und } t = f(t_1,\ldots,t_n) \\ \{\{s,t\}\} & \text{sonst} \end{cases}$$

  – $\mathsf{DIFF}(s_1,\ldots,s_n,\ \ t_1,\ldots,t_n) = \mathsf{DIFF}(s_1,t_1)\cup\ldots\cup\mathsf{DIFF}(s_n,t_n)$

- **$\mathsf{DIFF}(s,t)$ ist verhandlungsfähig**

  – Elemente sind Paare $\{x,t_0\}$ mit $x\in\mathcal{V}$, x erscheint nicht in t_0 (occurs-check)

Berechnung von Unifikatoren

Unterschiede zwischen Termen schrittweise auflösen

- **Differenz $\mathsf{DIFF}(s,t)$ der Terme s und t**

  Menge ungeordneter Termpaare mit der Eigenschaft

  – $$\mathsf{DIFF}(s,t) = \begin{cases} \emptyset & \text{falls } s{=}t \\ \mathsf{DIFF}(s_1,t_1)\cup\ldots\cup\mathsf{DIFF}(s_n,t_n) & \text{falls } s = f(s_1,\ldots,s_n) \\ & \text{und } t = f(t_1,\ldots,t_n) \\ \{\{s,t\}\} & \text{sonst} \end{cases}$$

  – $\mathsf{DIFF}(s_1,\ldots,s_n,\ \ t_1,\ldots,t_n) = \mathsf{DIFF}(s_1,t_1)\cup\ldots\cup\mathsf{DIFF}(s_n,t_n)$

- **$\mathsf{DIFF}(s,t)$ ist verhandlungsfähig**

  – Elemente sind Paare $\{x,t_0\}$ mit $x\in\mathcal{V}$, x erscheint nicht in t_0 (occurs-check)

- **Reduktion von $\mathsf{DIFF}(s,t)$**

  – Substitution $[t_0/x]$ mit $\{x,t_0\}\in\mathsf{DIFF}(s,t)$ $\quad$ ($\mathsf{DIFF}(s,t)$ verhandlungsfähig)

Berechnung von Unifikatoren

Unterschiede zwischen Termen schrittweise auflösen

- **Differenz $\mathsf{DIFF}(s,t)$ der Terme s und t**

  Menge ungeordneter Termpaare mit der Eigenschaft

  – $\mathsf{DIFF}(s,t) = \begin{cases} \emptyset & \text{falls } s{=}t \\ \mathsf{DIFF}(s_1,t_1)\cup\ldots\cup\mathsf{DIFF}(s_n,t_n) & \text{falls } s = f(s_1,\ldots,s_n) \\ & \text{und } t = f(t_1,\ldots,t_n) \\ \{\{s,t\}\} & \text{sonst} \end{cases}$

  – $\mathsf{DIFF}(s_1,\ldots,s_n,\ \ t_1,\ldots,t_n) = \mathsf{DIFF}(s_1,t_1)\cup\ldots\cup\mathsf{DIFF}(s_n,t_n)$

- **$\mathsf{DIFF}(s,t)$ ist verhandlungsfähig**

  – Elemente sind Paare $\{x,t_0\}$ mit $x\in\mathcal{V}$, x erscheint nicht in t_0 (occurs-check)

- **Reduktion von $\mathsf{DIFF}(s,t)$**

  – Substitution $[t_0/x]$ mit $\{x,t_0\}\in\mathsf{DIFF}(s,t)$ ($\mathsf{DIFF}(s,t)$ verhandlungsfähig)

  Unifikation $\hat{=}$ Reduktion verhandlungsfähiger Differenzen

Unifikationsalgorithmus von Herbrand–Robinson

Eingabe **Terme s und t**

Unifikationsalgorithmus von Herbrand–Robinson

Eingabe	**Terme s und t**
Initialisierung	$\sigma \leftarrow []$

Unifikationsalgorithmus von Herbrand–Robinson

Eingabe		**Terme** s **und** t
Initialisierung		$\sigma \leftarrow []$
Reduktion	**Solange**	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$ **verhandlungsfähig**

Unifikationsalgorithmus von Herbrand–Robinson

Eingabe		**Terme s und t**
Initialisierung		$\sigma \leftarrow []$
Reduktion	**Solange**	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$ **verhandlungsfähig**
		wähle Reduktion ρ **von** $\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$

Unifikationsalgorithmus von Herbrand–Robinson

Eingabe		**Terme s und t**
Initialisierung		$\sigma \leftarrow []$
Reduktion	**Solange**	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$ **verhandlungsfähig**
		wähle Reduktion ρ von $\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
		$\sigma \leftarrow \sigma\rho$

Unifikationsalgorithmus von Herbrand–Robinson

Eingabe		**Terme** s **und** t
Initialisierung		$\sigma \leftarrow []$
Reduktion	**Solange**	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$ **verhandlungsfähig**
		wähle Reduktion ρ **von** $\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$
		$\sigma \leftarrow \sigma\rho$
Ergebnis	**Falls**	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma) = \emptyset$

Unifikationsalgorithmus von Herbrand–Robinson

Eingabe		**Terme s und t**
Initialisierung		$\sigma \leftarrow []$
Reduktion	**Solange**	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$ **verhandlungsfähig**
		wähle Reduktion ρ von $\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
		$\sigma \leftarrow \sigma\rho$
Ergebnis	**Falls**	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,t\sigma) = \emptyset$
	dann	**σ ist mgu von $\{s, t\}$**

Unifikationsalgorithmus von Herbrand–Robinson

Eingabe		**Terme s und t**
Initialisierung		$\sigma \leftarrow []$
Reduktion	**Solange**	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$ **verhandlungsfähig**
		wähle Reduktion ρ von $\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$
		$\sigma \leftarrow \sigma\rho$
Ergebnis	**Falls**	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma) = \emptyset$
	dann	**σ ist mgu von $\{s, t\}$**
	sonst	**$\{s, t\}$ ist nicht unifizierbar**

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	
1		
2		
3		
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{f(gy), fz\}, \{fx, f(h(u,v))\}\}$
1		
2		
3		
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\ t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\},\ \{z, gy\},\ \{x, h(u,v)\}\}$
1		
2		
3		
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\ t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\ t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	
2		
3		
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2		
3		
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	
3		
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{h(u,v), h(y,gy)\}\}$
3		
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3		
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\},\ \{z, gy\},\ \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\},\ \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\},\ \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4		

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y,\ gu/v]$	

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\},\, \{z, gy\},\, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\},\, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\, h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\},\, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\, h(u,v)/x,\, u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\, h(u,v)/x,\, u/y,\, gu/v]$	$\{\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$
0		
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma,\, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y,\ gu/v]$	$\{\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y,\ gu/v]$	$\{\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, fd\}, \{x, fc\}\}$
1		
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

	$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$	
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y,\ gu/v]$	$\{\}$

	$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, fd\}, \{x, fc\}\}$
1	$[fd/x]$	
2		

	$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y,\ gu/v]$	$\{\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, fd\}, \{x, fc\}\}$
1	$[fd/x]$	$\{\{d, c\}\}$
2		

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y,\ gu/v]$	$\{\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, fd\}, \{x, fc\}\}$
1	$[fd/x]$	$\{\{d, c\}\}$
2		nicht verhandlungsfähig (keine Variable)

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0		
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y, gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y,\ gu/v]$	$\{\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, fd\}, \{x, fc\}\}$
1	$[fd/x]$	$\{\{d, c\}\}$
2		nicht verhandlungsfähig (keine Variable)

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$

	σ	DIFF$(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y,\ gu/v]$	$\{\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$

	σ	DIFF$(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, fd\}, \{x, fc\}\}$
1	$[fd/x]$	$\{\{d, c\}\}$
2		nicht verhandlungsfähig (keine Variable)

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$

	σ	DIFF$(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, fx\}\}$
1		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(x, f(gy), fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, f(h(u,v)))^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, h(y,z)\}, \{z, gy\}, \{x, h(u,v)\}\}$
1	$[gy/z]$	$\{\{x, h(y,gy)\}, \{x, h(u,v)\}\}$
2	$[gy/z,\ h(u,v)/x]$	$\{\{u, y\}, \{v, gy\}\}$
3	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y]$	$\{\{v, gu\}\}$
4	$[gu/z,\ h(u,v)/x,\ u/y,\ gu/v]$	$\{\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, fd\}, \{x, fc\}\}$
1	$[fd/x]$	$\{\{d, c\}\}$
2		nicht verhandlungsfähig (keine Variable)

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{x, fx\}\}$
1		nicht verhandlungsfähig (occurs-check)

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$$P(fxx, fyy, fzz)^T \quad \text{und} \quad P(y, z, v)^F$$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	
1		
2		
3		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(fxx, fyy, fzz)^T$ und $P(y, z, v)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{fxx, y\}, \{fyy, z\}, \{fzz, v\}\}$
1		
2		
3		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(fxx, fyy, fzz)^T$ und $P(y, z, v)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{fxx, y\}, \{fyy, z\}, \{fzz, v\}\}$
1	$[fxx/y]$	
2		
3		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(fxx, fyy, fzz)^T$ und $P(y, z, v)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{fxx, y\}, \{fyy, z\}, \{fzz, v\}\}$
1	$[fxx/y]$	$\{\{f(fxx, fxx), z\}, \{fzz, v\}\}$
2		
3		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(fxx, fyy, fzz)^T$ und $P(y, z, v)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{fxx, y\}, \{fyy, z\}, \{fzz, v\}\}$
1	$[fxx/y]$	$\{\{f(fxx, fxx), z\}, \{fzz, v\}\}$
2	$[fxx/y,\ f(fxx, fxx)/z]$	
3		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(fxx, fyy, fzz)^T$ und $P(y, z, v)^F$

	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{fxx, y\}, \{fyy, z\}, \{fzz, v\}\}$
1	$[fxx/y]$	$\{\{f(fxx, fxx), z\}, \{fzz, v\}\}$
2	$[fxx/y,\ f(fxx, fxx)/z]$	$\{\{f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx)), v\}\}$
3		

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

	$P(fxx, fyy, fzz)^T$ und $P(y, z, v)^F$	
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{fxx, y\}, \{fyy, z\}, \{fzz, v\}\}$
1	$[fxx/y]$	$\{\{f(fxx, fxx), z\}, \{fzz, v\}\}$
2	$[fxx/y,\ f(fxx, fxx)/z]$	$\{\{f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx)), v\}\}$
3	$[fxx/y,\ f(fxx, fxx)/z,$ $f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx))/v]$	

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(fxx, fyy, fzz)^T$ und $P(y, z, v)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{fxx, y\}, \{fyy, z\}, \{fzz, v\}\}$
1	$[fxx/y]$	$\{\{f(fxx, fxx), z\}, \{fzz, v\}\}$
2	$[fxx/y,\ f(fxx, fxx)/z]$	$\{\{f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx)), v\}\}$
3	$[fxx/y,\ f(fxx, fxx)/z,$ $f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx))/v]$	$\{\}$

Herbrand–Robinson Unifikation am Beispiel

$P(fxx, fyy, fzz)^T$ und $P(y, z, v)^F$		
	σ	$\mathsf{DIFF}(s\sigma, t\sigma)$
0	$[]$	$\{\{fxx, y\}, \{fyy, z\}, \{fzz, v\}\}$
1	$[fxx/y]$	$\{\{f(fxx, fxx), z\}, \{fzz, v\}\}$
2	$[fxx/y,\ f(fxx, fxx)/z]$	$\{\{f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx)), v\}\}$
3	$[fxx/y,\ f(fxx, fxx)/z,$ $f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx))/v]$	$\{\}$

Zeit für Occurs-check wächst exponentiell

Eigenschaften des Herbrand–Robinson Verfahrens

- **Exponentiell im schlimmsten Fall**
  - Occurs-check kann extrem zeitaufwendig werden, wenn Terme wachsen

    Beispiel: $P(fx_1x_1, fx_2x_2, ..., fx_nx_n)^T$ und $P(x_2, ..x_n, y)^F$

Eigenschaften des Herbrand–Robinson Verfahrens

- **Exponentiell im schlimmsten Fall**
  - Occurs-check kann extrem zeitaufwendig werden, wenn Terme wachsen

    Beispiel: $P(fx_1x_1, fx_2x_2, ..., fx_nx_n)^T$ und $P(x_2, ..x_n, y)^F$

- **Konstant im Mittel**
  - Nur wenige Terme sind überhaupt unifizierbar (früher Abbruch)
  - "pathologische Fälle" unifizierbarer Terme sind extrem selten

Eigenschaften des Herbrand–Robinson Verfahrens

- **Exponentiell im schlimmsten Fall**
  - Occurs-check kann extrem zeitaufwendig werden, wenn Terme wachsen

    Beispiel: $P(fx_1x_1, fx_2x_2, ..., fx_nx_n)^T$ und $P(x_2, ..x_n, y)^F$
- **Konstant im Mittel**
  - Nur wenige Terme sind überhaupt unifizierbar (früher Abbruch)
  - “pathologische Fälle” unifizierbarer Terme sind extrem selten
- **Optimierung durch Pointerverwaltung**
  - Terme werden bei Differenzenbildung nicht explizit eingesetzt
  - Exponentielle Aufblähung wird durch Dag-Darstellung vermieden
  - Occurs-check verfolgt Pointer

Eigenschaften des Herbrand–Robinson Verfahrens

- **Exponentiell im schlimmsten Fall**
  - Occurs-check kann extrem zeitaufwendig werden, wenn Terme wachsen

    Beispiel: $P(fx_1x_1, fx_2x_2, ..., fx_nx_n)^T$ und $P(x_2, ..x_n, y)^F$
- **Konstant im Mittel**
  - Nur wenige Terme sind überhaupt unifizierbar (früher Abbruch)
  - "pathologische Fälle" unifizierbarer Terme sind extrem selten
- **Optimierung durch Pointerverwaltung**
  - Terme werden bei Differenzenbildung nicht explizit eingesetzt
  - Exponentielle Aufblähung wird durch Dag-Darstellung vermieden
  - Occurs-check verfolgt Pointer
  - Aufwendiger zu implementieren
  - Fast linear auch im schlimmsten Fall

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

- **Interpretiere Unifikation als Gleichungsproblem**
  - Löse eine Gleichung $s \doteq t$
  - Erstelle elementare Gleichungsmenge als hinreichende Bedingung

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

- **Interpretiere Unifikation als Gleichungsproblem**
  - Löse eine Gleichung $s \doteq t$
  - Erstelle elementare Gleichungsmenge als hinreichende Bedingung
- **Schrittweises Umschreiben der Gleichungen**
  - Differenzenbildung und Reduktion werden Transformationsregeln für Gleichungsmengen

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

- **Interpretiere Unifikation als Gleichungsproblem**
  - Löse eine Gleichung $s\dot{=}t$
  - Erstelle elementare Gleichungsmenge als hinreichende Bedingung
- **Schrittweises Umschreiben der Gleichungen**
  - Differenzenbildung und Reduktion werden Transformationsregeln für Gleichungsmengen
- **Effiziente Datenstruktur**
  - Structure-Sharing in Termen und Gleichungen

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

- **Interpretiere Unifikation als Gleichungsproblem**
  – Löse eine Gleichung $s \doteq t$
  – Erstelle elementare Gleichungsmenge als hinreichende Bedingung
- **Schrittweises Umschreiben der Gleichungen**
  – Differenzenbildung und Reduktion werden Transformationsregeln für Gleichungsmengen
- **Effiziente Datenstruktur**
  – Structure-Sharing in Termen und Gleichungen
- **Gut zu verallgemeinern**
  – Wenn Unifikation mehr als syntaktische Gleichheit verarbeiten soll z.B. Unifikation modulo Assoziativität, Kommutativität, Gleichheit,...

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

Gegeben: **Zu lösende Gleichung** $s \doteq t$

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

Gegeben: **Zu lösende Gleichung** $\boldsymbol{s \doteq t}$

Ziel: **Idempotente Gleichungsmenge** $\boldsymbol{\{x_1 \doteq t_1, \ldots, x_k \doteq t_k\}}$ $(x_i \notin t_j)$

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

Gegeben: **Zu lösende Gleichung** $s \doteq t$

Ziel: **Idempotente Gleichungsmenge** $\{x_1 \doteq t_1, \ldots, x_k \doteq t_k\}$ $(x_i \not\in t_j)$

Methode: **Anwendung von Transformationsregeln**

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

Gegeben: **Zu lösende Gleichung** $\boldsymbol{s \doteq t}$

Ziel: **Idempotente Gleichungsmenge** $\boldsymbol{\{x_1 \doteq t_1, \ldots, x_k \doteq t_k\}}$ $(x_i \notin t_j)$

Methode: **Anwendung von Transformationsregeln**

Regeln: **Termdekomposition**

$$\{f(s_1, \ldots, s_n) \doteq f(t_1, \ldots, t_n)\} \cup E \leadsto \{s_1 \doteq t_1, \ldots, s_n \doteq t_n\} \cup E.$$

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

Gegeben: **Zu lösende Gleichung** $\boldsymbol{s \doteq t}$

Ziel: **Idempotente Gleichungsmenge** $\boldsymbol{\{x_1 \doteq t_1, \ldots, x_k \doteq t_k\}}$ $(x_i \notin t_j)$

Methode: **Anwendung von Transformationsregeln**

Regeln: **Termdekomposition**

$$\{f(s_1, \ldots, s_n) \doteq f(t_1, \ldots, t_n)\} \cup E \;\leadsto\; \{s_1 \doteq t_1, \ldots, s_n \doteq t_n\} \cup E.$$

Entfernung trivialer Gleichungen

$$\{x \doteq x\} \cup E \;\leadsto\; E$$

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

Gegeben: **Zu lösende Gleichung** $\boldsymbol{s \doteq t}$

Ziel: **Idempotente Gleichungsmenge** $\boldsymbol{\{x_1 \doteq t_1, \ldots, x_k \doteq t_k\}}$ $(x_i \notin t_j)$

Methode: **Anwendung von Transformationsregeln**

Regeln: **Termdekomposition**

$$\{f(s_1, \ldots, s_n) \doteq f(t_1, \ldots, t_n)\} \cup E \ \leadsto\ \{s_1 \doteq t_1, \ldots, s_n \doteq t_n\} \cup E.$$

Entfernung trivialer Gleichungen

$$\{x \doteq x\} \cup E \ \leadsto\ E$$

Umstellung

$$\{t \doteq x\} \cup E \ \leadsto\ \{x \doteq t\} \cup E, \qquad \text{wenn } t \notin \mathcal{V}$$

Unifikationsalgorithmus von Martelli-Montanari

Gegeben: **Zu lösende Gleichung** $\boldsymbol{s \doteq t}$

Ziel: **Idempotente Gleichungsmenge** $\boldsymbol{\{x_1 \doteq t_1, \ldots, x_k \doteq t_k\}}$ $(x_i \notin t_j)$

Methode: **Anwendung von Transformationsregeln**

Regeln: **Termdekomposition**

$$\{f(s_1, \ldots, s_n) \doteq f(t_1, \ldots, t_n)\} \cup E \;\leadsto\; \{s_1 \doteq t_1, \ldots, s_n \doteq t_n\} \cup E.$$

Entfernung trivialer Gleichungen

$$\{x \doteq x\} \cup E \;\leadsto\; E$$

Umstellung

$$\{t \doteq x\} \cup E \;\leadsto\; \{x \doteq t\} \cup E, \qquad \text{wenn } t \notin \mathcal{V}$$

Variablenelimination

$$\{x \doteq t\} \cup E \;\leadsto\; \{x \doteq t\} \cup E[t/x], \qquad \text{wenn } x \notin t \text{ und } x \in E$$

Eigenschaften des Martelli-Montanari Verfahrens

- **Korrektheit**
  - Termdekomposition zerlegt Gleichungen, bis ein Term Variable ist oder Terme als nicht unifizierbar identifiziert
  - Umstellung stellt Variablen auf linke Seite
  - Variablenelimination instantiiert restliche Gleichungen
  - Iteration ergibt Menge von Gleichungen $x_i \doteq t_i$ mit $x_i \in \mathcal{V}$ und $x_i \notin t_j$

Eigenschaften des Martelli-Montanari Verfahrens

- **Korrektheit**
  - Termdekomposition zerlegt Gleichungen, bis ein Term Variable ist oder Terme als nicht unifizierbar identifiziert
  - Umstellung stellt Variablen auf linke Seite
  - Variablenelimination instantiiert restliche Gleichungen
  - Iteration ergibt Menge von Gleichungen $x_i \doteq t_i$ mit $x_i \in \mathcal{V}$ und $x_i \notin t_j$
- **Effizienz durch Datenstruktur Multigleichung**
  - Dag-Darstellung von Termen und Gleichungen
  - $\{u, v, w\} \doteq hxy$ ersetzt mehrere Gleichungen $u \doteq hxy, v \doteq hxy, w \doteq hxy$
  - Optimierungseffekt ähnlich zur Pointerverwaltung

Eigenschaften des Martelli-Montanari Verfahrens

- **Korrektheit**
  - Termdekomposition zerlegt Gleichungen, bis ein Term Variable ist oder Terme als nicht unifizierbar identifiziert
  - Umstellung stellt Variablen auf linke Seite
  - Variablenelimination instantiiert restliche Gleichungen
  - Iteration ergibt Menge von Gleichungen $x_i \doteq t_i$ mit $x_i \in \mathcal{V}$ und $x_i \notin t_j$
- **Effizienz durch Datenstruktur Multigleichung**
  - Dag-Darstellung von Termen und Gleichungen
  - $\{u, v, w\} \doteq hxy$ ersetzt mehrere Gleichungen $u \doteq hxy, v \doteq hxy, w \doteq hxy$
  - Optimierungseffekt ähnlich zur Pointerverwaltung
- **Komplexität fast linear**
  - Auch im schlimmsten Fall

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$ $\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^{T}$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^{F}$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$

$P(x, fc)^{T}$ und $P(fd, x)^{F}$	

$P(x)^{T}$ und $P(fx)^{F}$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x\doteq h(y,z),\ fgy\doteq fz,\ fx\doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ x\doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ h(y,z)\doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x\doteq h(y,z),\ fgy\doteq fz,\ fx\doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ x\doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ h(y,z)\doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Umstellung	

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,z),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,z),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Variablenelimination	
$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x\dot{=}h(y,z),\ fgy\dot{=}fz,\ fx\dot{=}fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\dot{=}h(y,z),\ gy\dot{=}z,\ x\dot{=}h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x\dot{=}h(y,z),\ gy\dot{=}z,\ h(y,z)\dot{=}h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\dot{=}h(y,z),\ gy\dot{=}z,\ y\dot{=}u,\ z\dot{=}v\}$
Umstellung	$\{x\dot{=}h(y,z),\ z\dot{=}gy,\ y\dot{=}u,\ z\dot{=}v\}$
Variablenelimination	$\{x\dot{=}h(y,gy),\ z\dot{=}gy,\ y\dot{=}u,\ gy\dot{=}v\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x\doteq h(y,z),\ fgy\doteq fz,\ fx\doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ x\doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ h(y,z)\doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,z),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,gy),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ gy\doteq v\}$
Umstellung	

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x,fgy,fx)^T$ und $P(h(y,z),fz,fh(u,v))^F$	
	$\{x\doteq h(y,z),\ fgy\doteq fz,\ fx\doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ x\doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ h(y,z)\doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,z),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,gy),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ gy\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,gy),\ \{z,v\}\doteq gy,\ y\doteq u\}$

$P(x,fc)^T$ und $P(fd,x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x\doteq h(y,z),\ fgy\doteq fz,\ fx\doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ x\doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ h(y,z)\doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,z),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,gy),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ gy\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,gy),\ \{z,v\}\doteq gy,\ y\doteq u\}$
Variablenelimination	

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x,fgy,fx)^T$ und $P(h(y,z),fz,fh(u,v))^F$	
	$\{x\doteq h(y,z),\ fgy\doteq fz,\ fx\doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ x\doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ h(y,z)\doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,z),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,gy),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ gy\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,gy),\ \{z,v\}\doteq gy,\ y\doteq u\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(u,gu),\ \{z,v\}\doteq gu,\ y\doteq u\}$

$P(x,fc)^T$ und $P(fd,x)^F$	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x\doteq h(y,z),\ fgy\doteq fz,\ fx\doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ x\doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ h(y,z)\doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,z),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,gy),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ gy\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,gy),\ \{z,v\}\doteq gy,\ y\doteq u\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(u,gu),\ \{z,v\}\doteq gu,\ y\doteq u\}$
$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
	$\{x\doteq fd,\ x\doteq fc\}$
$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,z),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,gy),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ gy \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,gy),\ \{z,v\} \doteq gy,\ y \doteq u\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(u,gu),\ \{z,v\} \doteq gu,\ y \doteq u\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
	$\{x \doteq fd,\ x \doteq fc\}$
Variablenelimination	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,z),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,gy),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ gy \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,gy),\ \{z,v\} \doteq gy,\ y \doteq u\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(u,gu),\ \{z,v\} \doteq gu,\ y \doteq u\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
	$\{x \doteq fd,\ x \doteq fc\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq fd,\ fd \doteq fc\}$

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,z),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,gy),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ gy \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,gy),\ \{z,v\} \doteq gy,\ y \doteq u\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(u,gu),\ \{z,v\} \doteq gu,\ y \doteq u\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
	$\{x \doteq fd,\ x \doteq fc\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq fd,\ fd \doteq fc\}$
Termdekomposition	

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,z),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,gy),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ gy \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,gy),\ \{z,v\} \doteq gy,\ y \doteq u\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(u,gu),\ \{z,v\} \doteq gu,\ y \doteq u\}$
$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
	$\{x \doteq fd,\ x \doteq fc\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq fd,\ fd \doteq fc\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq fd,\ d \doteq c\}$
$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x\doteq h(y,z),\ fgy\doteq fz,\ fx\doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ x\doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ h(y,z)\doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq h(y,z),\ gy\doteq z,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,z),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ z\doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(y,gy),\ z\doteq gy,\ y\doteq u,\ gy\doteq v\}$
Umstellung	$\{x\doteq h(y,gy),\ \{z,v\}\doteq gy,\ y\doteq u\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq h(u,gu),\ \{z,v\}\doteq gu,\ y\doteq u\}$
$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
	$\{x\doteq fd,\ x\doteq fc\}$
Variablenelimination	$\{x\doteq fd,\ fd\doteq fc\}$
Termdekomposition	$\{x\doteq fd,\ d\doteq c\}$ Keine Regel anwendbar
$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,z),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,gy),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ gy \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,gy),\ \{z,v\} \doteq gy,\ y \doteq u\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(u,gu),\ \{z,v\} \doteq gu,\ y \doteq u\}$
$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$	
	$\{x \doteq fd,\ x \doteq fc\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq fd,\ fd \doteq fc\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq fd,\ d \doteq c\}$ Keine Regel anwendbar
$P(x)^T$ und $P(fx)^F$	
	$\{x \doteq fx\}$

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(x, fgy, fx)^T$ und $P(h(y,z), fz, fh(u,v))^F$	
	$\{x \doteq h(y,z),\ fgy \doteq fz,\ fx \doteq fh(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ x \doteq h(u,v)\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ h(y,z) \doteq h(u,v)\}$
Termdekomposition	$\{x \doteq h(y,z),\ gy \doteq z,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,z),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ z \doteq v\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(y,gy),\ z \doteq gy,\ y \doteq u,\ gy \doteq v\}$
Umstellung	$\{x \doteq h(y,gy),\ \{z,v\} \doteq gy,\ y \doteq u\}$
Variablenelimination	$\{x \doteq h(u,gu),\ \{z,v\} \doteq gu,\ y \doteq u\}$

$P(x, fc)^T$ und $P(fd, x)^F$		
	$\{x \doteq fd,\ x \doteq fc\}$	
Variablenelimination	$\{x \doteq fd,\ fd \doteq fc\}$	
Termdekomposition	$\{x \doteq fd,\ d \doteq c\}$	Keine Regel anwendbar

$P(x)^T$ und $P(fx)^F$		
	$\{x \doteq fx\}$	Zielsituation nicht erreicht

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx,fyy,fzz)^F$	
	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq fyy,\ v \doteq fzz\}$

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y, z, v)^{T}$ und $P(fxx, fyy, fzz)^{F}$	
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq fyy,\ v \doteq fzz\}$

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx,fyy,fzz)^F$	
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$ $\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq fzz\}$

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx,fyy,fzz)^F$	
	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq fyy,\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx,fxx),\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx,fyy,fzz)^F$	
	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

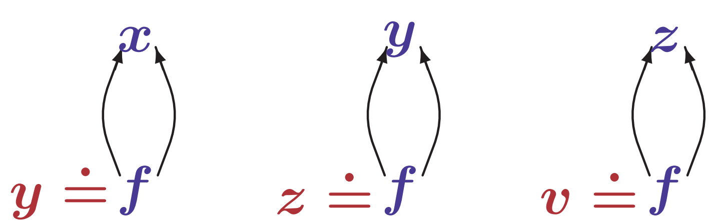
	$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx,fyy,fzz)^F$
	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq fyy,\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx,fxx),\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx,fxx),\ v \doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

Effizienz kommt aus Dag-Darstellung

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^{T}$ und $P(fxx,fyy,fzz)^{F}$	
	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

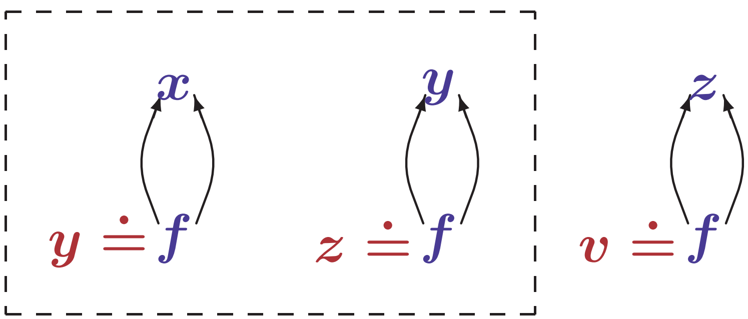
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^{T}$ und $P(fxx, fyy, fzz)^{F}$	
	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx, fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx, fxx),\ v\doteq f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx))\}$

Effizienz kommt aus Dag-Darstellung

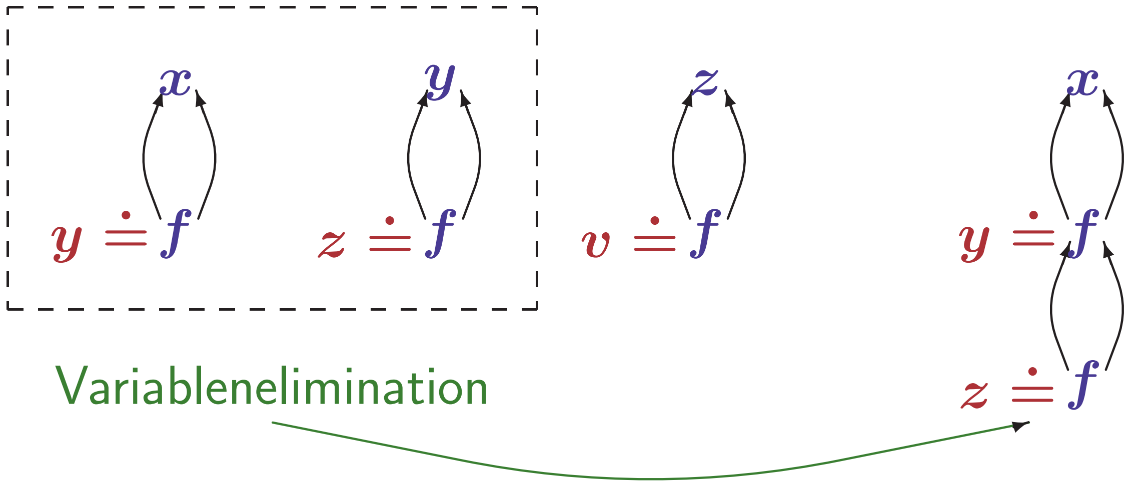


Variablenelimination

Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx, fyy, fzz)^F$	
	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq fyy,\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx, fxx),\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx, fxx),\ v \doteq f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx))\}$

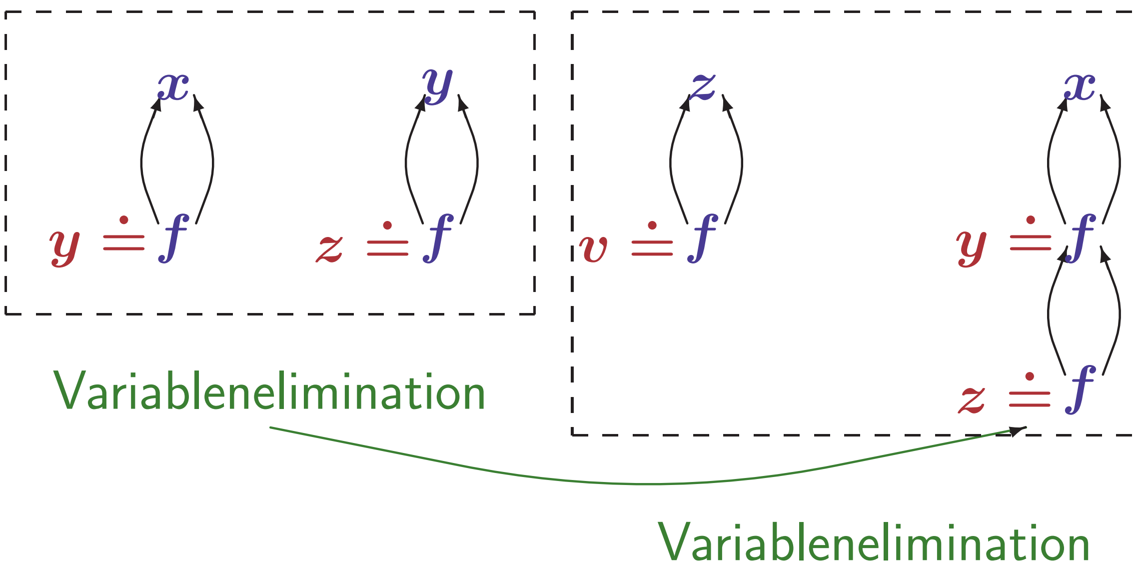
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^{T}$ und $P(fxx,fyy,fzz)^{F}$	
	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

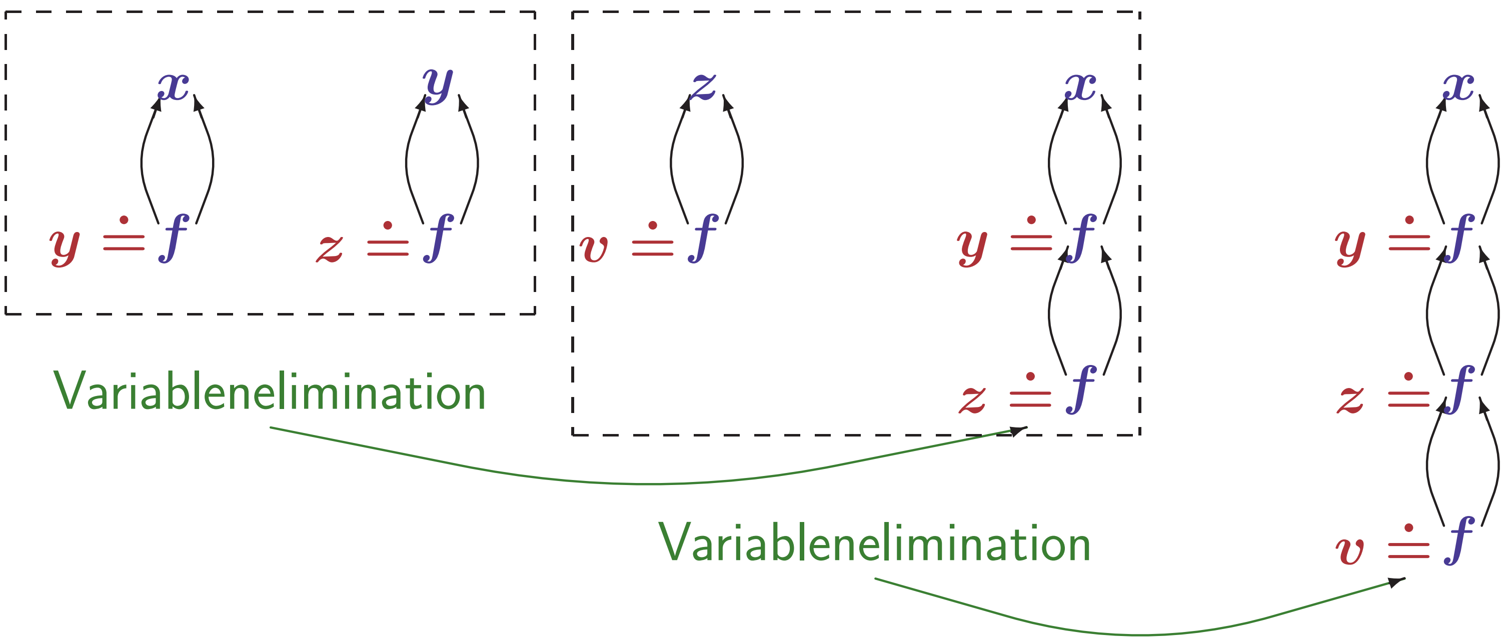
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^{T}$ und $P(fxx,fyy,fzz)^{F}$	
	$\{y\dot{=}fxx,\ z\dot{=}fyy,\ v\dot{=}fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\dot{=}fxx,\ z\dot{=}f(fxx,fxx),\ v\dot{=}fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\dot{=}fxx,\ z\dot{=}f(fxx,fxx),\ v\dot{=}f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

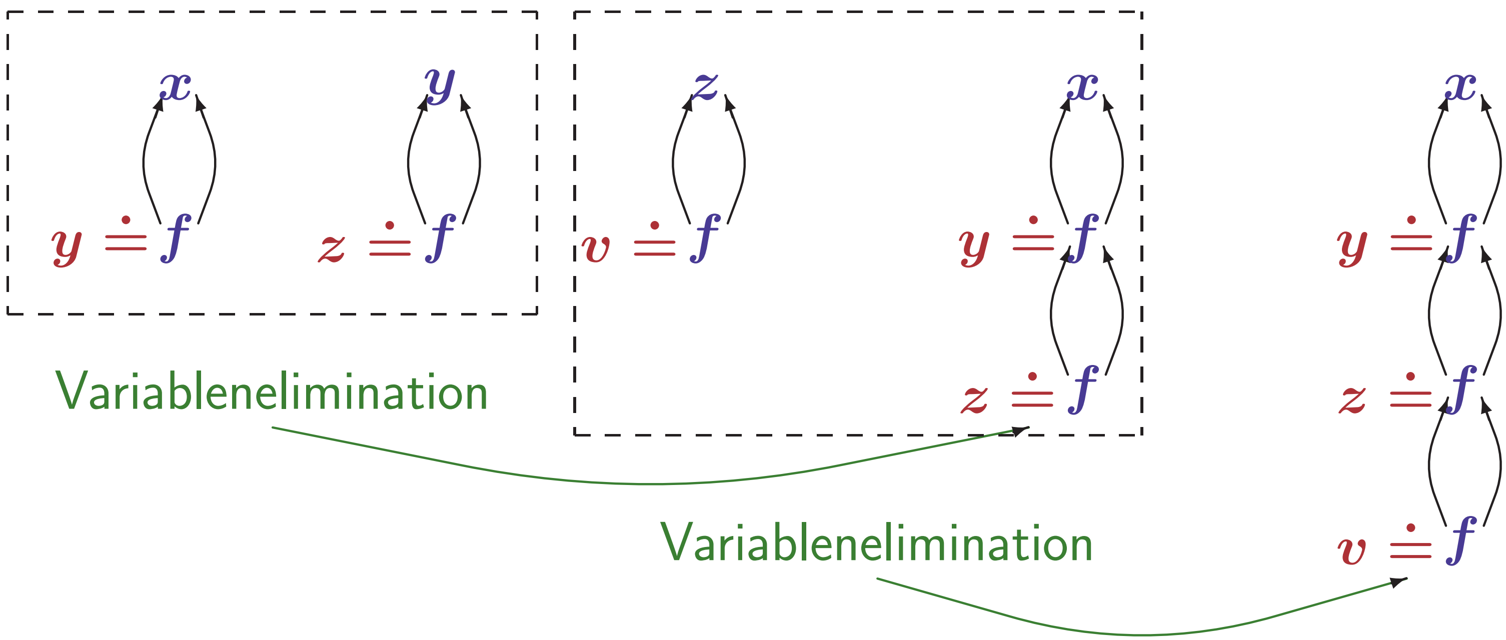
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^{T}$ und $P(fxx,fyy,fzz)^{F}$	
	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

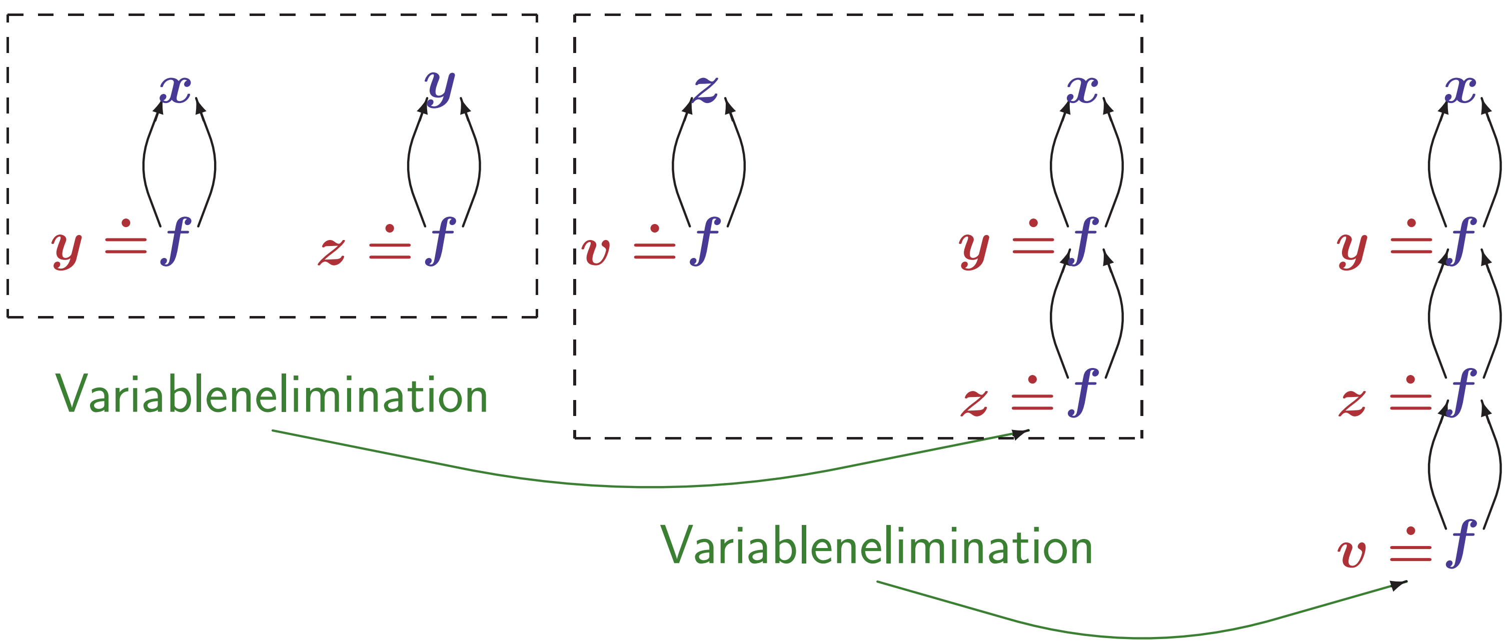
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

	$P(y,z,v)^{T}$ und $P(fxx,fyy,fzz)^{F}$
	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

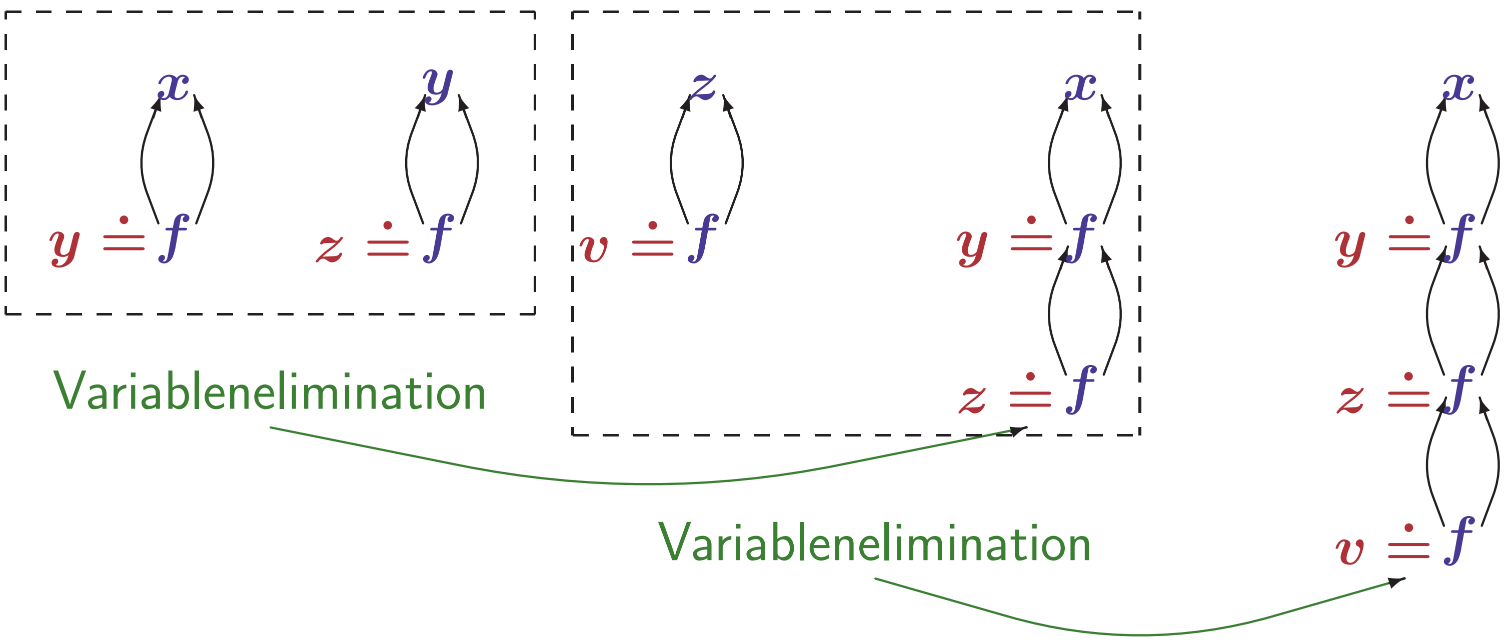
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

	$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx, fyy, fzz)^F$
	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq fyy,\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx, fxx),\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx, fxx),\ v \doteq f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx))\}$

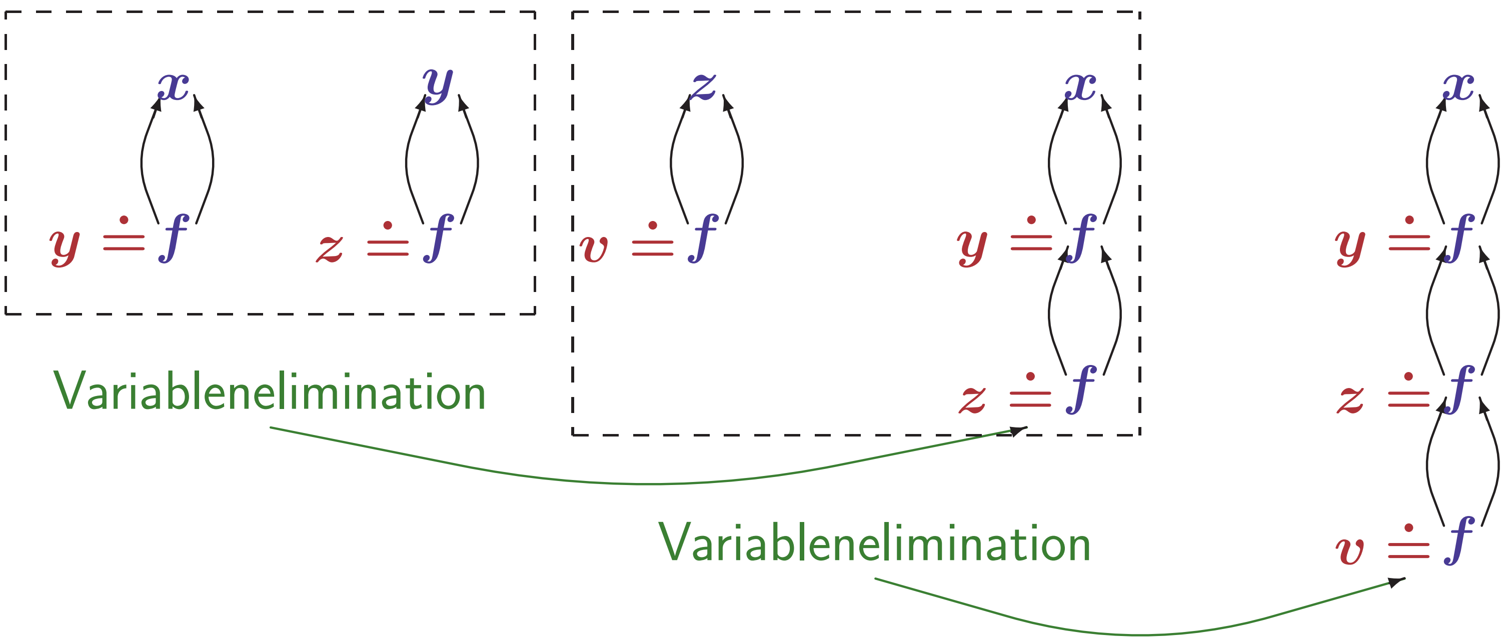
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^{T}$ und $P(fxx,fyy,fzz)^{F}$	
	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq fyy,\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx,fxx),\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx,fxx),\ v \doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

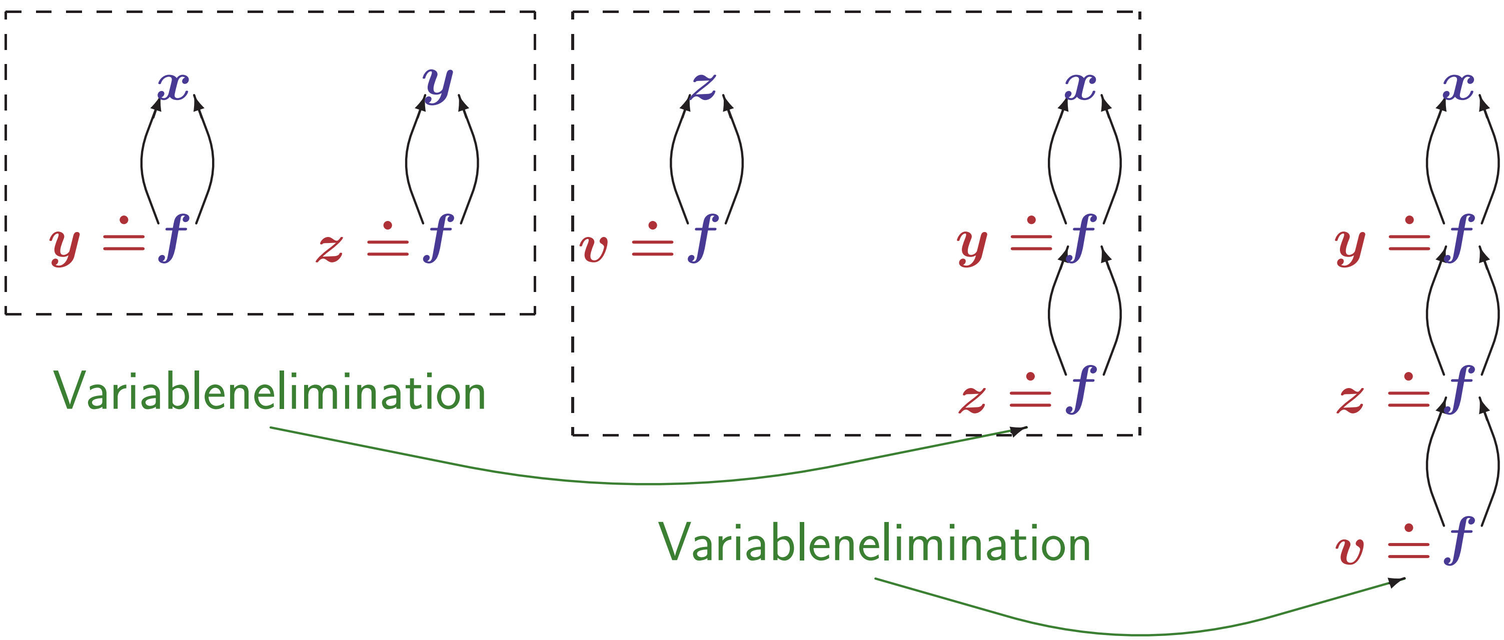
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

	$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx, fyy, fzz)^F$
	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx, fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx, fxx),\ v\doteq f(f(fxx,fxx), f(fxx,fxx))\}$

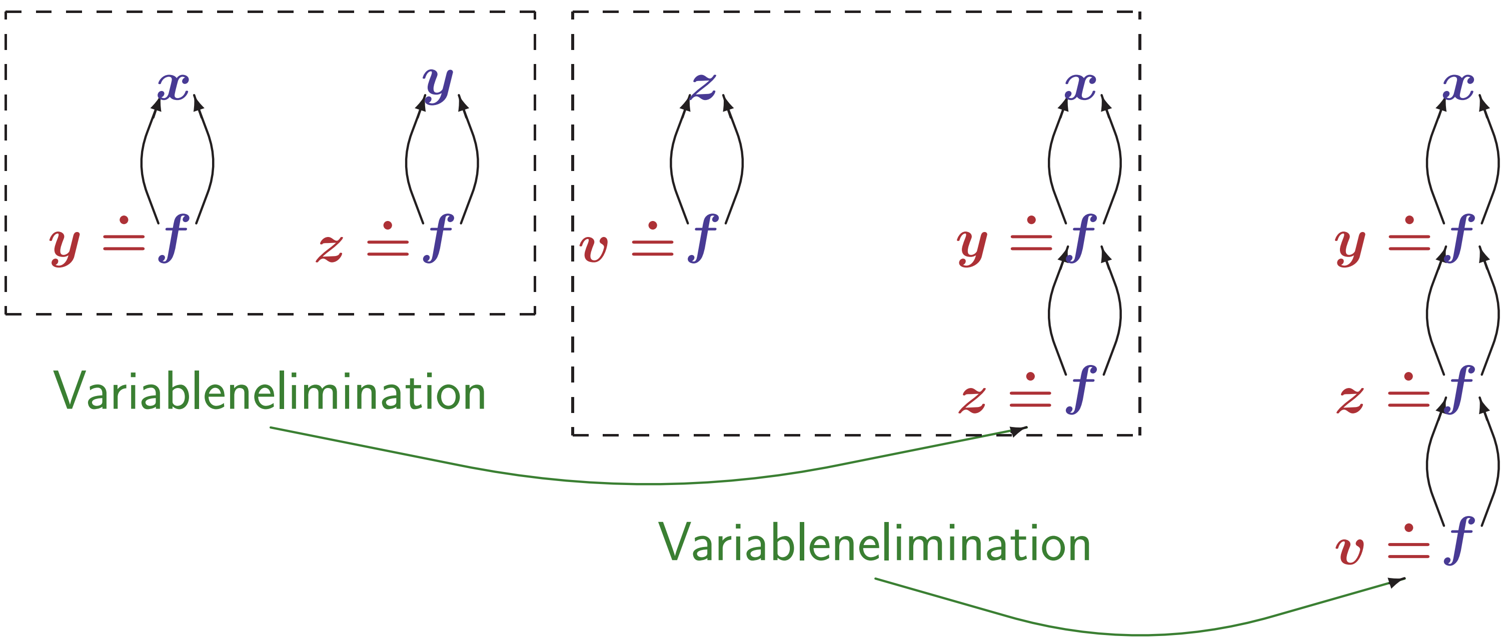
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx,fyy,fzz)^F$	
	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq fyy,\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx,fxx),\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx,fxx),\ v \doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

Effizienz kommt aus Dag-Darstellung

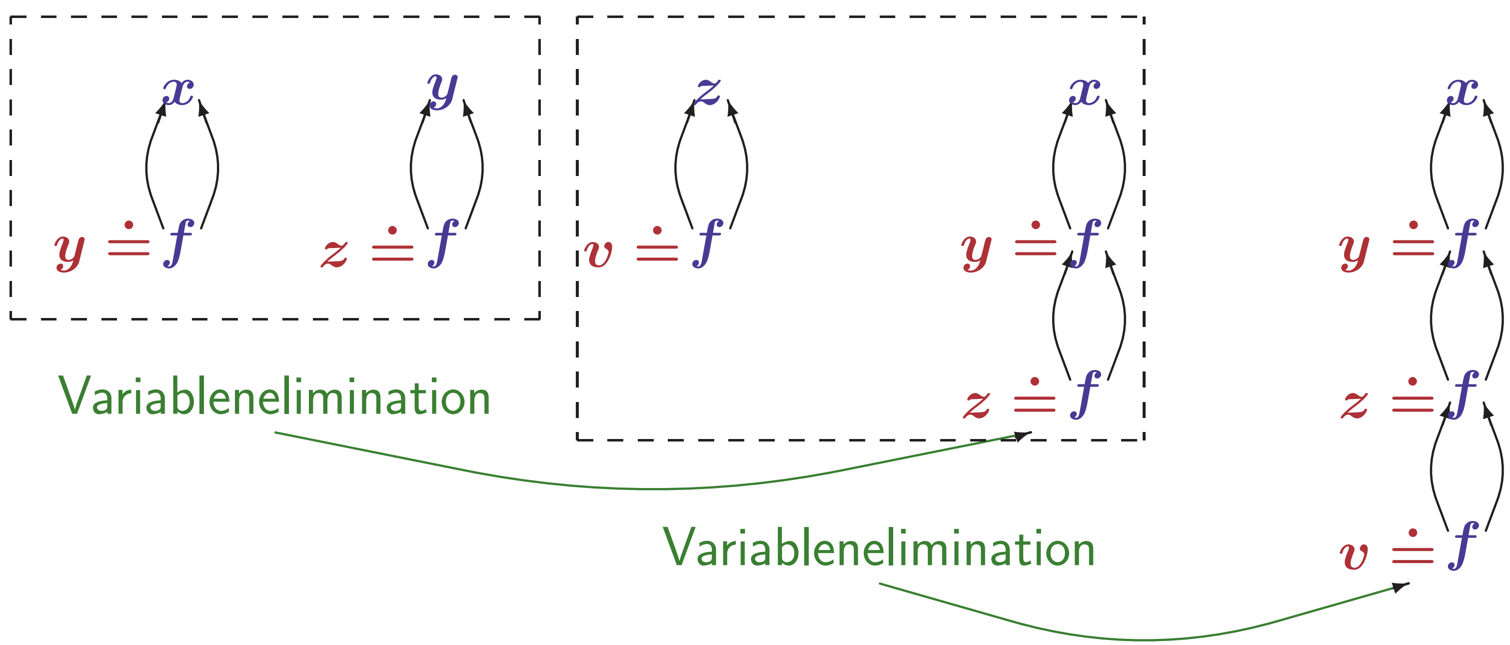


Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$$P(y,z,v)^T \ \text{ und } \ P(fxx, fyy, fzz)^F$$

	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

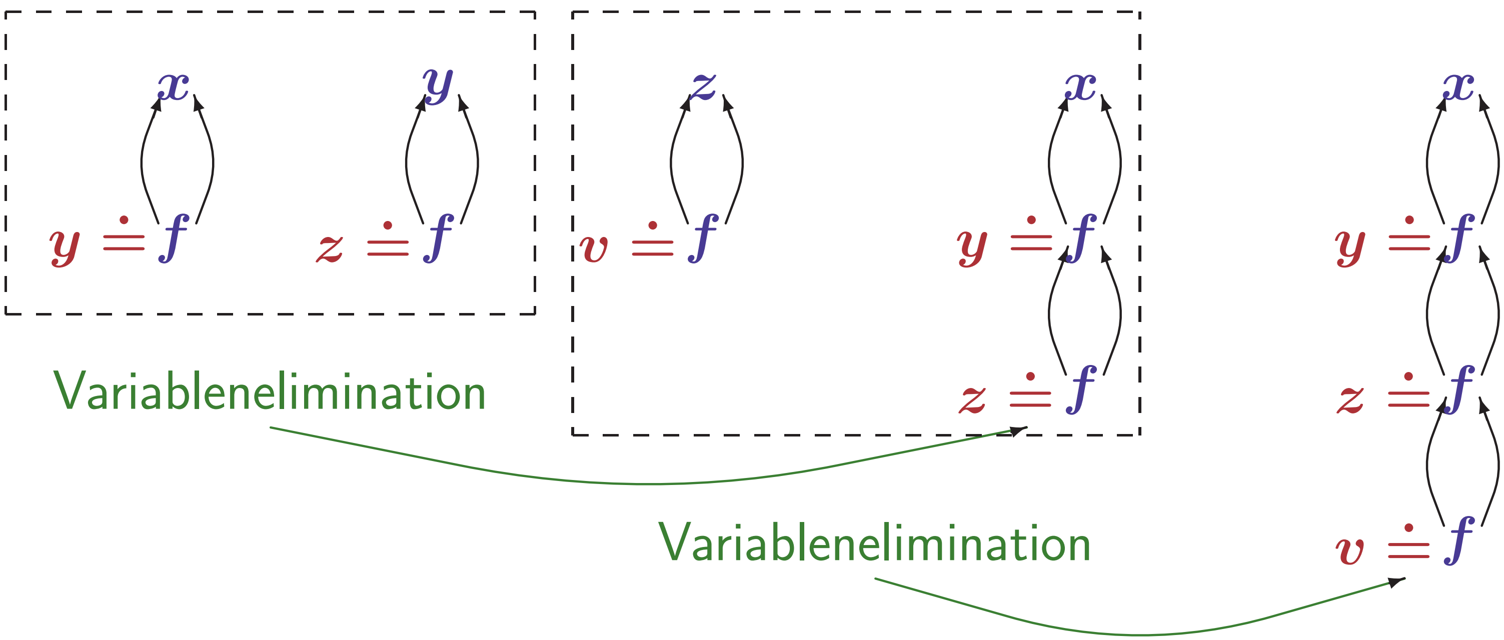
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^{T}$ und $P(fxx, fyy, fzz)^{F}$	
	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx, fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx, fxx),\ v\doteq f(f(fxx, fxx), f(fxx, fxx))\}$

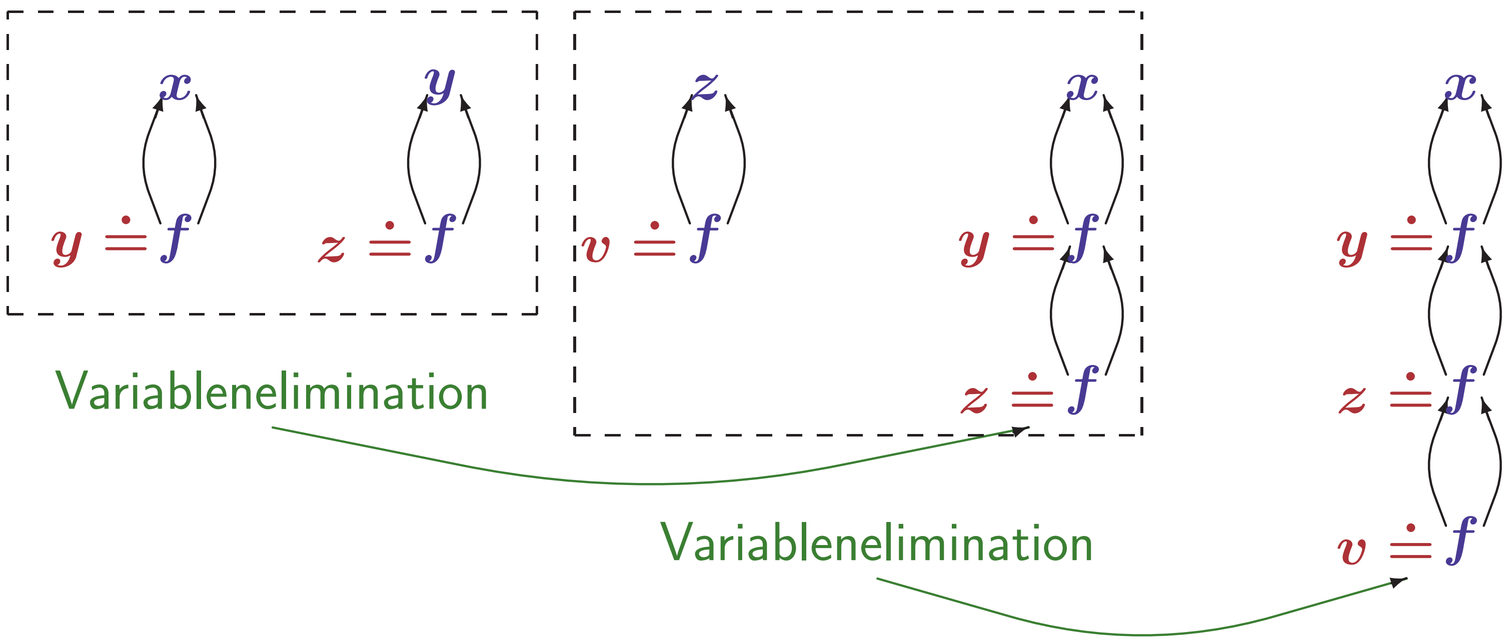
Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx,fyy,fzz)^F$	
	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq fyy,\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx,fxx),\ v \doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y \doteq fxx,\ z \doteq f(fxx,fxx),\ v \doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

Effizienz kommt aus Dag-Darstellung



Martelli-Montanari Unifikation am Beispiel

$P(y,z,v)^T$ und $P(fxx,fyy,fzz)^F$	
	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq fyy,\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq fzz\}$
Variablenelimination	$\{y\doteq fxx,\ z\doteq f(fxx,fxx),\ v\doteq f(f(fxx,fxx),f(fxx,fxx))\}$

Effizienz kommt aus Dag-Darstellung