

Inferenzmethoden



Einheit 7

Alternative Deduktionsverfahren I



1. Tableaux-Verfahren
2. Modellelimination
3. Inverse Methode
4. Semantische Bäume

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

- **Natürliches Schließen/Sequenzkalküle** Gentzen 1935

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

- **Natürliches Schließen/Sequenzenkalküle** Gentzen 1935
- **Analytische Tableaux** Beth 1955, Smullyan 1971

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

- **Natürliches Schließen/Sequenzkalküle** Gentzen 1935
- **Analytische Tableaux** Beth 1955, Smullyan 1971
- **Semantische Bäume**

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

- **Natürliches Schließen/Sequenzenkalküle** Gentzen 1935
 - **Analytische Tableaux** Beth 1955, Smullyan 1971
 - **Semantische Bäume**
-
- **Aussagenlogische Reduktionstechniken**
Davis & Putnam 1960, Prawitz 1960

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

- **Natürliches Schließen/Sequenzenkalküle** Gentzen 1935
 - **Analytische Tableaux** Beth 1955, Smullyan 1971
 - **Semantische Bäume**
-
- **Aussagenlogische Reduktionstechniken** Davis & Putnam 1960, Prawitz 1960
 - **Resolution** Robinson 1965

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

- **Natürliches Schließen/Sequenzenkalküle** Gentzen 1935
 - **Analytische Tableaux** Beth 1955, Smullyan 1971
 - **Semantische Bäume**
-
- **Aussagenlogische Reduktionstechniken**
Davis & Putnam 1960, Prawitz 1960
 - **Resolution** Robinson 1965
 - **Maslov-Verfahren (Inverse Methode)** Maslov 1968

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

- **Natürliches Schließen/Sequenzenkalküle** Gentzen 1935
 - **Analytische Tableaux** Beth 1955, Smullyan 1971
 - **Semantische Bäume**
-
- **Aussagenlogische Reduktionstechniken**
Davis & Putnam 1960, Prawitz 1960
 - **Resolution** Robinson 1965
 - **Maslov-Verfahren (Inverse Methode)** Maslov 1968
 - **Modellelimination** Loveland 1969

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

- **Natürliches Schließen/Sequenzenkalküle** Gentzen 1935
 - **Analytische Tableaux** Beth 1955, Smullyan 1971
 - **Semantische Bäume**
-
- **Aussagenlogische Reduktionstechniken**
Davis & Putnam 1960, Prawitz 1960
 - **Resolution** Robinson 1965
 - **Maslov-Verfahren (Inverse Methode)** Maslov 1968
 - **Modellelimination** Loveland 1969
 - **Extensionsverfahren:** Bibel 1981, Andrews 1981

DEDUKTIONSVERFAHREN

Unabhängig entstanden, dennoch ähnlich

- **Natürliches Schließen/Sequenzenkalküle** Gentzen 1935
 - **Analytische Tableaux** Beth 1955, Smullyan 1971
 - **Semantische Bäume**
-
- **Aussagenlogische Reduktionstechniken**
Davis & Putnam 1960, Prawitz 1960
 - **Resolution** Robinson 1965
 - **Maslov-Verfahren (Inverse Methode)** Maslov 1968
 - **Modellelimination** Loveland 1969
 - **Extensionsverfahren:** Bibel 1981, Andrews 1981
 - **Konsolution** Eder 1991

TABLEAUXVERFAHREN

Systematische Entwicklung von Widerspruchsbeweisen

TABLEAUXVERFAHREN

Systematische Entwicklung von Widerspruchsbeweisen

Gegeben: Zu widerlegende signierte Formel X^F

TABLEAUXVERFAHREN

Systematische Entwicklung von Widerspruchsbeweisen

Gegeben: Zu widerlegende signierte Formel X^F

Start: Tableaubaum \mathcal{T} , bestehend aus der Wurzel X^F

TABLEAUXVERFAHREN

Systematische Entwicklung von Widerspruchsbeweisen

Gegeben: Zu widerlegende signierte Formel X^F

Start: Tableaubaum \mathcal{T} , bestehend aus der Wurzel X^F

Regeln: Wähle (unbenutzen) Knoten Y von \mathcal{T} .

Erweitere jeden offenen Zweig um α_1, α_2 , falls Y vom Typ α

Verzweige durch Erweiterung mit β_1 bzw. β_2 , falls Y vom Typ β

Erweitere um $\gamma(x)$ bzw. $\delta(a)$, falls Y vom Typ γ oder δ

TABLEAUXVERFAHREN

Systematische Entwicklung von Widerspruchsbeweisen

Gegeben: Zu widerlegende signierte Formel X^F

Start: Tableaubaum \mathcal{T} , bestehend aus der Wurzel X^F

Regeln: Wähle (unbenutzen) Knoten Y von \mathcal{T} .

Erweitere jeden offenen Zweig um α_1, α_2 , falls Y vom Typ α

Verzweige durch Erweiterung mit β_1 bzw. β_2 , falls Y vom Typ β

Erweitere um $\gamma(x)$ bzw. $\delta(a)$, falls Y vom Typ γ oder δ

Ziel: Alle Äste von \mathcal{T} abgeschlossen (enthalten σ -komplementäres Paar von Formeln für eine Substitution σ)

TABLEAUXVERFAHREN

Systematische Entwicklung von Widerspruchsbeweisen

Gegeben: Zu widerlegende signierte Formel X^F

Start: Tableaubaum \mathcal{T} , bestehend aus der Wurzel X^F

Regeln: Wähle (unbenutzen) Knoten Y von \mathcal{T} .

Erweitere jeden offenen Zweig um α_1, α_2 , falls Y vom Typ α

Verzweige durch Erweiterung mit β_1 bzw. β_2 , falls Y vom Typ β

Erweitere um $\gamma(x)$ bzw. $\delta(a)$, falls Y vom Typ γ oder δ

Ziel: Alle Äste von \mathcal{T} abgeschlossen (enthalten σ -komplementäres Paar von Formeln für eine Substitution σ)

Rechtfertigung: Jede Regel erzeugt Folgerungen der Ausgangsformel, wobei eine β -Regel die zwei möglichen Alternativen generiert. Die Äste des Baumes sind genau dann abgeschlossen, wenn die Wurzel von \mathcal{T} unerfüllbar ist, also genau dann, wenn X gültig ist.

TABLEAUXBEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$(P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R)^F$$

TABLEAUXBEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\alpha \longrightarrow$

$$(P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R)^F$$

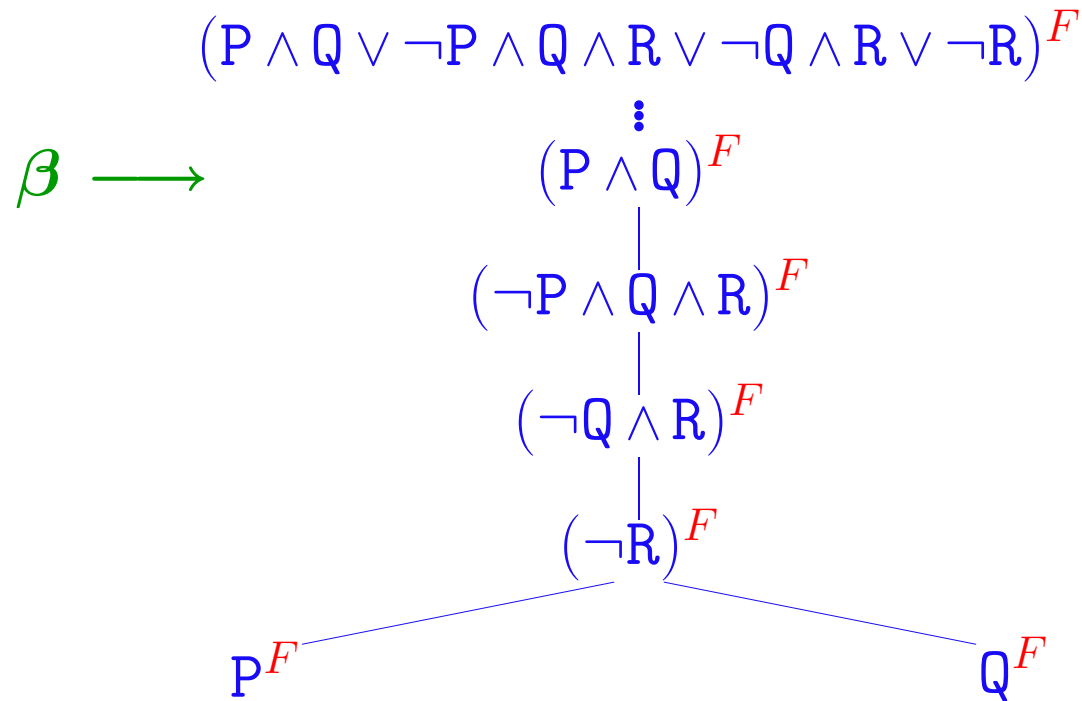
$$\vdots$$
$$(P \wedge Q)^F$$

$$(\neg P \wedge Q \wedge R)^F$$

$$(\neg Q \wedge R)^F$$

$$(\neg R)^F$$

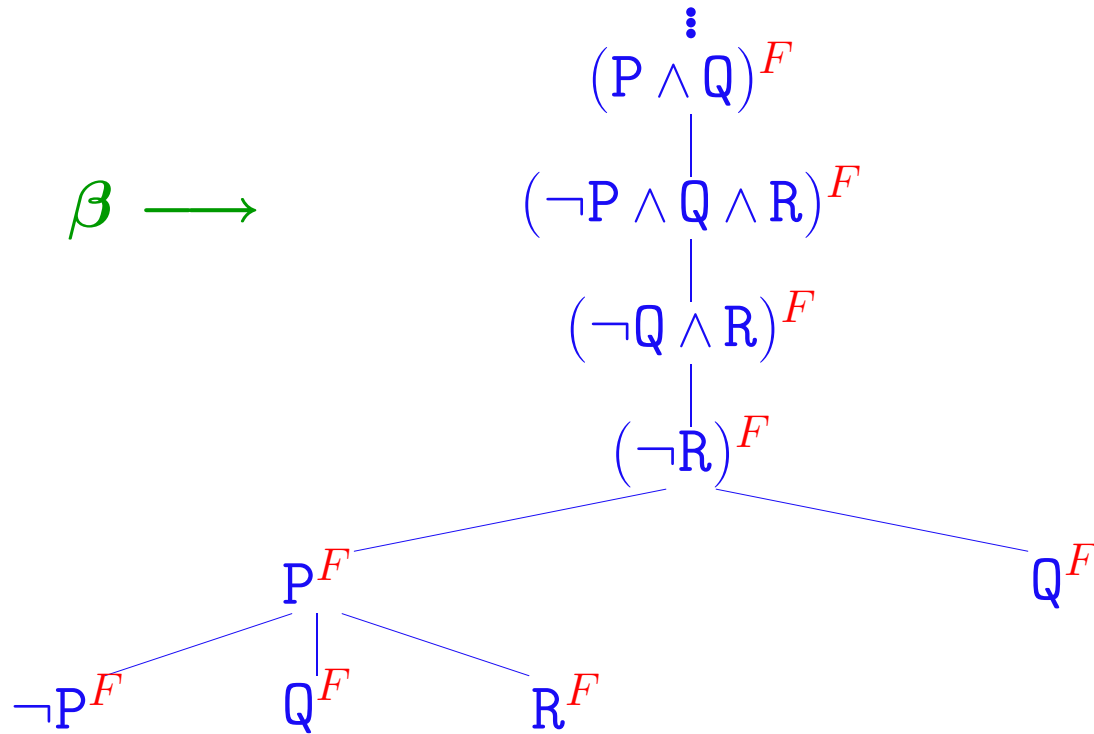
TABLEAUXBEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



TABLEAUXBEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

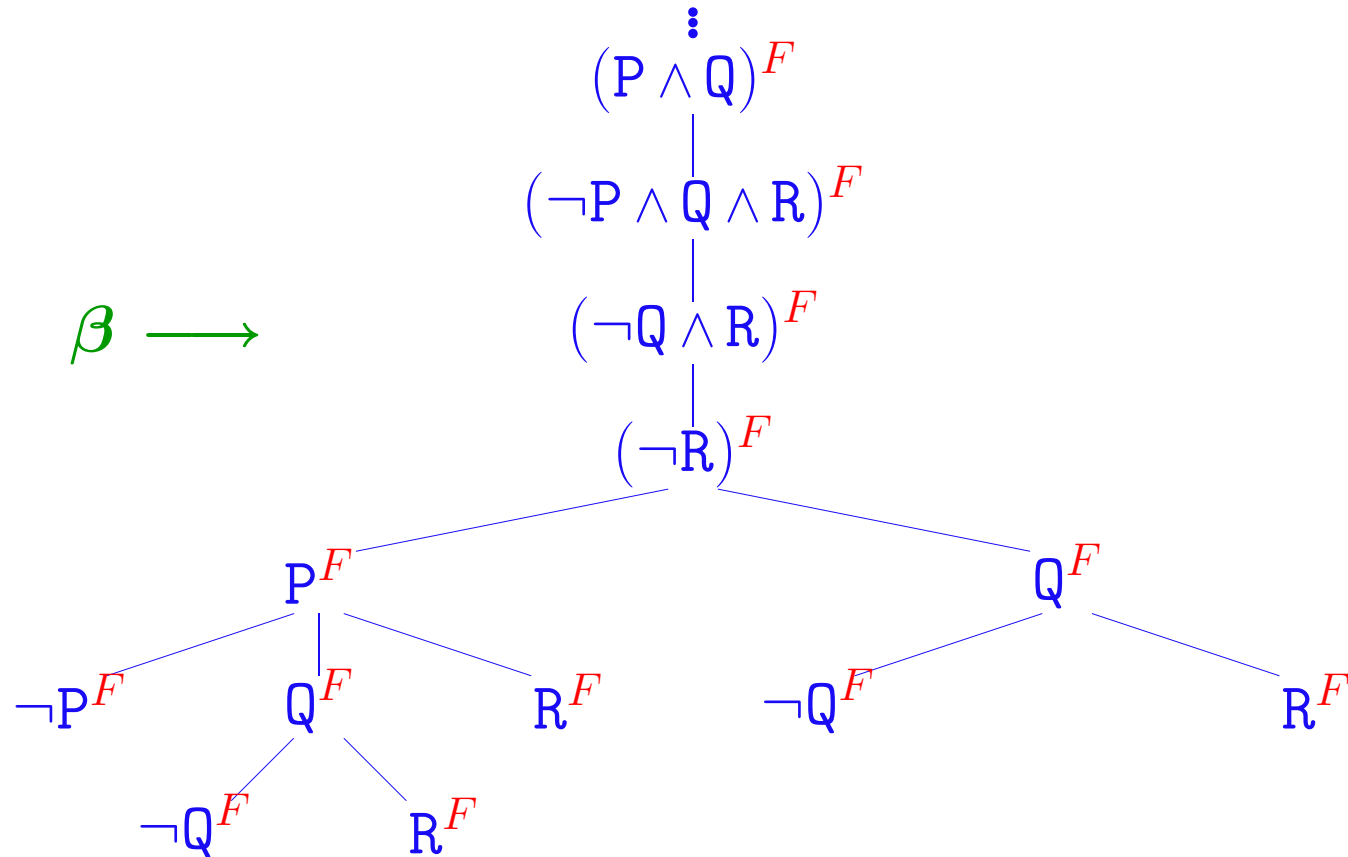
$$(P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R)^F$$

$\beta \longrightarrow$



TABLEAUXBEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$(P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R)^F$$



TABLEAUXBEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$(P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R)^F$$

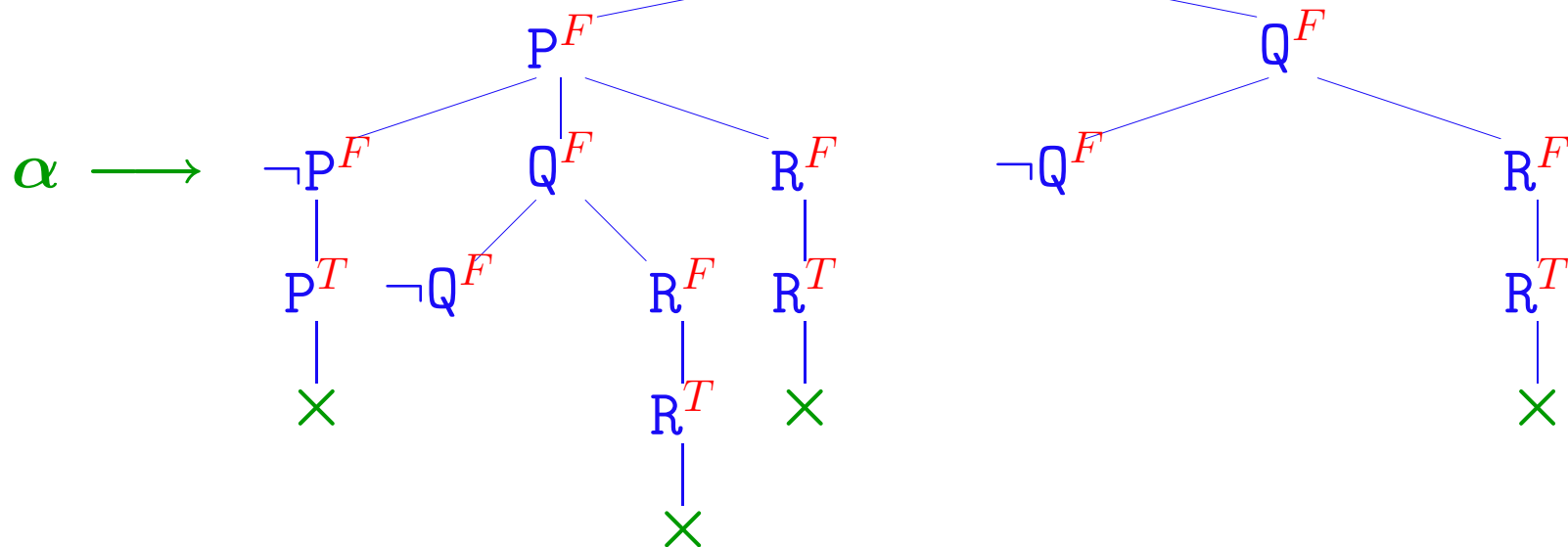
$$\vdots$$

$$(P \wedge Q)^F$$

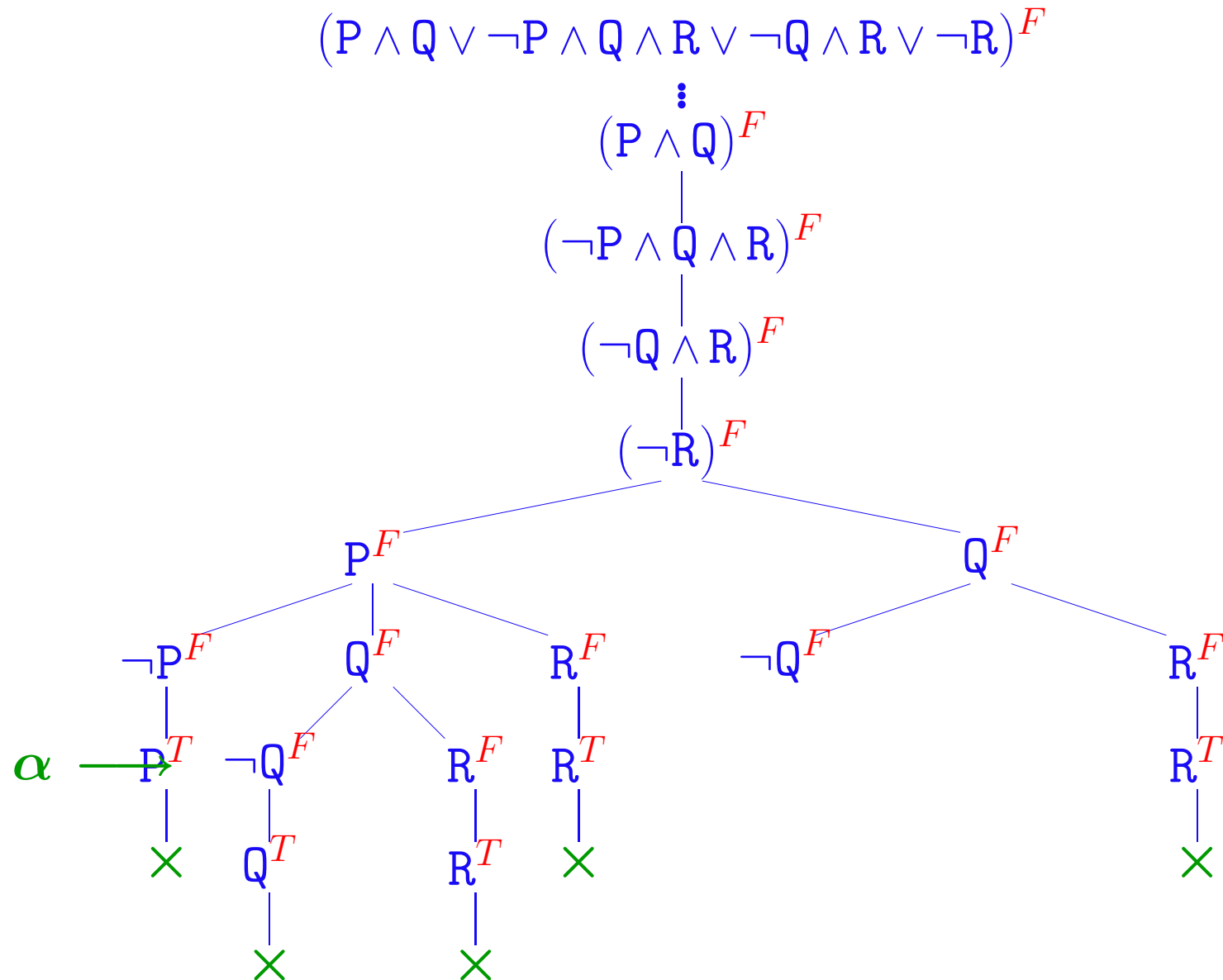
$$(\neg P \wedge Q \wedge R)^F$$

$$(\neg Q \wedge R)^F$$

$$(\neg R)^F$$

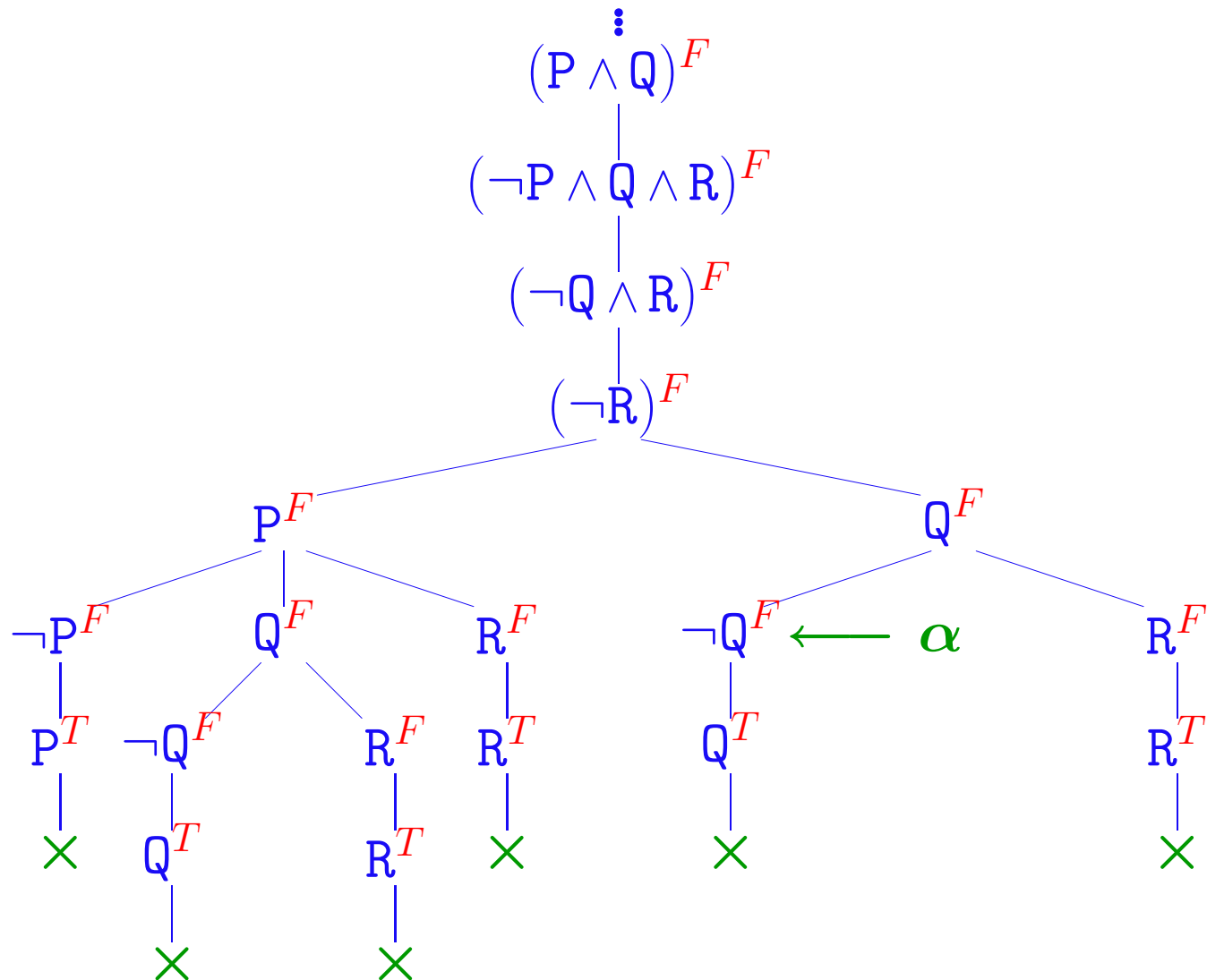


TABLEAUXBEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



TABLEAUXBEWEIS FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$(P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R)^F$$



TABLEAUXBEWEISE VS. EXTENSIONSVERFAHREN

- **Äste im Tableau** $\hat{=}$ **Pfade durch die Matrix**

α -Regel (Pfadverlängerung) $\hat{=}$ Extension

β -Regel (Verzweigung) $\hat{=}$ Noch offene Literale

γ -Regel $\hat{=}$ Freilegung einer Variablen

δ -Regel $\hat{=}$ Einführung einer Konstanten

Abgeschlossener Ast $\hat{=}$ Komplementäre Konnektion im Pfad

TABLEAUXBEWEISE VS. EXTENSIONSVERFAHREN

- **Äste im Tableau** $\hat{=}$ **Pfade durch die Matrix**

α -Regel (Pfadverlängerung) $\hat{=}$ Extension

β -Regel (Verzweigung) $\hat{=}$ Noch offene Literale

γ -Regel $\hat{=}$ Freilegung einer Variablen

δ -Regel $\hat{=}$ Einführung einer Konstanten

Abgeschlossener Ast $\hat{=}$ Komplementäre Konnektion im Pfad

- **Konnektionsmethode verdichtet Tableauxbeweise**

TABLEAUXBEWEISE VS. EXTENSIONSVERFAHREN

- **Äste im Tableau** $\hat{=}$ **Pfade durch die Matrix**

α -Regel (Pfadverlängerung) $\hat{=}$ Extension

β -Regel (Verzweigung) $\hat{=}$ Noch offene Literale

γ -Regel $\hat{=}$ Freilegung einer Variablen

δ -Regel $\hat{=}$ Einführung einer Konstanten

Abgeschlossener Ast $\hat{=}$ Komplementäre Konnektion im Pfad

- **Konnektionsmethode verdichtet Tableauxbeweise**

– **Kompaktheit:** operiere nur auf **atomaren** Teilformeln

TABLEAUXBEWEISE VS. EXTENSIONSVERFAHREN

- **Äste im Tableau** $\hat{=}$ **Pfade durch die Matrix**

α -Regel (Pfadverlängerung) $\hat{=}$ Extension

β -Regel (Verzweigung) $\hat{=}$ Noch offene Literale

γ -Regel $\hat{=}$ Freilegung einer Variablen

δ -Regel $\hat{=}$ Einführung einer Konstanten

Abgeschlossener Ast $\hat{=}$ Komplementäre Konnektion im Pfad

- **Konnektionsmethode verdichtet Tableauxbeweise**

- **Kompaktheit**: operiere nur auf **atomaren** Teilformeln
- **Konnektionsorientierung**: gezielte Auswahl beweisrelevanter Teilformeln

TABLEAUXBEWEISE VS. EXTENSIONSVERFAHREN

- **Äste im Tableau** $\hat{=}$ **Pfade durch die Matrix**

α -Regel (Pfadverlängerung) $\hat{=}$ Extension

β -Regel (Verzweigung) $\hat{=}$ Noch offene Literale

γ -Regel $\hat{=}$ Freilegung einer Variablen

δ -Regel $\hat{=}$ Einführung einer Konstanten

Abgeschlossener Ast $\hat{=}$ Komplementäre Konnektion im Pfad

- **Konnektionsmethode verdichtet Tableauxbeweise**

- **Kompaktheit**: operiere nur auf **atomaren** Teilformeln
- **Konnektionsorientierung**: gezielte Auswahl beweisrelevanter Teilformeln
- **Unifikation**: gezielte Instantiierung der Quantoren
(Integriert in die obige Variante des Tableauxverfahrens)

TABLEAUXVERFAHREN IN MATRIX-DENKWEISE

Simplifiziertes Verfahren für Normalform

TABLEAUXVERFAHREN IN MATRIX-DENKWEISE

Simplifiziertes Verfahren für Normalform

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

TABLEAUXVERFAHREN IN MATRIX-DENKWEISE

Simplifiziertes Verfahren für Normalform

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{ij}^F\}$

Start: Ein Knoten markiert mit der Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$

TABLEAUXVERFAHREN IN MATRIX-DENKWEISE

Simplifiziertes Verfahren für Normalform

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{ij}^F\}$

Start: Ein Knoten markiert mit der Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$

Regeln: Wähle Klausel $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$.
Generiere m_i Nachfolger, markiert mit L_{i1}, \dots, L_{im_i}

Simplifiziertes Verfahren für Normalform

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

Start: Ein Knoten markiert mit der Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$

Regeln: Wähle Klausel $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$.
Generiere m_i Nachfolger, markiert mit L_{i1}, \dots, L_{im_i}

Ziel: Alle Äste abgeschlossen (enthalten σ -komplementäre Konnektion)

Simplifiziertes Verfahren für Normalform

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

Start: Ein Knoten markiert mit der Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$

Regeln: Wähle Klausel $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$.
Generiere m_i Nachfolger, markiert mit L_{i1}, \dots, L_{im_i}

Ziel: Alle Äste abgeschlossen (enthalten σ -komplementäre Konnektion)

Rechtfertigung: Äste entsprechen Teilpfaden durch die Matrix. Die Äste des Baumes sind genau dann abgeschlossen, wenn jeder Pfad durch die Matrix komplementär ist.

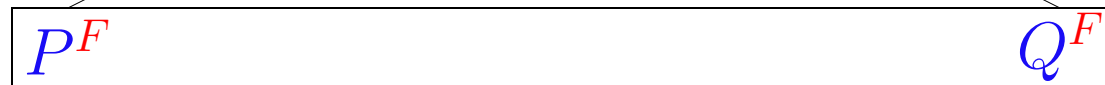
TABLEAUX-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$\{\{P^F, Q^F\}, \{P^T, Q^F, R^F\}, \{Q^T, R^F\}, \{R^T\}\}$$

TABLEAUX-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

↓

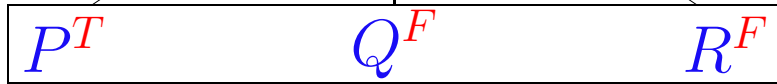
$$\{\{P^F, Q^F\}, \{P^T, Q^F, R^F\}, \{Q^T, R^F\}, \{R^T\}\}$$



TABLEAUX-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



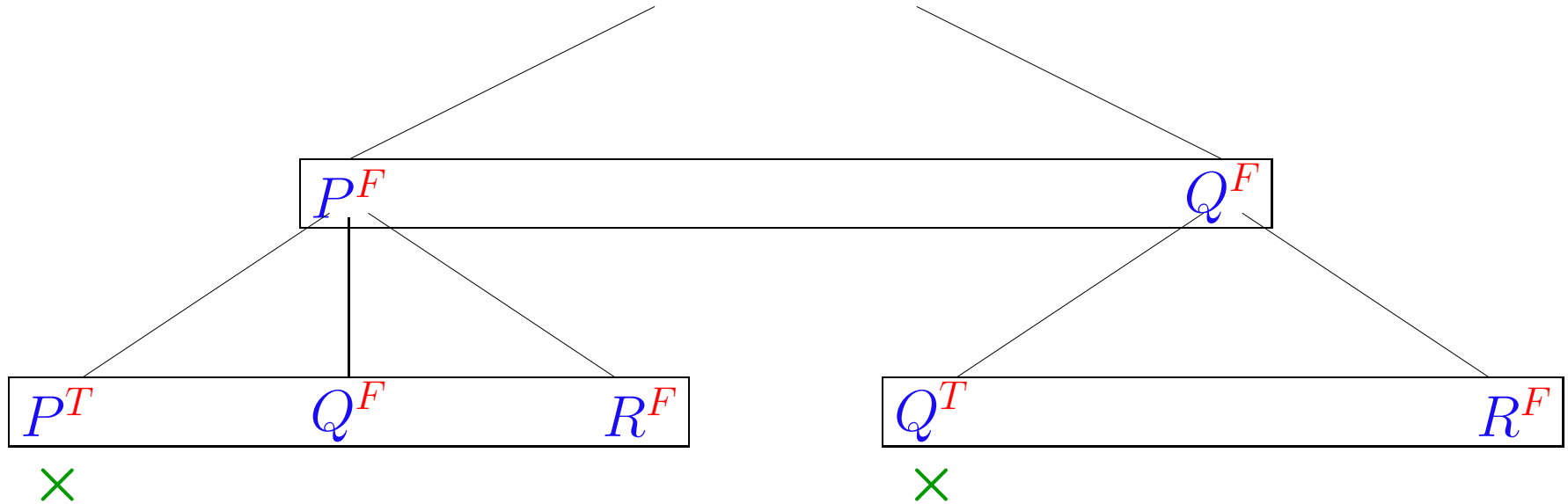
$\{\{P^F, Q^F\}, \{P^T, Q^F, R^F\}, \{Q^T, R^F\}, \{R^T\}\}$



×

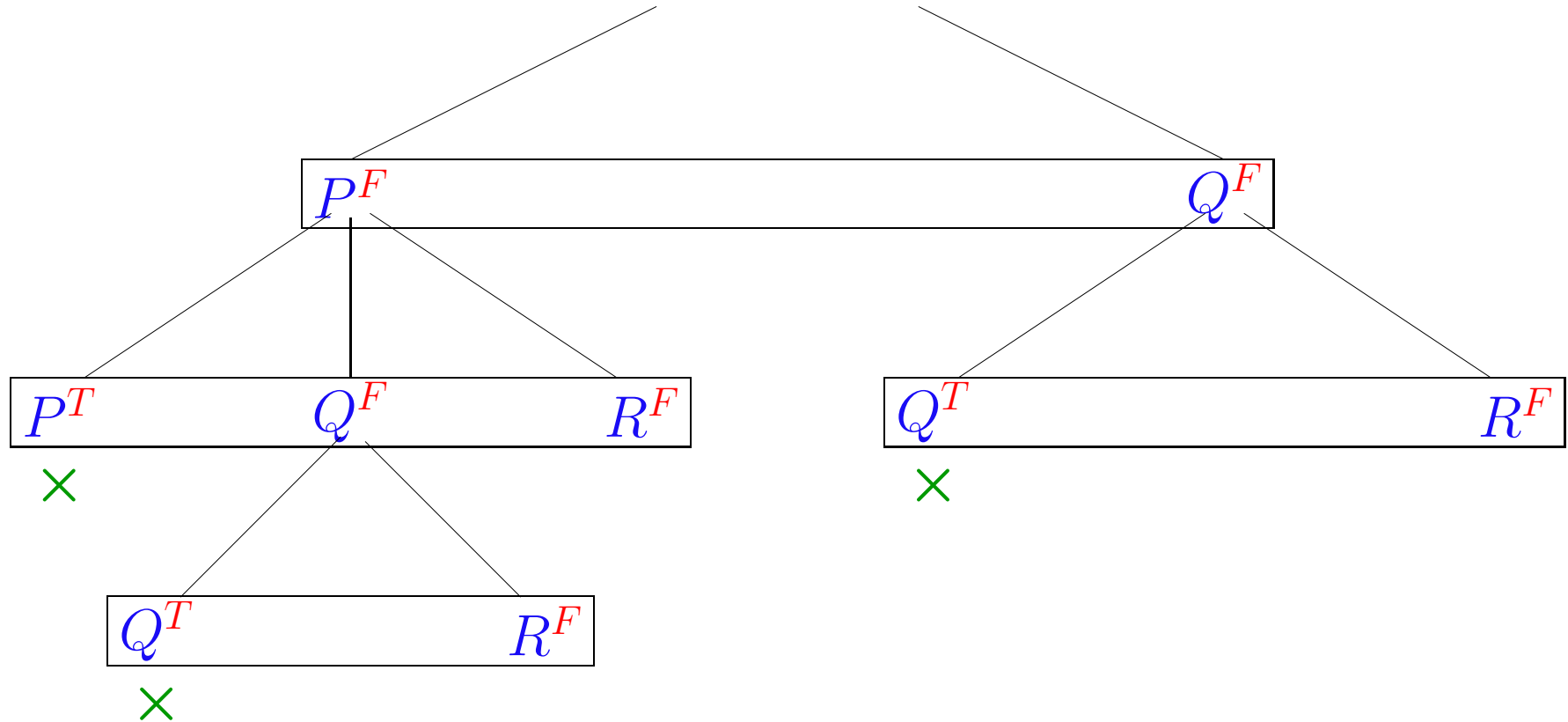
TABLEAUX-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$\{\{P^F, Q^F\}, \{P^T, Q^F, R^F\}, \{Q^T, R^F\}, \{R^T\}\}$$



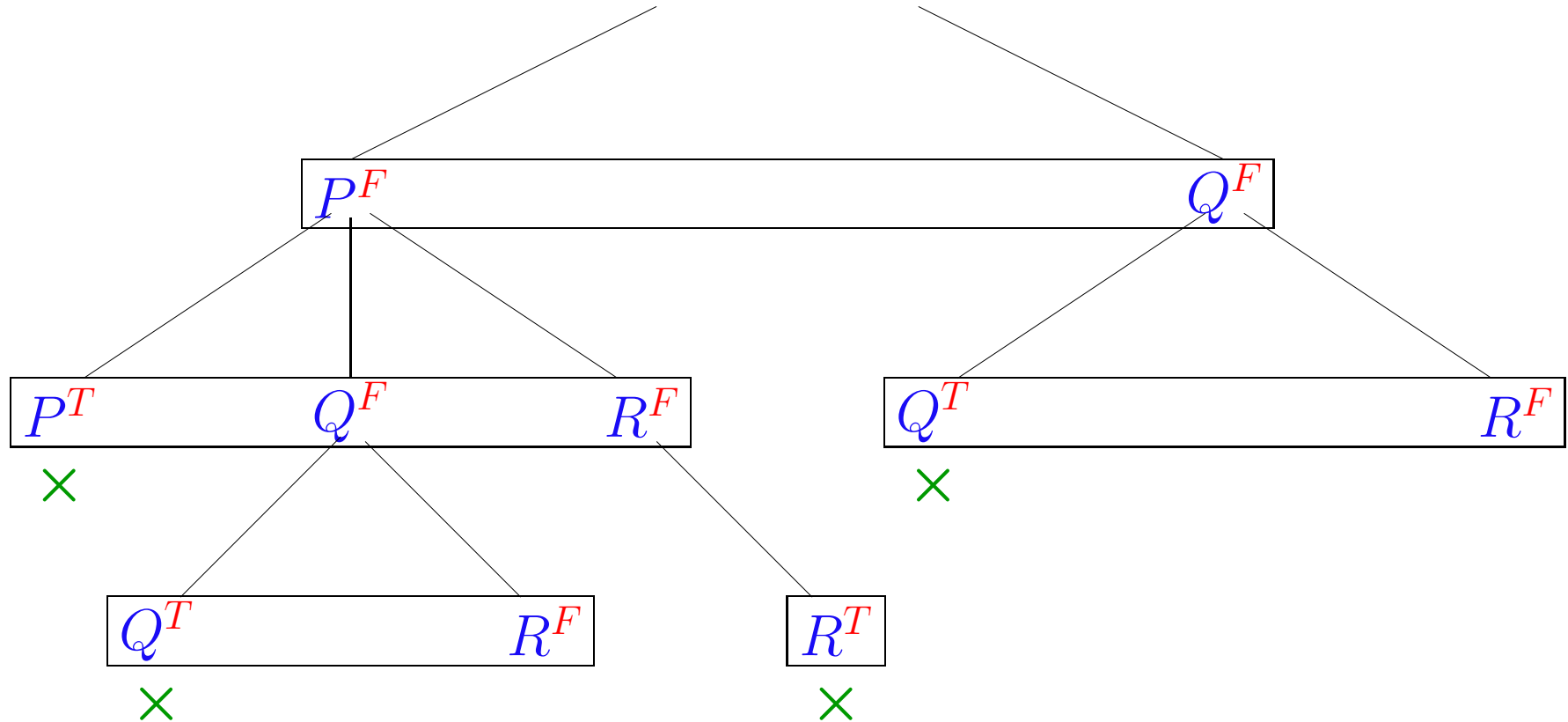
TABLEAUX-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$\{\{P^F, Q^F\}, \{P^T, Q^F, R^F\}, \{Q^T, R^F\}, \{R^T\}\}$$



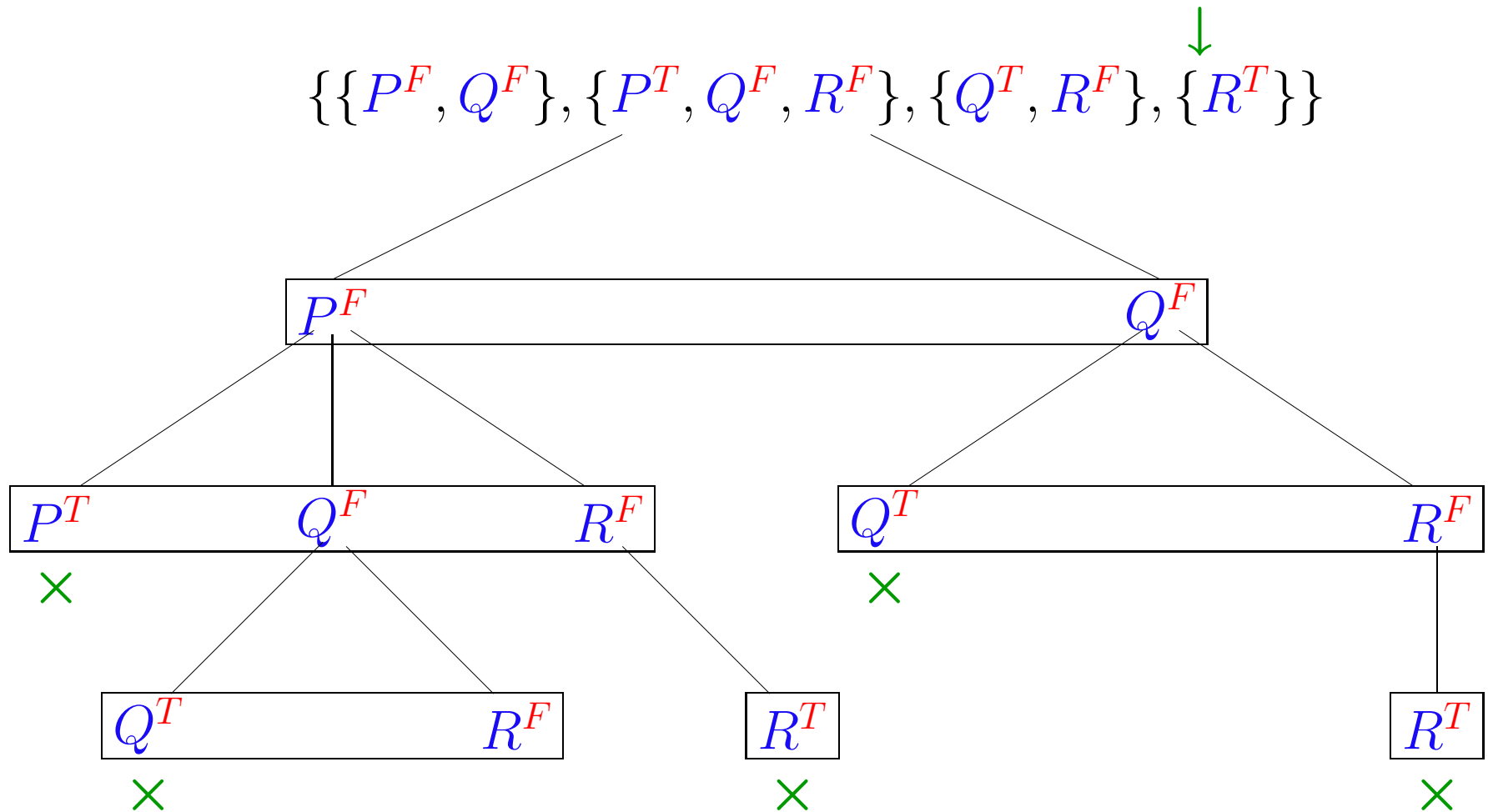
TABLEAUX-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$\{\{P^F, Q^F\}, \{P^T, Q^F, R^F\}, \{Q^T, R^F\}, \{R^T\}\}$$



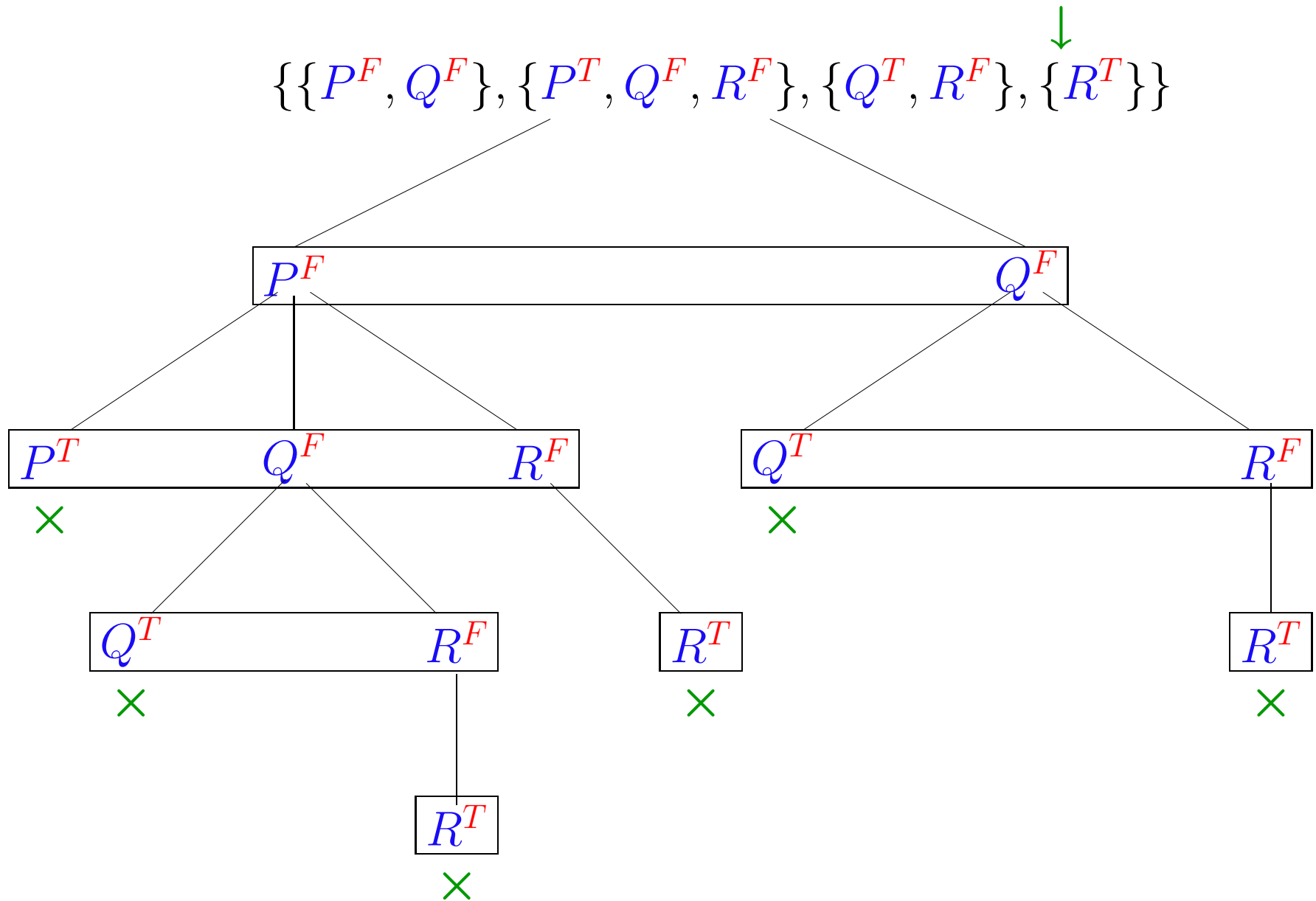
TABLEAUX-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\{\{P^F, Q^F\}, \{P^T, Q^F, R^F\}, \{Q^T, R^F\}, \{R^T\}\}$



TABLEAUX-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\{\{P^F, Q^F\}, \{P^T, Q^F, R^F\}, \{Q^T, R^F\}, \{R^T\}\}$



MODELL-ELIMINATION

Zeige, daß kein Modell die Matrix falsifizieren kann

MODELL-ELIMINATION

Zeige, daß kein Modell die Matrix falsifizieren kann

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Um die erste Klausel falsch werden zu lassen, muß P oder Q falsch sein.

Wir nehmen an, P sei falsch, und betrachten die weiteren Klauseln

MODELL-ELIMINATION

Zeige, daß kein Modell die Matrix falsifizieren kann

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Um die erste Klausel falsch werden zu lassen, muß P oder Q falsch sein.
Wir **nehmen an**, P sei falsch, und betrachten die weiteren Klauseln
2. Unter der Annahme ist $\neg P$ wahr. Klausel 2 wird trotzdem falsch, wenn zusätzlich Q falsch ist oder R falsch ist. Wir **nehmen an**, Q sei falsch.

MODELL-ELIMINATION

Zeige, daß kein Modell die Matrix falsifizieren kann

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Um die erste Klausel falsch werden zu lassen, muß P oder Q falsch sein.
Wir **nehmen an**, P sei falsch, und betrachten die weiteren Klauseln
2. Unter der Annahme ist $\neg P$ wahr. Klausel 2 wird trotzdem falsch, wenn zusätzlich Q falsch ist oder R falsch ist. Wir **nehmen an**, Q sei falsch.
3. Unter den Annahmen ist $\neg Q$ wahr. Klausel 3 wird trotzdem falsch, wenn **zusätzlich** R falsch ist.

MODELL-ELIMINATION

Zeige, daß kein Modell die Matrix falsifizieren kann

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Um die erste Klausel falsch werden zu lassen, muß P oder Q falsch sein.
Wir **nehmen an**, P sei falsch, und betrachten die weiteren Klauseln
2. Unter der Annahme ist $\neg P$ wahr. Klausel 2 wird trotzdem falsch, wenn zusätzlich Q falsch ist oder R falsch ist. Wir **nehmen an**, Q sei falsch.
3. Unter den Annahmen ist $\neg Q$ wahr. Klausel 3 wird trotzdem falsch, wenn **zusätzlich R falsch** ist.
4. Unter den Annahmen ist $\neg R$ (Klausel 4) wahr. Sie führen also **nicht zu einem Gegenmodell** und wir müssen **weitere Alternativen** betrachten.

MODELL-ELIMINATION

Zeige, daß kein Modell die Matrix falsifizieren kann

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Um die erste Klausel falsch werden zu lassen, muß P oder Q falsch sein.
Wir **nehmen an**, P sei falsch, und betrachten die weiteren Klauseln
2. Unter der Annahme ist $\neg P$ wahr. Klausel 2 wird trotzdem falsch, wenn zusätzlich Q falsch ist oder R falsch ist. Wir **nehmen an**, Q sei falsch.
3. Unter den Annahmen ist $\neg Q$ wahr. Klausel 3 wird trotzdem falsch, wenn **zusätzlich R falsch** ist.
4. Unter den Annahmen ist $\neg R$ (Klausel 4) wahr. Sie führen also **nicht zu einem Gegenmodell** und wir müssen **weitere Alternativen** betrachten.
5. Wenn R wahr wäre, würde Klausel 3 wahr, also müssen wir andere Alternativen betrachten.

MODELL-ELIMINATION

Zeige, daß kein Modell die Matrix falsifizieren kann

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Um die erste Klausel falsch werden zu lassen, muß P oder Q falsch sein.
Wir **nehmen an**, P sei falsch, und betrachten die weiteren Klauseln
2. Unter der Annahme ist $\neg P$ wahr. Klausel 2 wird trotzdem falsch, wenn zusätzlich Q falsch ist oder R falsch ist. Wir **nehmen an**, Q sei falsch.
3. Unter den Annahmen ist $\neg Q$ wahr. Klausel 3 wird trotzdem falsch, wenn **zusätzlich R falsch** ist.
4. Unter den Annahmen ist $\neg R$ (Klausel 4) wahr. Sie führen also **nicht zu einem Gegenmodell** und wir müssen **weitere Alternativen** betrachten.
5. Wenn R wahr wäre, würde Klausel 3 wahr, also müssen wir andere Alternativen betrachten.
6. Wenn Q wahr wäre, würde Klausel 2 wahr – es sei denn, R wäre falsch. Unter dieser Annahme wird aber Klausel 4 wahr und somit gibt es **kein Gegenmodell, in dem P falsch** ist.

⋮

MODELL-ELIMINATION

Zeige, daß kein Modell die Matrix falsifizieren kann

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Um die erste Klausel falsch werden zu lassen, muß P oder Q falsch sein.
Wir nehmen an, P sei falsch, und betrachten die weiteren Klauseln
2. Unter der Annahme ist $\neg P$ wahr. Klausel 2 wird trotzdem falsch, wenn zusätzlich Q falsch ist oder R falsch ist. Wir nehmen an, Q sei falsch.
3. Unter den Annahmen ist $\neg Q$ wahr. Klausel 3 wird trotzdem falsch, wenn zusätzlich R falsch ist.
4. Unter den Annahmen ist $\neg R$ (Klausel 4) wahr. Sie führen also nicht zu einem Gegenmodell und wir müssen weitere Alternativen betrachten.
5. Wenn R wahr wäre, würde Klausel 3 wahr, also müssen wir andere Alternativen betrachten.
6. Wenn Q wahr wäre, würde Klausel 2 wahr – es sei denn, R wäre falsch. Unter dieser Annahme wird aber Klausel 4 wahr und somit gibt es kein Gegenmodell, in dem P falsch ist.

⋮

Die Konnektionsmethode ist maschinennahe Modellelimination

SEMANTISCHE BÄUME

Erzeuge Modelle, bis alle eine Klausel erfüllen

SEMANTISCHE BÄUME

Erzeuge Modelle, bis alle eine Klausel erfüllen

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Es gilt entweder R oder $\neg R$.

SEMANTISCHE BÄUME

Erzeuge Modelle, bis alle eine Klausel erfüllen

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Es gilt entweder R oder $\neg R$.
2. Da $\neg R$ die 4. Klausel erfüllt, müssen wir nur den ersten Fall betrachten

SEMANTISCHE BÄUME

Erzeuge Modelle, bis alle eine Klausel erfüllen

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Es gilt entweder R oder $\neg R$.
2. Da $\neg R$ die 4. Klausel erfüllt, müssen wir nur den ersten Fall betrachten
3. Im Fall R wissen wir, daß auch Q oder $\neg Q$ gilt. Da R und $\neg Q$ die 3. Klausel erfüllt, müssen wir nur noch den ersten betrachten.

SEMANTISCHE BÄUME

Erzeuge Modelle, bis alle eine Klausel erfüllen

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Es gilt entweder R oder $\neg R$.
2. Da $\neg R$ die 4. Klausel erfüllt, müssen wir nur den ersten Fall betrachten
3. Im Fall R wissen wir, daß auch Q oder $\neg Q$ gilt. Da R und $\neg Q$ die 3. Klausel erfüllt, müssen wir nur noch den ersten betrachten.
4. Wir unterscheiden nun P oder $\neg P$.

SEMANTISCHE BÄUME

Erzeuge Modelle, bis alle eine Klausel erfüllen

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Es gilt entweder R oder $\neg R$.
2. Da $\neg R$ die 4. Klausel erfüllt, müssen wir nur den ersten Fall betrachten
3. Im Fall R wissen wir, daß auch Q oder $\neg Q$ gilt. Da R und $\neg Q$ die 3. Klausel erfüllt, müssen wir nur noch den ersten betrachten.
4. Wir unterscheiden nun P oder $\neg P$.
5. Im ersten Fall haben wir P, Q (und R), also die 1. Klausel erfüllt

SEMANTISCHE BÄUME

Erzeuge Modelle, bis alle eine Klausel erfüllen

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Es gilt entweder R oder $\neg R$.
2. Da $\neg R$ die 4. Klausel erfüllt, müssen wir nur den ersten Fall betrachten
3. Im Fall R wissen wir, daß auch Q oder $\neg Q$ gilt. Da R und $\neg Q$ die 3. Klausel erfüllt, müssen wir nur noch den ersten betrachten.
4. Wir unterscheiden nun P oder $\neg P$.
5. Im ersten Fall haben wir P, Q (und R), also die 1. Klausel erfüllt
6. Im zweiten Fall haben wir $\neg P, Q$ und R , also die 2. Klausel erfüllt

SEMANTISCHE BÄUME

Erzeuge Modelle, bis alle eine Klausel erfüllen

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Es gilt entweder R oder $\neg R$.
2. Da $\neg R$ die 4. Klausel erfüllt, müssen wir nur den ersten Fall betrachten
3. Im Fall R wissen wir, daß auch Q oder $\neg Q$ gilt. Da R und $\neg Q$ die 3. Klausel erfüllt, müssen wir nur noch den ersten betrachten.
4. Wir unterscheiden nun P oder $\neg P$.
5. Im ersten Fall haben wir P, Q (und R), also die 1. Klausel erfüllt
6. Im zweiten Fall haben wir $\neg P, Q$ und R , also die 2. Klausel erfüllt
7. Damit erfüllt jede Alternative mindestens eine der 4 Klauseln

SEMANTISCHE BÄUME

Erzeuge Modelle, bis alle eine Klausel erfüllen

Beweis für $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

1. Es gilt entweder R oder $\neg R$.
2. Da $\neg R$ die 4. Klausel erfüllt, müssen wir nur den ersten Fall betrachten
3. Im Fall R wissen wir, daß auch Q oder $\neg Q$ gilt. Da R und $\neg Q$ die 3. Klausel erfüllt, müssen wir nur noch den ersten betrachten.
4. Wir unterscheiden nun P oder $\neg P$.
5. Im ersten Fall haben wir P, Q (und R), also die 1. Klausel erfüllt
6. Im zweiten Fall haben wir $\neg P, Q$ und R , also die 2. Klausel erfüllt
7. Damit erfüllt jede Alternative mindestens eine der 4 Klauseln
(Keine Alternative kann alle 4 Klauseln falsifizieren)

Duale Form der Modellelimination

SEMANTISCHE BÄUME IN MATRIX-DENKWEISE

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$

Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

SEMANTISCHE BÄUME IN MATRIX-DENKWEISE

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$

Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

Start: Ein Knoten markiert mit der Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$

SEMANTISCHE BÄUME IN MATRIX-DENKWEISE

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$

Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

Start: Ein Knoten markiert mit der Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$

Regeln: Wähle Konnektion $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$.

(Prädikatenlogische Form: mit σ instantiierte Konnektion)

Generiere 2 Nachfolger, markiert mit P_{ij}^T und $P_{i'j}^F$

SEMANTISCHE BÄUME IN MATRIX-DENKWEISE

- Gegeben:** Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$
- Start:** Ein Knoten markiert mit der Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$
- Regeln:** Wähle Konnektion $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$.
(Prädikatenlogische Form: mit σ instantiierte Konnektion)
Generiere 2 Nachfolger, markiert mit P_{ij}^T und $P_{i'j}^F$
- Ziel:** Alle Äste abgeschlossen (enthalten eine Klausel der Matrix)

SEMANTISCHE BÄUME IN MATRIX-DENKWEISE

- Gegeben:** Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$
- Start:** Ein Knoten markiert mit der Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$
- Regeln:** Wähle Konnektion $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$.
(Prädikatenlogische Form: mit σ instantiierte Konnektion)
Generiere 2 Nachfolger, markiert mit P_{ij}^T und $P_{i'j}^F$
- Ziel:** Alle Äste abgeschlossen (enthalten eine Klausel der Matrix)

Rechtfertigung: Jeder Ast beschreibt ein mögliches Modell, welches eine der Klauseln erfüllen muß.

SEMANTISCHE BÄUME IN MATRIX-DENKWEISE

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

Start: Ein Knoten markiert mit der Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$

Regeln: Wähle Konnektion $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$.
(Prädikatenlogische Form: mit σ instantiierte Konnektion)
Generiere 2 Nachfolger, markiert mit P_{ij}^T und $P_{i'j}^F$

Ziel: Alle Äste abgeschlossen (enthalten eine Klausel der Matrix)

Rechtfertigung: Jeder Ast beschreibt ein mögliches Modell, welches eine der Klauseln erfüllen muß.

Gut für Normalform – schwer zu verallgemeinern

SEMANTISCHER BAUM FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$\{\{P^T, Q^T\}^{\boxed{1}}, \{P^F, Q^T, R^T\}^{\boxed{2}}, \{Q^F, R^T\}^{\boxed{3}}, \{R^F\}^{\boxed{4}}\}$$

SEMANTISCHER BAUM FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

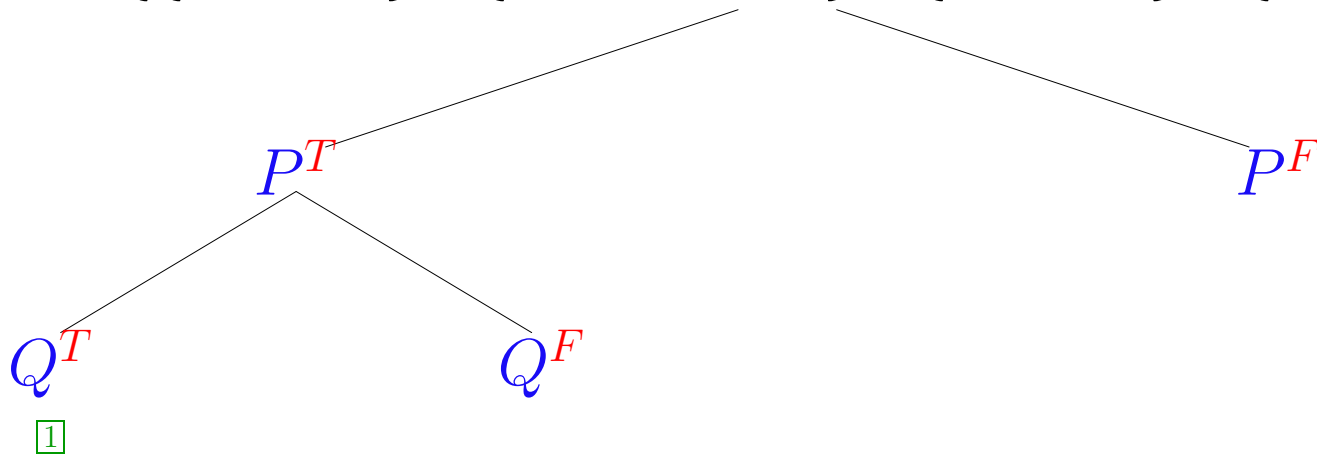
$\{\{P^T, Q^T\}^{\boxed{1}}, \{P^F, Q^T, R^T\}^{\boxed{2}}, \{Q^F, R^T\}^{\boxed{3}}, \{R^F\}^{\boxed{4}}\}$

P^T

P^F

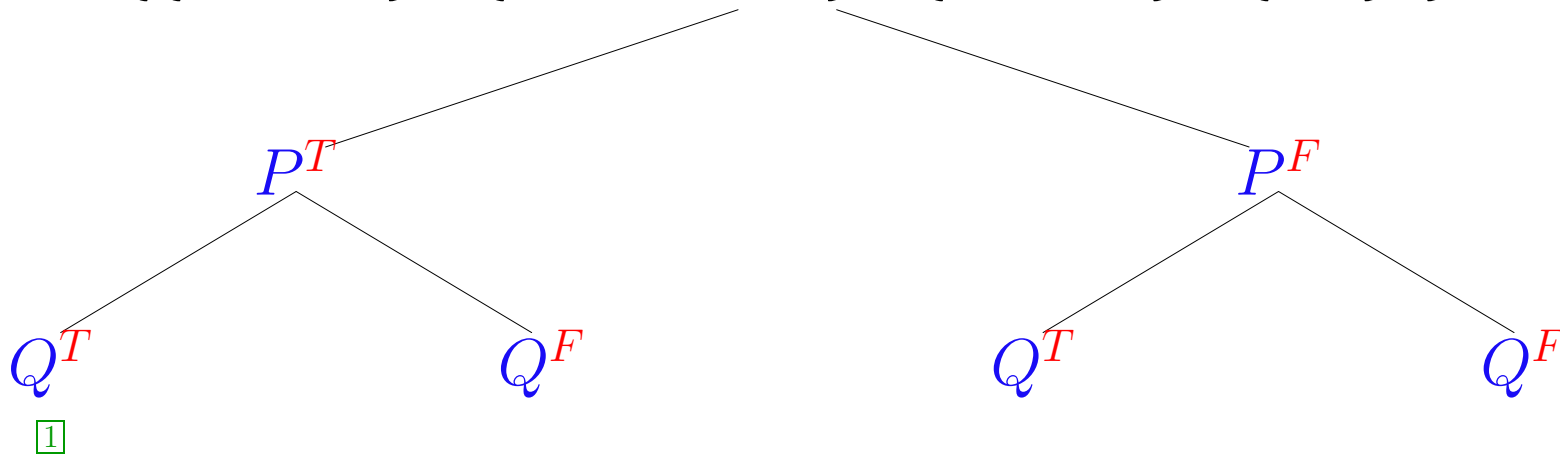
SEMANTISCHER BAUM FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\{\{P^T, Q^T\}^{\boxed{1}}, \{P^F, Q^T, R^T\}^{\boxed{2}}, \{Q^F, R^T\}^{\boxed{3}}, \{R^F\}^{\boxed{4}}\}$



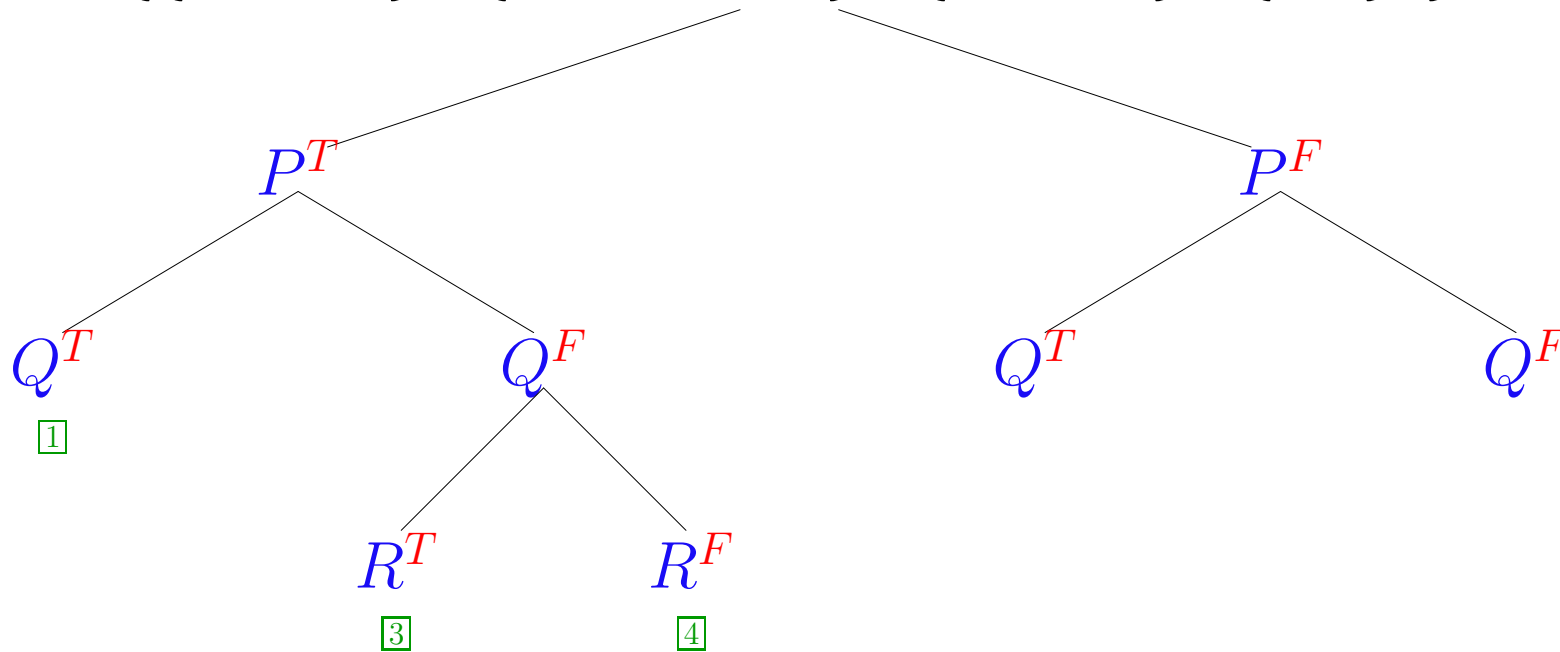
SEMANTISCHER BAUM FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\{\{P^T, Q^T\}^{\boxed{1}}, \{P^F, Q^T, R^T\}^{\boxed{2}}, \{Q^F, R^T\}^{\boxed{3}}, \{R^F\}^{\boxed{4}}\}$



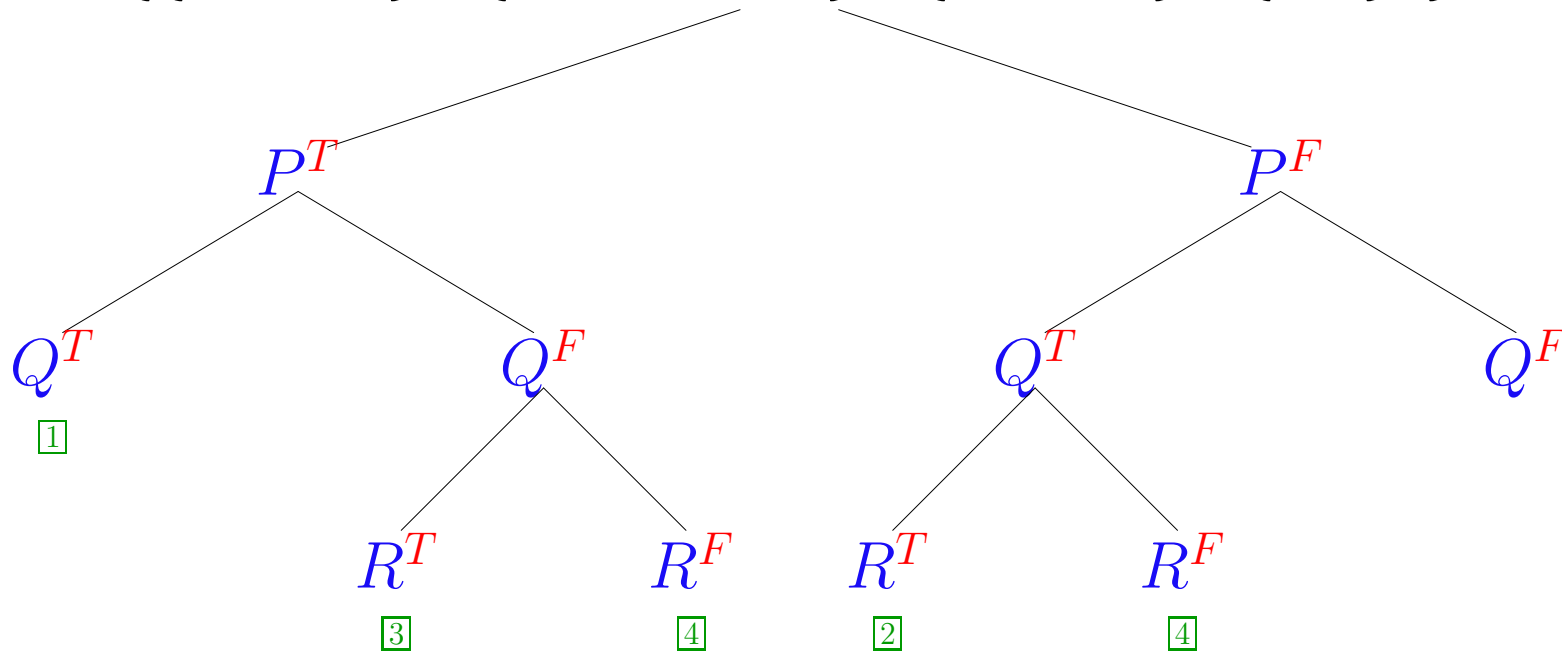
SEMANTISCHER BAUM FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\{\{P^T, Q^T\}^{\boxed{1}}, \{P^F, Q^T, R^T\}^{\boxed{2}}, \{Q^F, R^T\}^{\boxed{3}}, \{R^F\}^{\boxed{4}}\}$



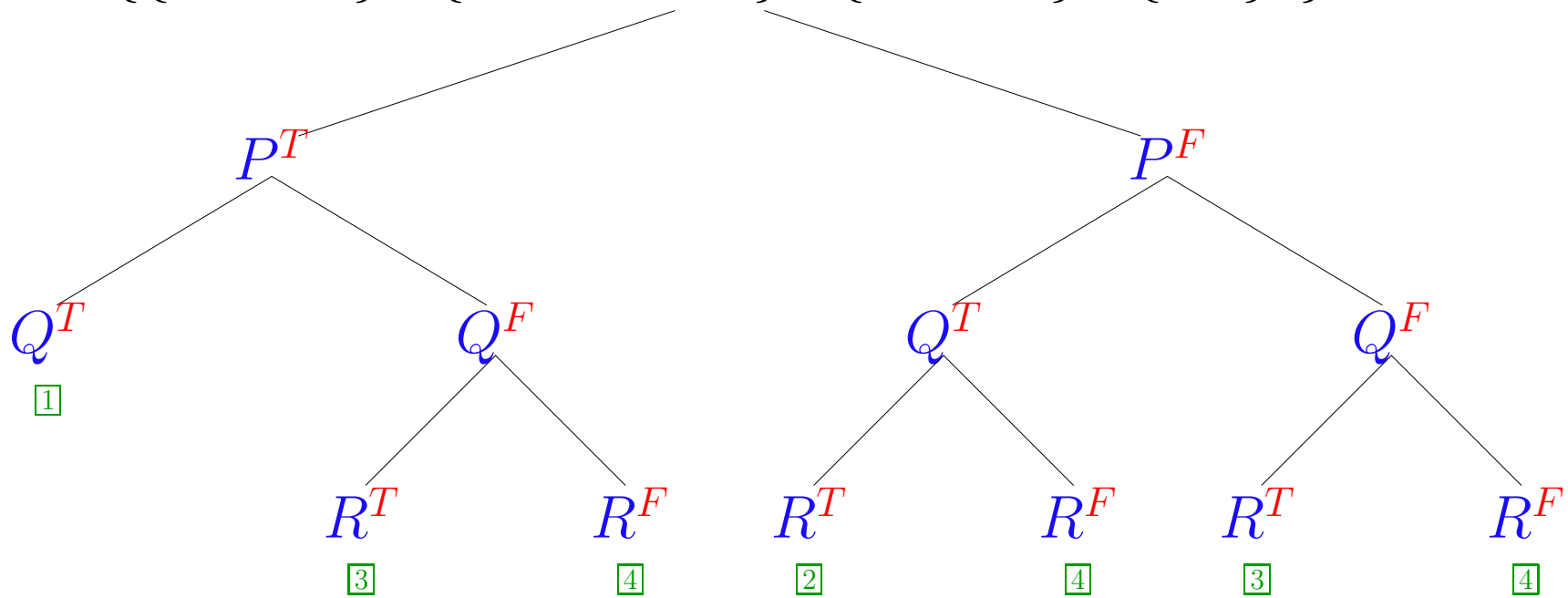
SEMANTISCHER BAUM FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\{\{P^T, Q^T\}^{\boxed{1}}, \{P^F, Q^T, R^T\}^{\boxed{2}}, \{Q^F, R^T\}^{\boxed{3}}, \{R^F\}^{\boxed{4}}\}$



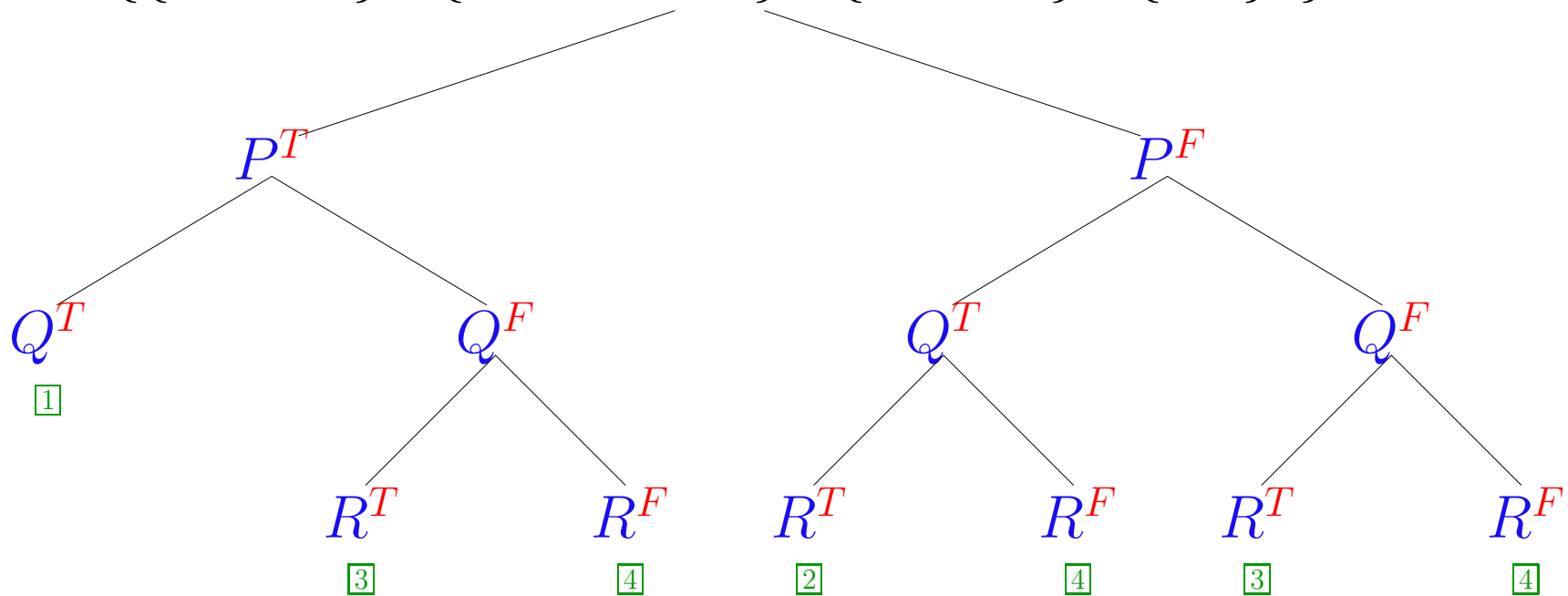
SEMANTISCHER BAUM FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\{\{P^T, Q^T\}^{\boxed{1}}, \{P^F, Q^T, R^T\}^{\boxed{2}}, \{Q^F, R^T\}^{\boxed{3}}, \{R^F\}^{\boxed{4}}\}$



SEMANTISCHER BAUM FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\{\{P^T, Q^T\}^{\boxed{1}}, \{P^F, Q^T, R^T\}^{\boxed{2}}, \{Q^F, R^T\}^{\boxed{3}}, \{R^F\}^{\boxed{4}}\}$



Strategie hat mehr Einfluß als die Methode selbst

MASLOV-VERFAHREN (INVERSE METHODE)

Zielorientierte synthetische Beweisführung

MASLOV-VERFAHREN (INVERSE METHODE)

Zielorientierte synthetische Beweisführung

Gegeben: Signierte Formel X^F und eine Menge von Axiomensequenzen der Form P^T, P^F , wobei P Literal von X ist

MASLOV-VERFAHREN (INVERSE METHODE)

Zielorientierte synthetische Beweisführung

Gegeben: Signierte Formel X^F und eine Menge von Axiomensequenzen der Form P^T, P^F , wobei P Literal von X ist

Regel: Wähle eine kleinste neue Teilformel Y von X^F , eine Regel des (synthetischen) Sequenzenkalküls, deren Schlußfolgerung die Form Γ, Y hat, und bereits abgeleitete Sequenzen Γ_1, Y_1 (und ggf. Γ_2, Y_2), welche mit den Prämissen der Regel unifizieren.
Leite die Sequenz Γ_1, Γ_2, Y ab

MASLOV-VERFAHREN (INVERSE METHODE)

Zielorientierte synthetische Beweisführung

Gegeben: Signierte Formel X^F und eine Menge von Axiomensequenzen der Form P^T, P^F , wobei P Literal von X ist

Regel: Wähle eine kleinste neue Teilformel Y von X^F , eine Regel des (synthetischen) Sequenzenkalküls, deren Schlußfolgerung die Form Γ, Y hat, und bereits abgeleitete Sequenzen Γ_1, Y_1 (und ggf. Γ_2, Y_2), welche mit den Prämissen der Regel unifizieren.
Leite die Sequenz Γ_1, Γ_2, Y ab

Ziel: Abgeleitete Sequenz X^F (ohne alternative Formeln)

MASLOV-VERFAHREN (INVERSE METHODE)

Zielorientierte synthetische Beweisführung

Gegeben: Signierte Formel X^F und eine Menge von Axiomensequenzen der Form P^T, P^F , wobei P Literal von X ist

Regel: Wähle eine kleinste neue Teilformel Y von X^F , eine Regel des (synthetischen) Sequenzenkalküls, deren Schlußfolgerung die Form Γ, Y hat, und bereits abgeleitete Sequenzen Γ_1, Y_1 (und ggf. Γ_2, Y_2), welche mit den Prämissen der Regel unifizieren.
Leite die Sequenz Γ_1, Γ_2, Y ab

Ziel: Abgeleitete Sequenz X^F (ohne alternative Formeln)

Rechtfertigung: Das Verfahren sucht nach einer Folge von Anwendungen von Sequenzenregeln, die von Axiomen der Form $P \vee \neg P$ zur Zielformel X^F führen. Es nutzt dabei die **Teilformeleigenschaft** von Sequenzenkalkülen aus (der Wahrheitswert der Teilformeln bestimmt den der Ausgangsformel) und speichert unverarbeitete Alternativen in der Sequenz.

Achtung: Im Original ist das Verfahren als **Widerlegungskalkül** formuliert. Die Axiome sind grundsätzliche Widersprüche. Das Beweisziel ist die Widerlegung von X^F ohne zusätzliche Bedingungen.

MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

P^T, P^F

Q^T, Q^F

R^T, R^F

MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

P^T, P^F

Q^T, Q^F

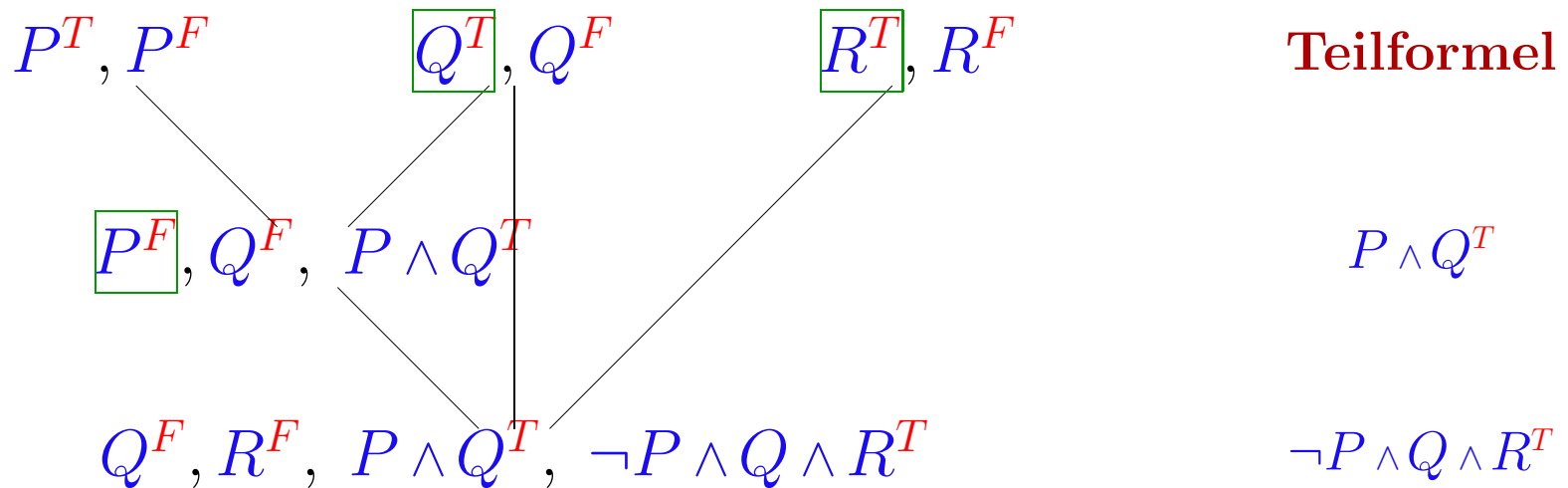
R^T, R^F

Teilformel

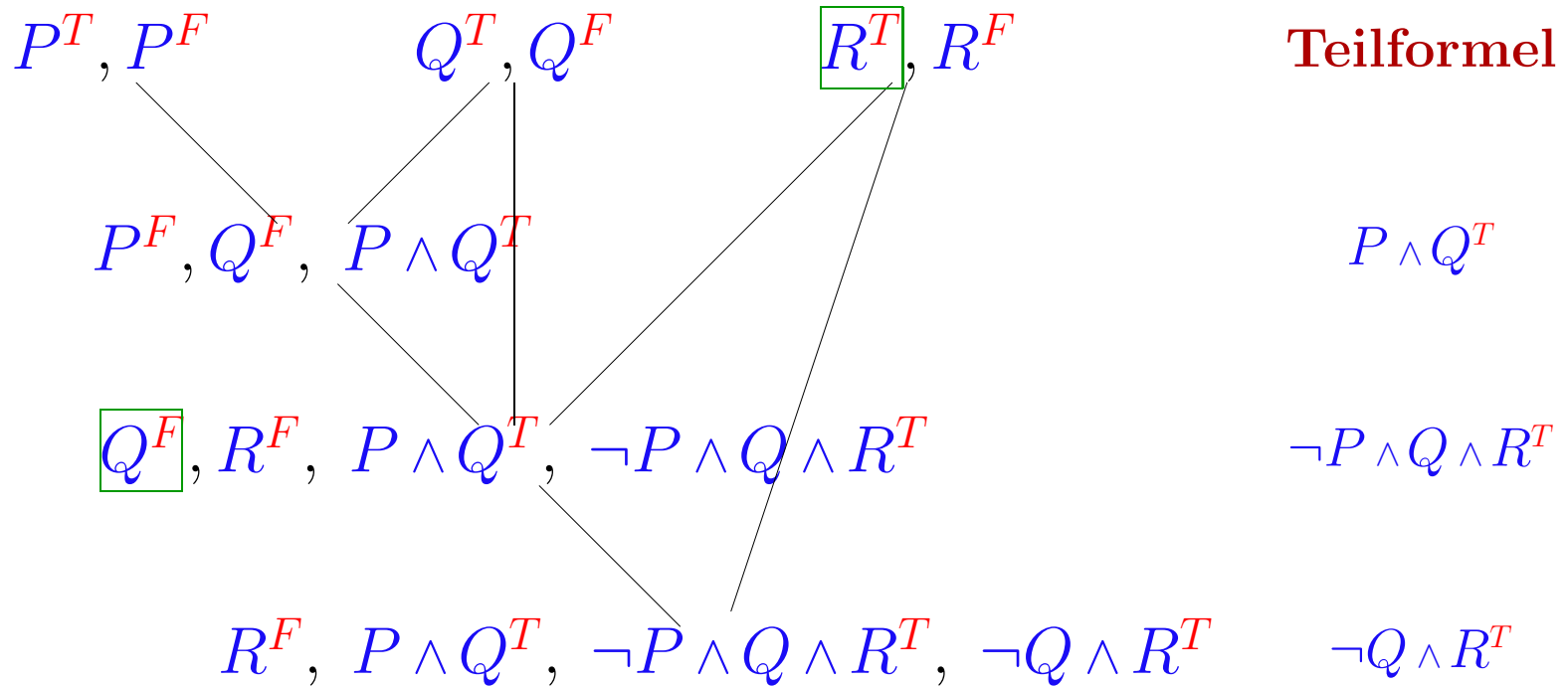
$P^F, Q^F, P \wedge Q^T$

$P \wedge Q^T$

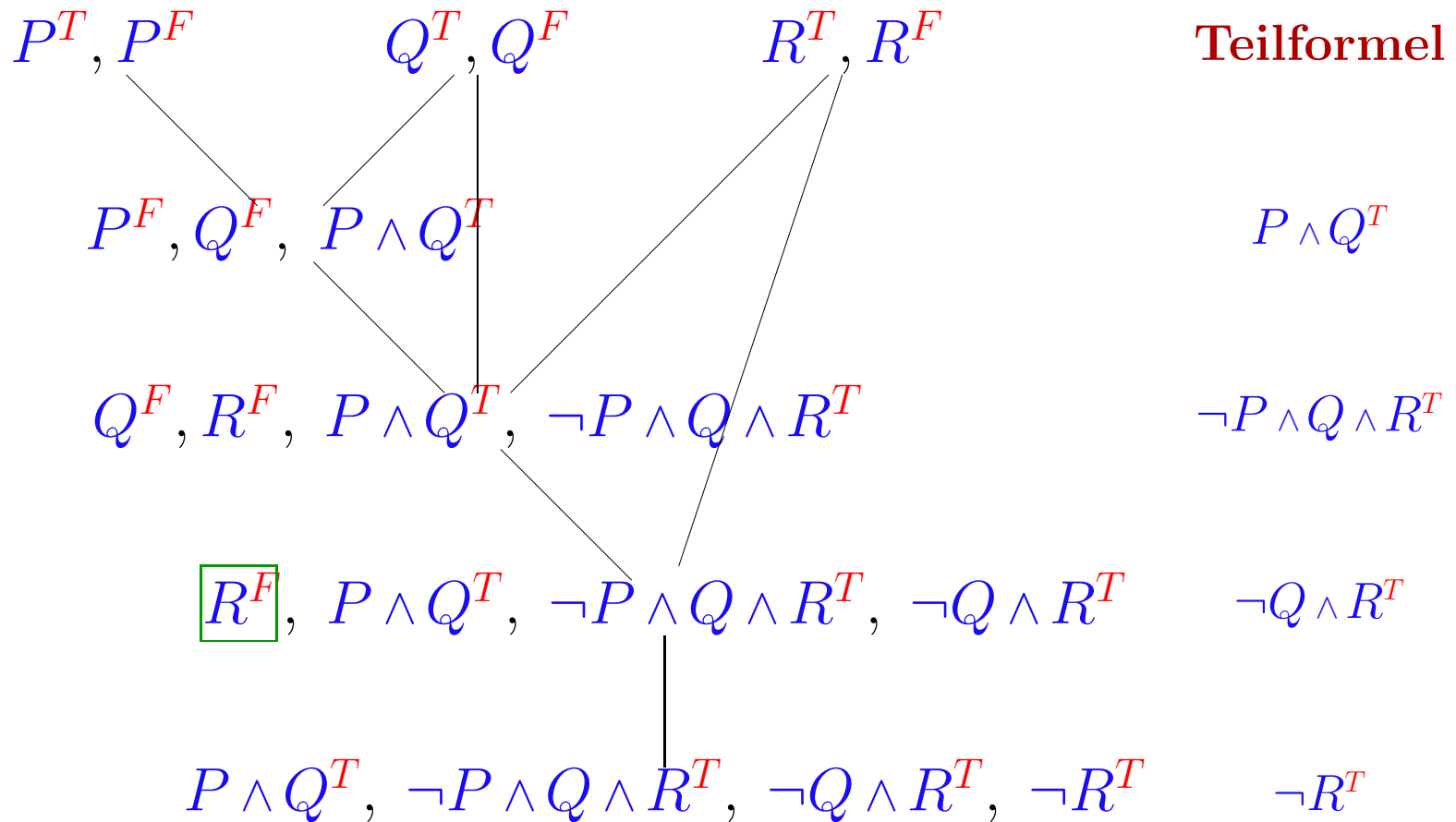
MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



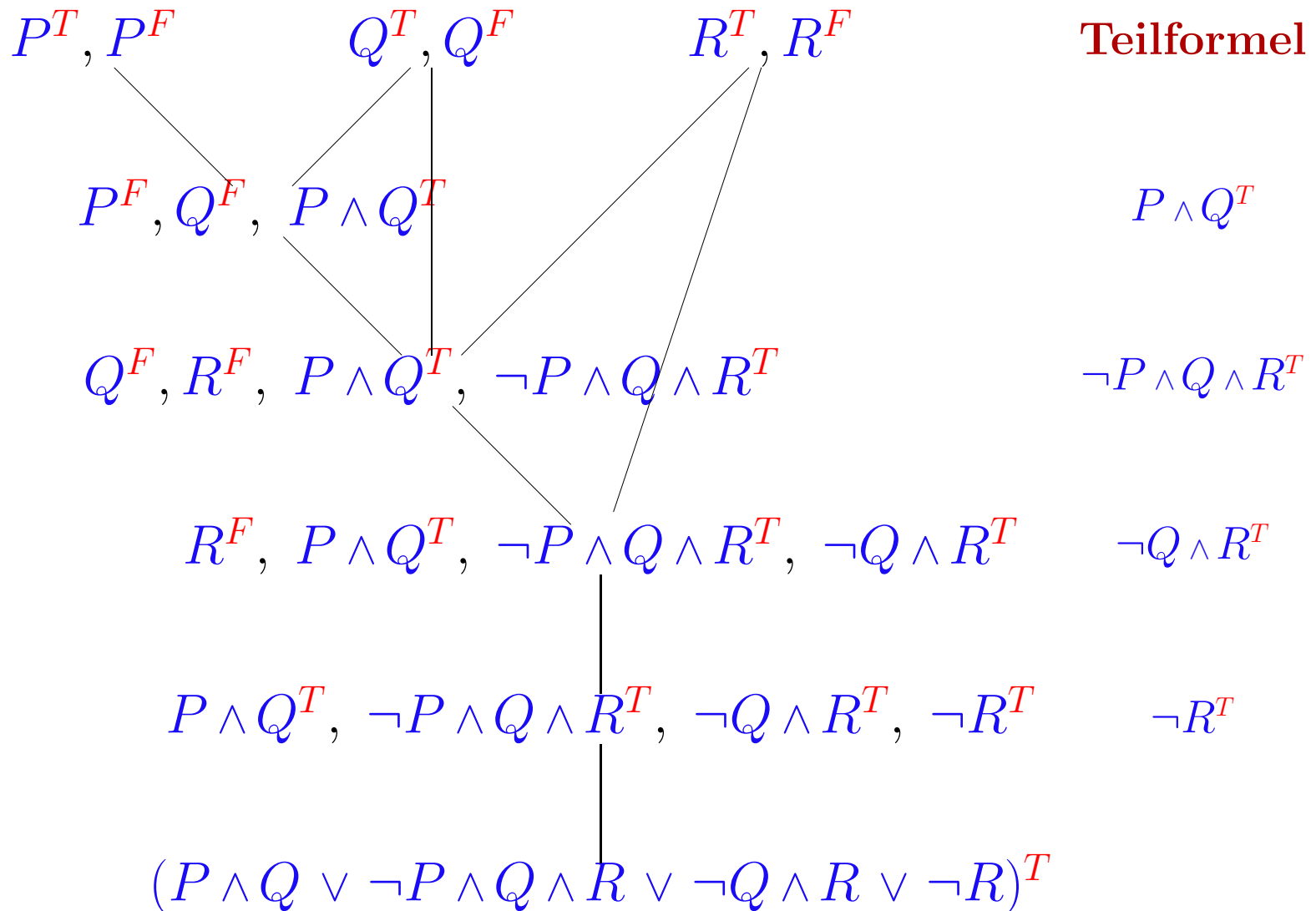
MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



MASLOV-VERFAHREN IN MATRIX-DENKWEISE

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$

Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

MASLOV-VERFAHREN IN MATRIX-DENKWEISE

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

Start: m Knoten markiert mit Konnektionen $k_j = P_{ij}^T, P_{i'j}^F$

MASLOV-VERFAHREN IN MATRIX-DENKWEISE

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

Start: m Knoten markiert mit Konnektionen $k_j = P_{ij}^T, P_{i'j}^F$

Regeln: Wähle Klausel $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$.
und m_i Knoten markiert mit $K_1 \cup \{L'_{i1}\} \dots K_{m_i} \cup \{L'_{im_i}\}$.
(K_j sind Klauselmengen, die L'_{im_i} unifizieren mit den L_{im_i})
Generiere einen Nachfolger, markiert mit $K_1 \cup \dots \cup K_{m_i}$

MASLOV-VERFAHREN IN MATRIX-DENKWEISE

- Gegeben:** Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$
- Start:** m Knoten markiert mit Konnektionen $k_j = P_{ij}^T, P_{i'j}^F$
- Regeln:** Wähle Klausel $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$.
und m_i Knoten markiert mit $K_1 \cup \{L'_{i1}\} \dots K_{m_i} \cup \{L'_{im_i}\}$.
(K_j sind Klauselmengen, die L'_{im_i} unifizieren mit den L_{im_i})
Generiere einen Nachfolger, markiert mit $K_1 \cup \dots \cup K_{m_i}$
- Ziel:** Ein Knoten, der mit $\{\}$ markiert ist

MASLOV-VERFAHREN IN MATRIX-DENKWEISE

Gegeben: Matrix $\{c_1, \dots, c_n\}$ mit $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$
Menge von Konnektionen $\{k_1, \dots, k_m\}$ mit $k_j = \{P_{ij}^T, P_{i'j}^F\}$

Start: m Knoten markiert mit Konnektionen $k_j = P_{ij}^T, P_{i'j}^F$

Regeln: Wähle Klausel $c_i = \{L_{i1}, \dots, L_{im_i}\}$.
und m_i Knoten markiert mit $K_1 \cup \{L'_{i1}\} \dots K_{m_i} \cup \{L'_{im_i}\}$.
(K_j sind Klauselmengen, die L'_{im_i} unifizieren mit den L_{im_i})
Generiere einen Nachfolger, markiert mit $K_1 \cup \dots \cup K_{m_i}$

Ziel: Ein Knoten, der mit $\{\}$ markiert ist

Rechtfertigung: Die Regel entspricht dem Ableitungsschritt einer veränderten Abarbeitungsreihenfolge bei der Suche nach Komplementarität. Statt Tiefensuche werden ganze Klauseln (Breitensuche) verarbeitet und Teilpfade, die alle Pfade durch die bisher betrachteten Klauseln mit Sicherheit komplementär machen würden, auf einen Stack gelegt. Erscheint dabei der leere Pfad, so ist jeder Pfad durch die Matrix komplementär.

MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$$\{P^T, P^F\}$$

$$\{Q^T, Q^F\}$$

$$\{R^T, R^F\}$$

MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$

$\{P^T, P^F\}$

$\{Q^T, Q^F\}$

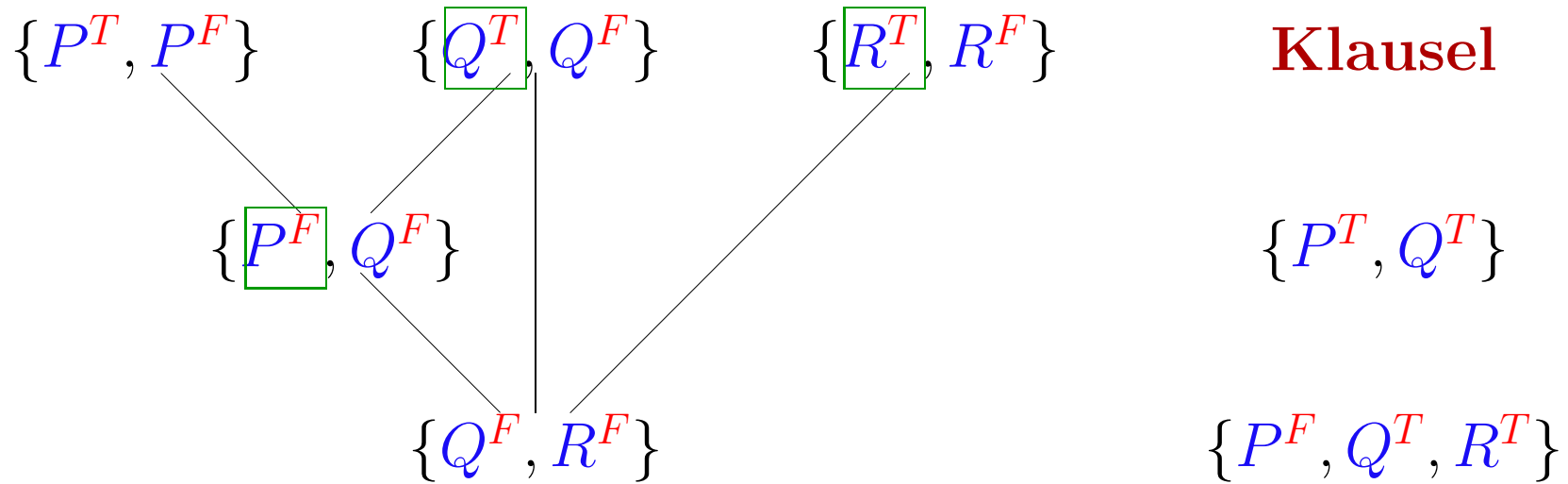
$\{R^T, R^F\}$

Klausel

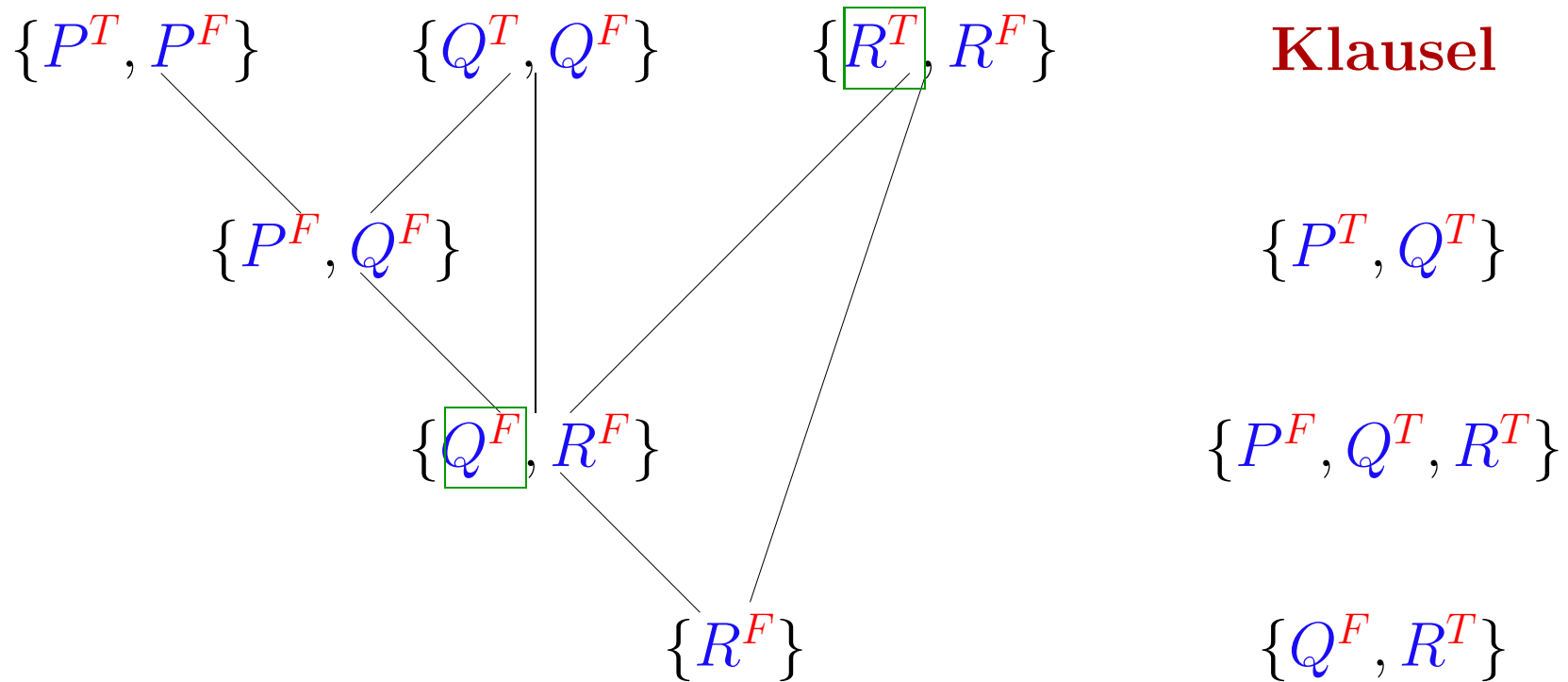
$\{P^F, Q^F\}$

$\{P^T, Q^T\}$

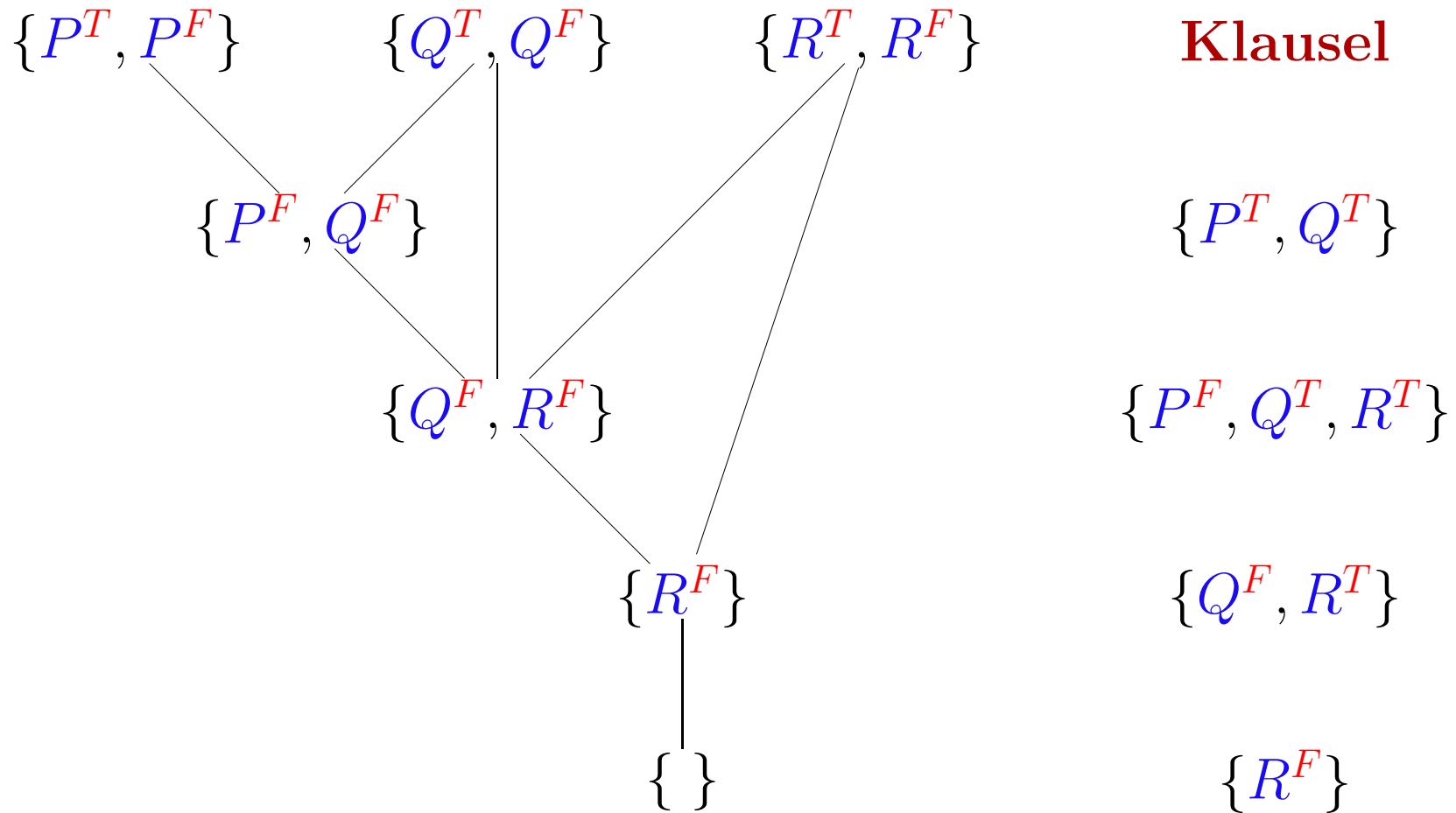
MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



MASLOV-ABLEITUNG FÜR $P \wedge Q \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee \neg Q \wedge R \vee \neg R$



Kurze Beweise, aber Beweissuche oft mühsam

MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE

$$\begin{bmatrix} & P^F & Q^F & R^F \\ P^T & Q^T & R^T & \\ Q^T & R^T & & \end{bmatrix}$$

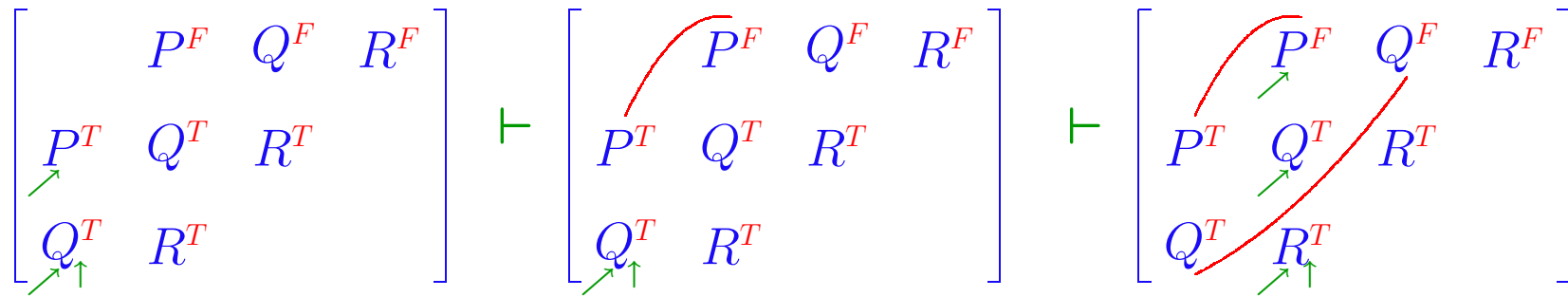
Diagram illustrating the Maslov derivation as an inverse connection method. The matrix structure is shown with blue text for the main terms and red text for the superscripts. Green arrows point to the P^T and Q^T terms in the second and third rows, respectively.

MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE

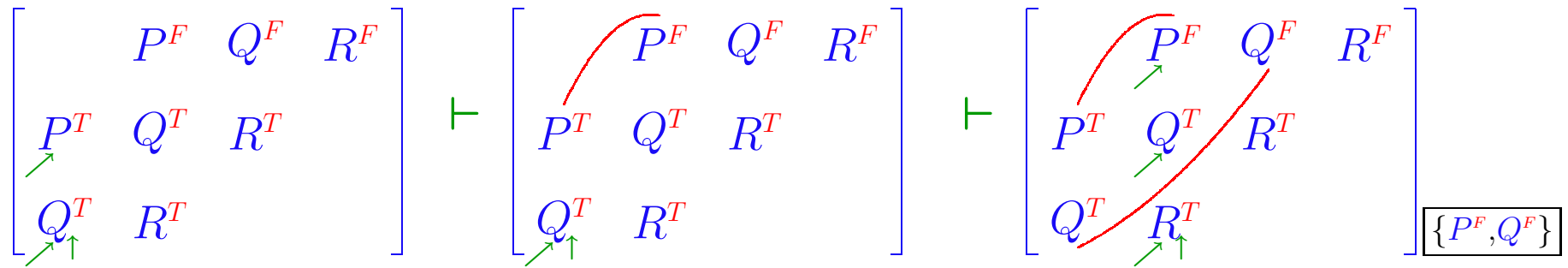
$$\left[\begin{array}{cccc} & P^F & Q^F & R^F \\ P^T & Q^T & R^T & \\ Q^T & R^T & & \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{cccc} & P^F & Q^F & R^F \\ P^T & Q^T & R^T & \\ Q^T & R^T & & \end{array} \right]$$

The diagram illustrates the Maslov derivation as an inverse connection method. It shows two matrix structures connected by a vertical bar with a horizontal tick mark (\vdash). The left matrix has a top row with P^F , Q^F , and R^F , and two rows below with P^T , Q^T , R^T and Q^T , R^T . Green arrows point to the P^T and Q^T elements in the second row, and the Q^T and R^T elements in the third row. The right matrix has the same top row and second row, but the third row only contains Q^T and R^T . A red curved arrow points from the top row to the Q^T element in the third row. Green arrows point to the Q^T and R^T elements in the third row.

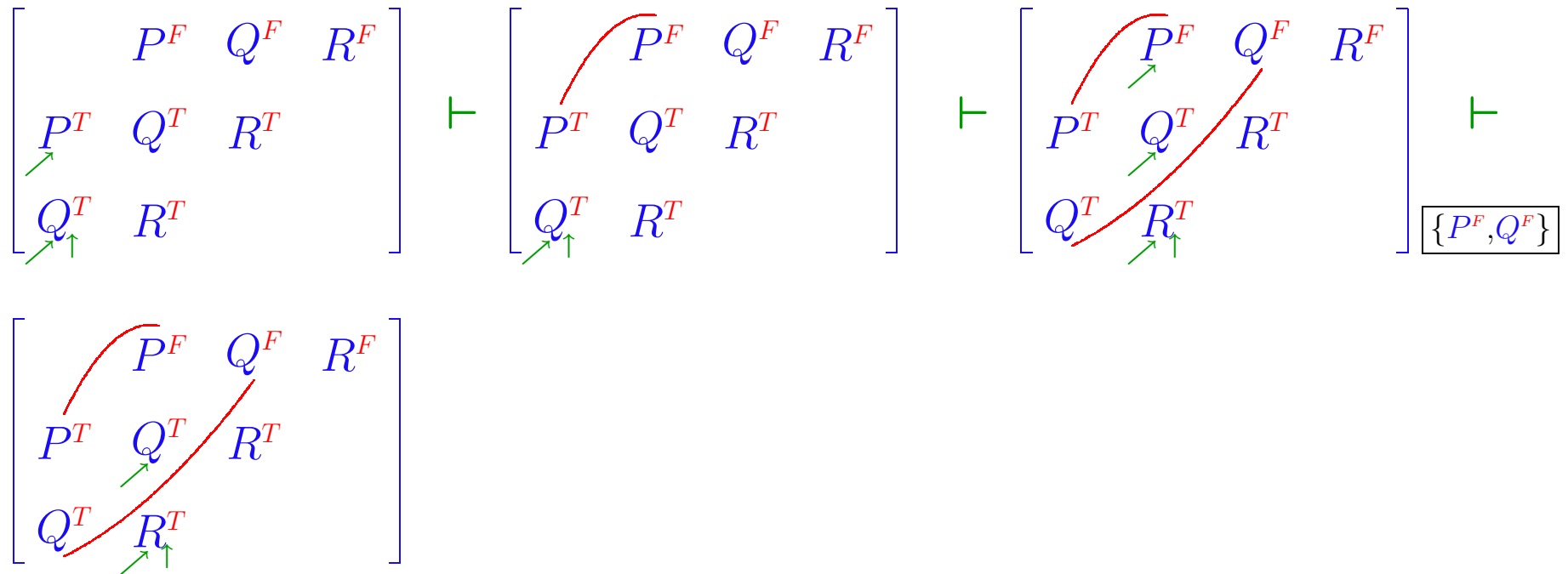
MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



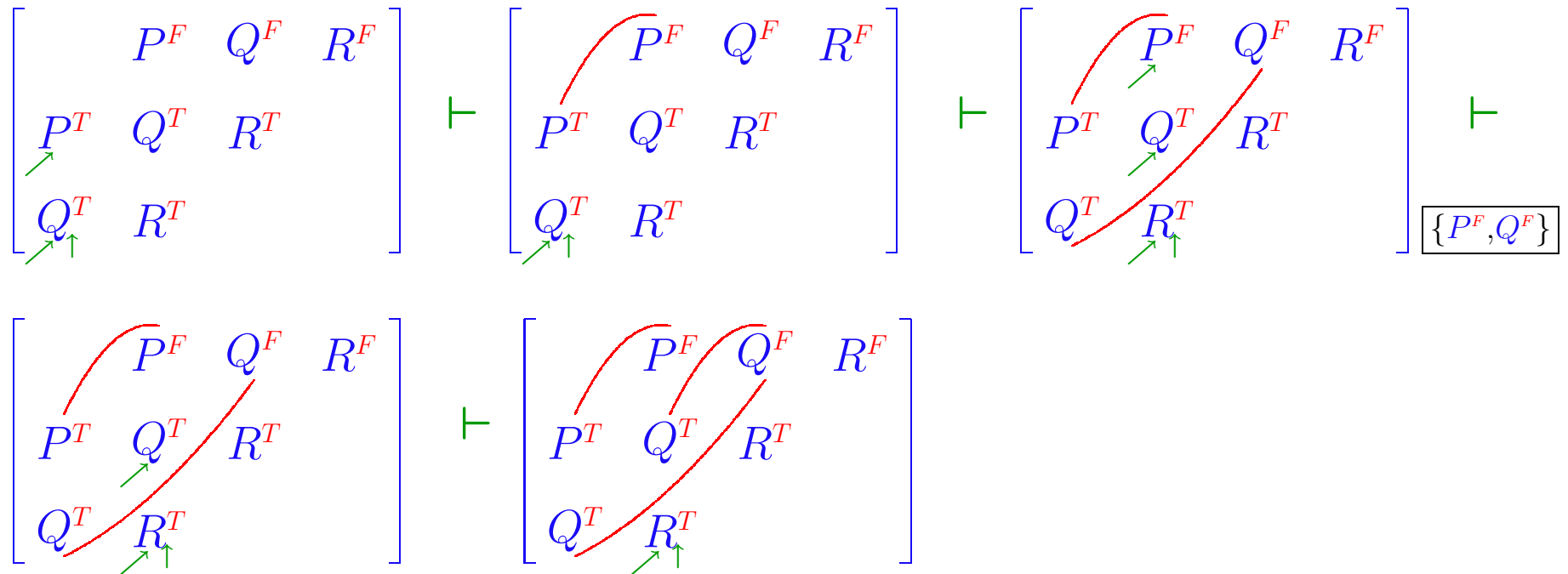
MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



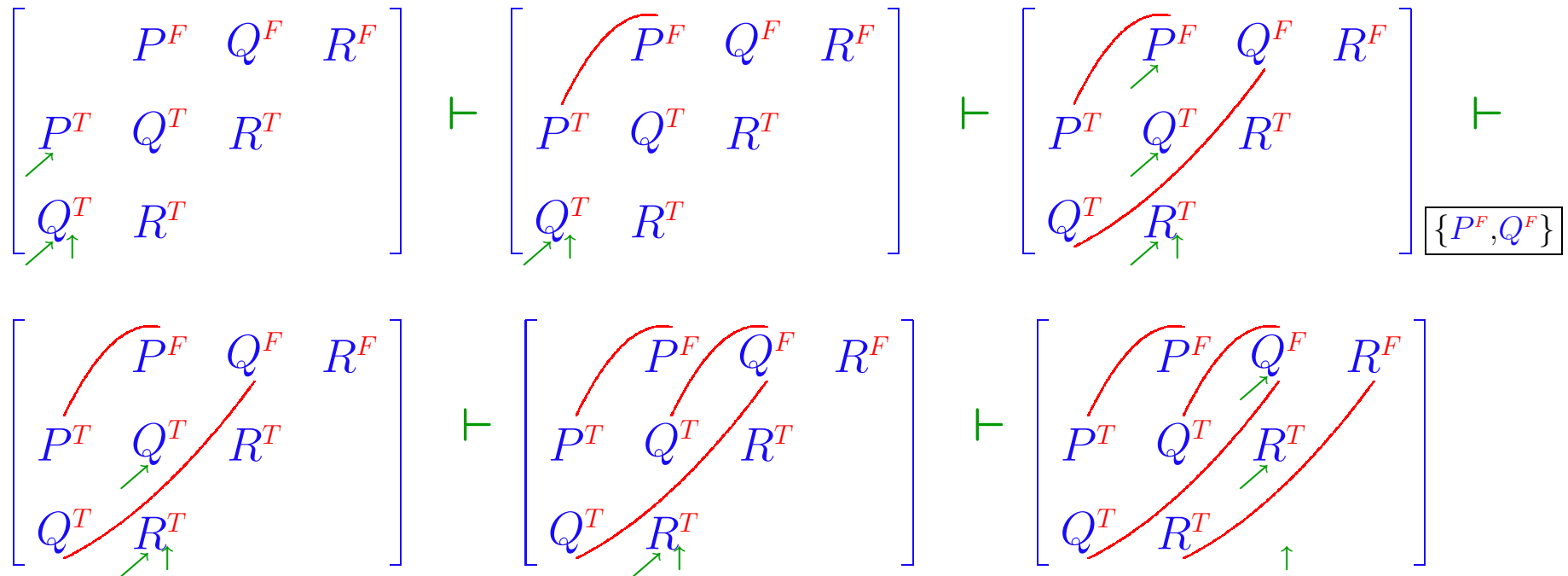
MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



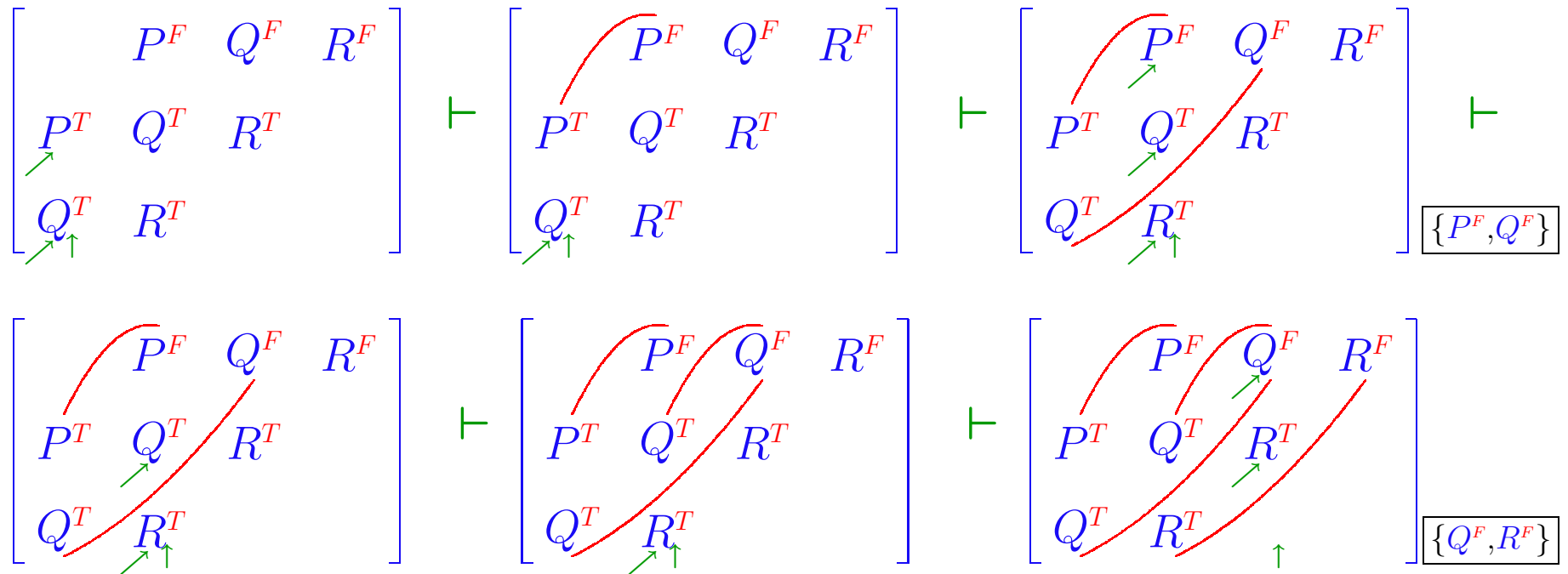
MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



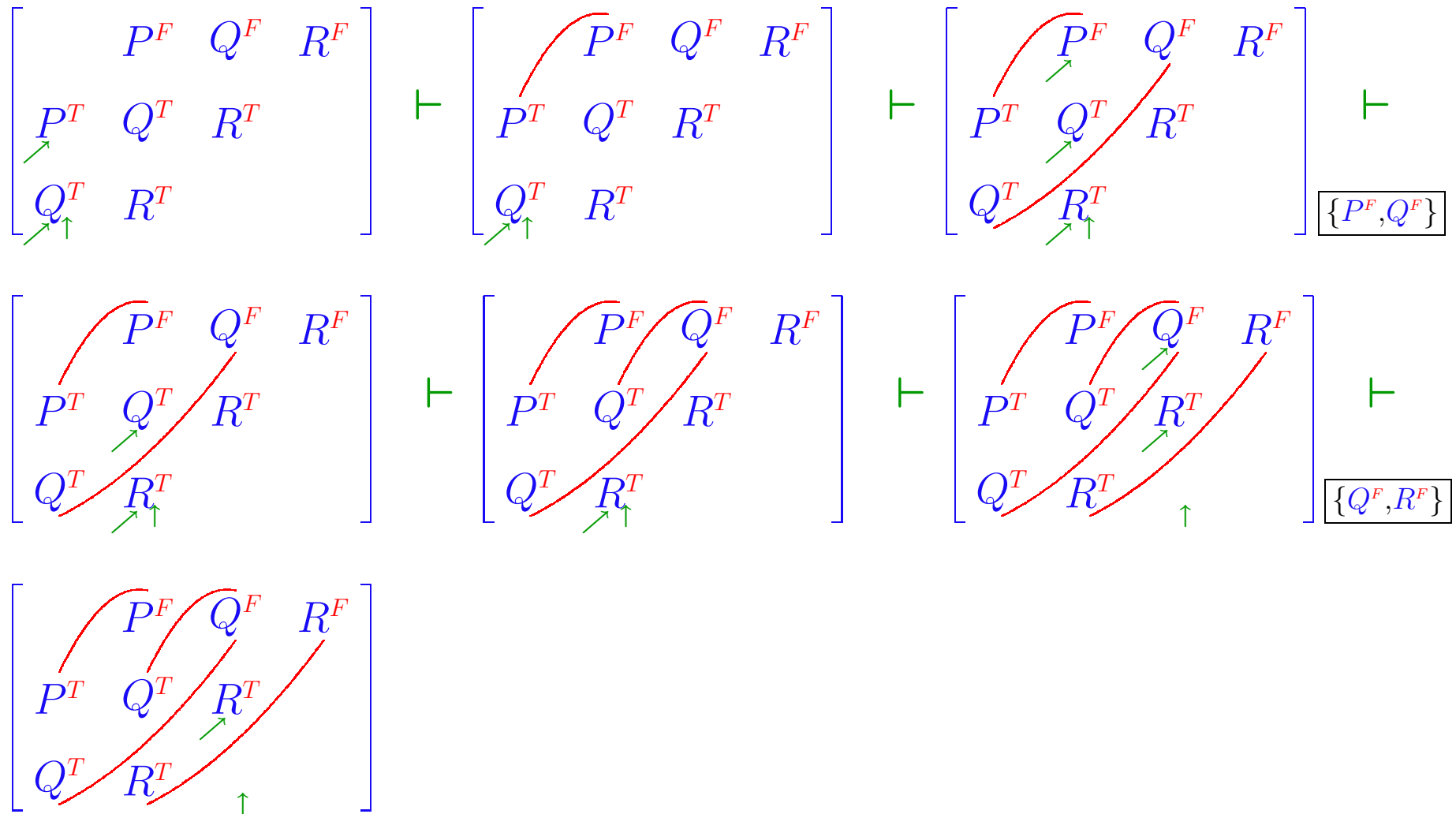
MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



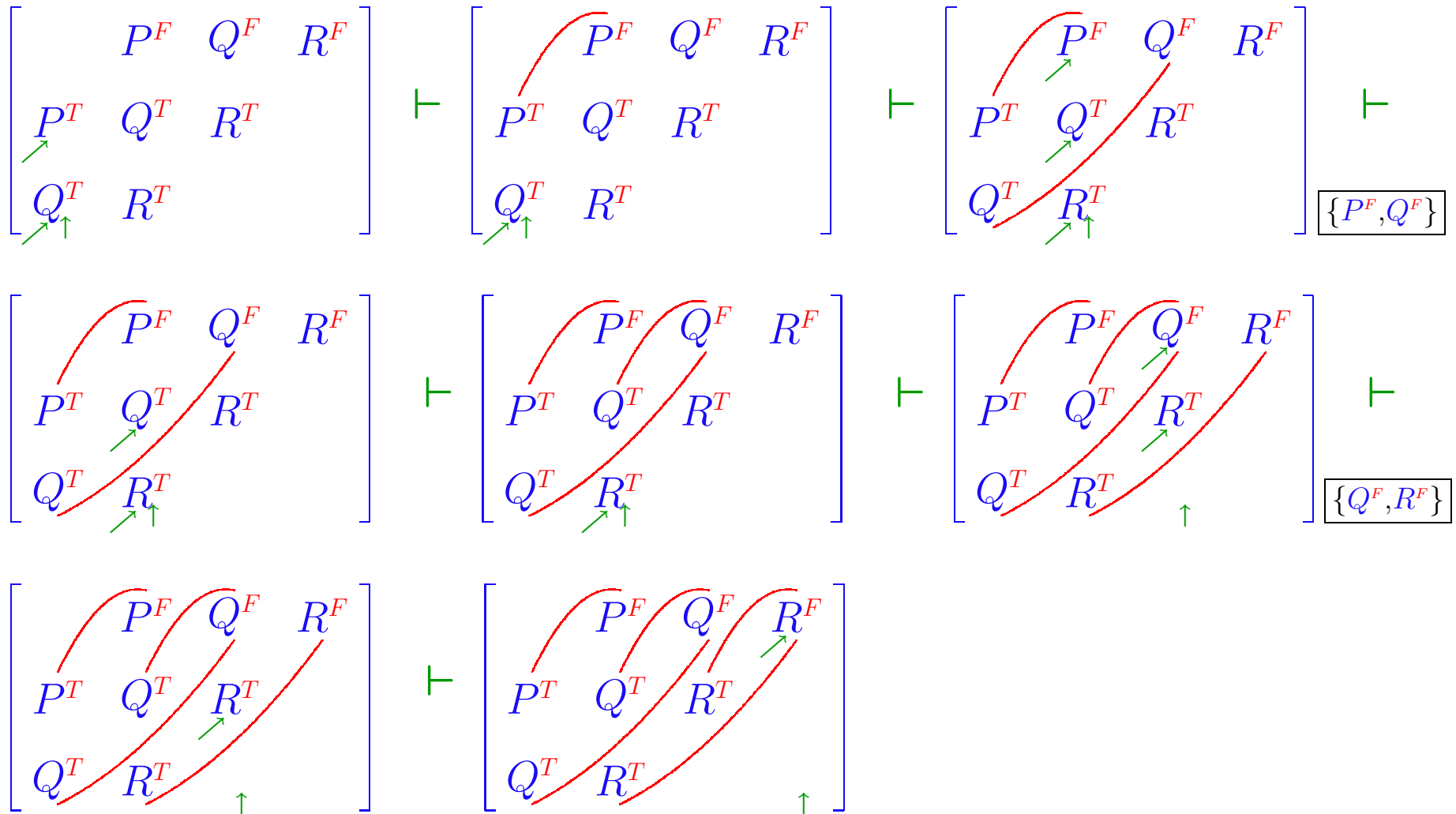
MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



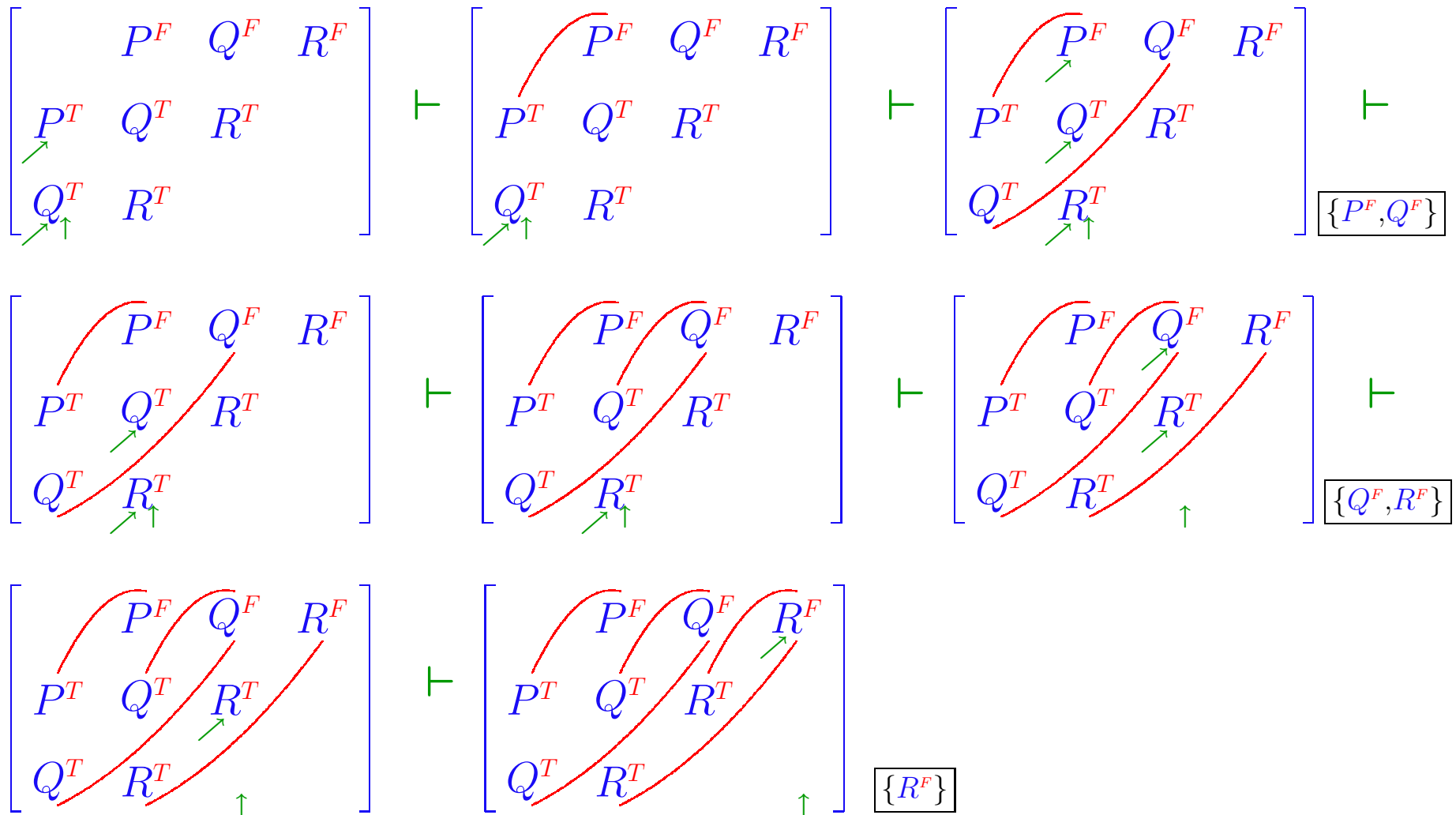
MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



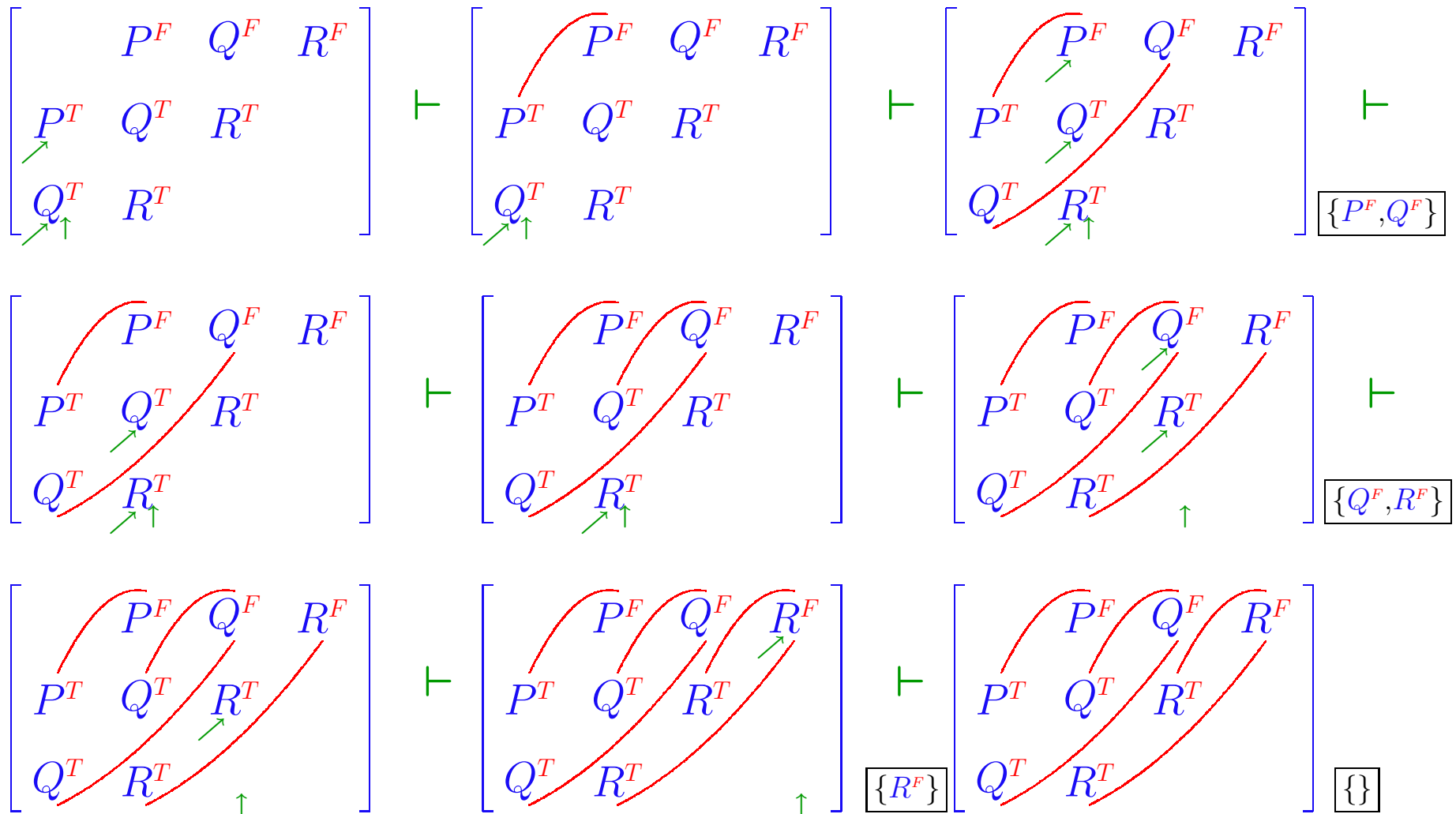
MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



MASLOV-ABLEITUNG ALS INVERSE KONNEKTIONSMETHODE



MASLOV-ABLEITUNG PRÄDIKATENLOGISCH

$$\left[\begin{array}{ccc} Qxy^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Px^F & Qyz^F Qzy^F \\ & & Pz^F & Py^F \end{array} \right]$$

↑

↑

MASLOV-ABLEITUNG PRÄDIKATENLOGISCH

$$\left[\begin{array}{ccc} Qxy^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Px^F & Qyz^F Qzy^F \\ & & Pz^F & Py^F \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{ccc} Qay^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Pa^F & Qyz^F Qzy^F \\ & & Pz^F & Py^F \end{array} \right]$$

The diagram shows a logical derivation between two sets of formulas. The left set consists of three rows of formulas: Qxy^T , Ry^F , Rz^T in the first row; Pa^T , Px^F , $Qyz^F Qzy^F$ in the second row; and Pz^F , Py^F in the third row. A green arrow points up to Pa^T , and another green arrow points up to the space between the first and second rows. The right set consists of three rows: Qay^T , Ry^F , Rz^T in the first row; Pa^T , Pa^F , $Qyz^F Qzy^F$ in the second row; and Pz^F , Py^F in the third row. A green arrow points up to Qay^T , another green arrow points up to Pa^F , and a red curved arrow connects Pa^T to Pa^F . A green arrow points up to the space between the second and third rows. A green turnstile symbol \vdash is positioned between the two sets of formulas.

MASLOV-ABLEITUNG PRÄDIKATENLOGISCH

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc} Qxy^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Px^F & Qyz^F Qzy^F \\ & & Pz^F & Py^F \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{ccc} Qay^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Pa^F & Qyz^F Qzy^F \\ & & Pz^F & Py^F \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{ccc} Qay^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Pa^F & Qyz^F Qzy^F \\ & & Pz^F & Py^F \end{array} \right]
 \end{array}$$

The diagram illustrates a Maslov derivation in predicate logic through three stages of a matrix.

 Stage 1 (Left): Matrix with elements Qxy^T , Ry^F , Rz^T in the top row; Pa^T , Px^F , $Qyz^F Qzy^F$ in the middle row; and Pz^F , Py^F in the bottom row. A green arrow points to Pa^T , and another green arrow points to the bottom-left position.

 Stage 2 (Middle): Matrix with elements Qay^T , Ry^F , Rz^T in the top row; Pa^T , Pa^F , $Qyz^F Qzy^F$ in the middle row; and Pz^F , Py^F in the bottom row. A green arrow points to Qay^T , and another green arrow points to Pa^F . A red arc connects Pa^T and Pa^F . A box containing $\{Pa^F\}$ is positioned below the middle row.

 Stage 3 (Right): Matrix with elements Qay^T , Ry^F , Rz^T in the top row; Pa^T , Pa^F , $Qyz^F Qzy^F$ in the middle row; and Pz^F , Py^F in the bottom row. A green arrow points to Qay^T , and another green arrow points to Pa^F . A red arc connects Pa^T and Pa^F .

MASLOV-ABLEITUNG PRÄDIKATENLOGISCH

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc} Qxy^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Px^F & Qyz^F Qzy^F \\ \uparrow & & Pz^F & Py^F \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{ccc} Qay^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Pa^F & Qyz^F Qzy^F \\ \uparrow & & Pz^F & Py^F \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{ccc} Qay^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Pa^F & Qyz^F Qzy^F \\ \uparrow & & Pz^F & Py^F \end{array} \right] \vdash \\
 \left[\begin{array}{ccc} Qaa^T & Ra^F & Ra^T \\ Pa^T & Pa^F & Qaa^F Qaa^F \\ \uparrow & & Pa^F & Pa^F \end{array} \right]
 \end{array}$$

The diagram illustrates a Maslov derivation in predicate logic. It consists of four stages of logical matrices, each enclosed in large square brackets.

 - The first matrix has three rows: the top row contains Qxy^T , Ry^F , and Rz^T ; the middle row contains Pa^T , Px^F , and $Qyz^F Qzy^F$; the bottom row contains Pz^F and Py^F . A green arrow points to Pa^T , and another green arrow points to the Pa^T position in the second row.

 - The second matrix is similar, but the middle row contains Pa^T , Pa^F , and $Qyz^F Qzy^F$. A red arc connects Pa^T and Pa^F . A green arrow points to Pa^F . A box containing $\{Pa^F\}$ is positioned below the second matrix.

 - The third matrix is identical to the second, with a green arrow pointing to Pa^F .

 - The fourth matrix has three rows: the top row contains Qaa^T , Ra^F , and Ra^T ; the middle row contains Pa^T , Pa^F , and $Qaa^F Qaa^F$; the bottom row contains Pa^F and Pa^F . A red arc connects Pa^T and Pa^F in the middle row, and a green arrow points to Pa^F in the bottom row.

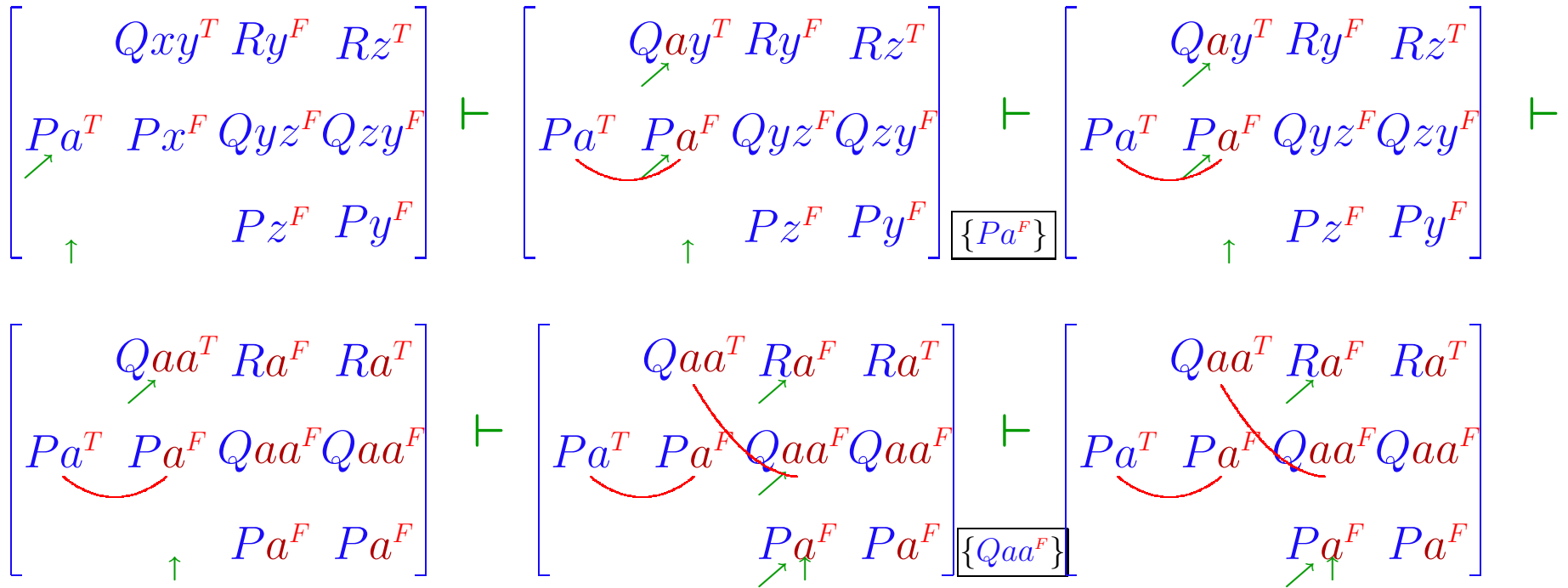
 Vertical bars (\vdash) indicate the logical flow between the matrices.

MASLOV-ABLEITUNG PRÄDIKATENLOGISCH

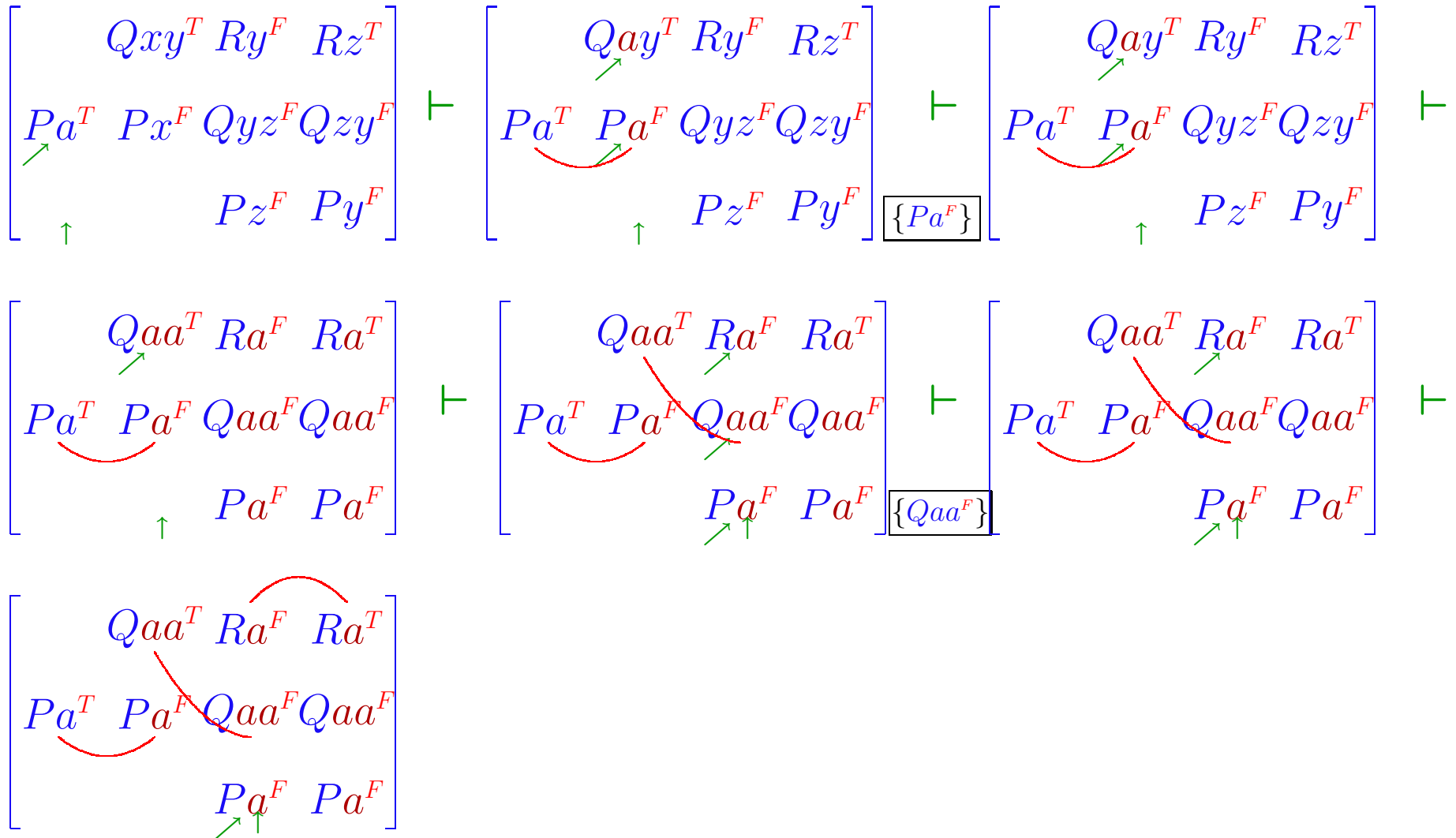
$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc} Qxy^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Px^F & Qyz^F Qzy^F \\ \uparrow & & Pz^F & Py^F \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{ccc} Qay^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Pa^F & Qyz^F Qzy^F \\ \uparrow & & Pz^F & Py^F \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{ccc} Qay^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Pa^F & Qyz^F Qzy^F \\ \uparrow & & Pz^F & Py^F \end{array} \right] \vdash \\
 \left[\begin{array}{ccc} Qaa^T & Ra^F & Ra^T \\ Pa^T & Pa^F & Qaa^F Qaa^F \\ \uparrow & & Pa^F & Pa^F \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{ccc} Qaa^T & Ra^F & Ra^T \\ Pa^T & Pa^F & Qaa^F Qaa^F \\ \uparrow & & Pa^F & Pa^F \end{array} \right]
 \end{array}$$

The diagram illustrates a sequence of logical derivations in Maslov's predicate logic. It consists of five matrix-like structures arranged in two rows, connected by vertical bars (⊢).
 - The top row starts with a matrix containing terms like Qxy^T , Ry^F , Rz^T , Pa^T , Px^F , Qyz^F , Qzy^F , Pz^F , and Py^F . A green arrow points to Pa^T , and a red arrow points to Px^F .
 - This is followed by a matrix where Pa^T and Pa^F are connected by a red arc, and a box labeled $\{Pa^F\}$ is shown below. A green arrow points to Pa^F .
 - The top row ends with a matrix where Pa^T and Pa^F are connected by a red arc, and a green arrow points to Pa^F .
 - The bottom row starts with a matrix where Pa^T and Pa^F are connected by a red arc, and a green arrow points to Pa^F .
 - The bottom row ends with a matrix where Pa^T and Pa^F are connected by a red arc, and a green arrow points to Pa^F .

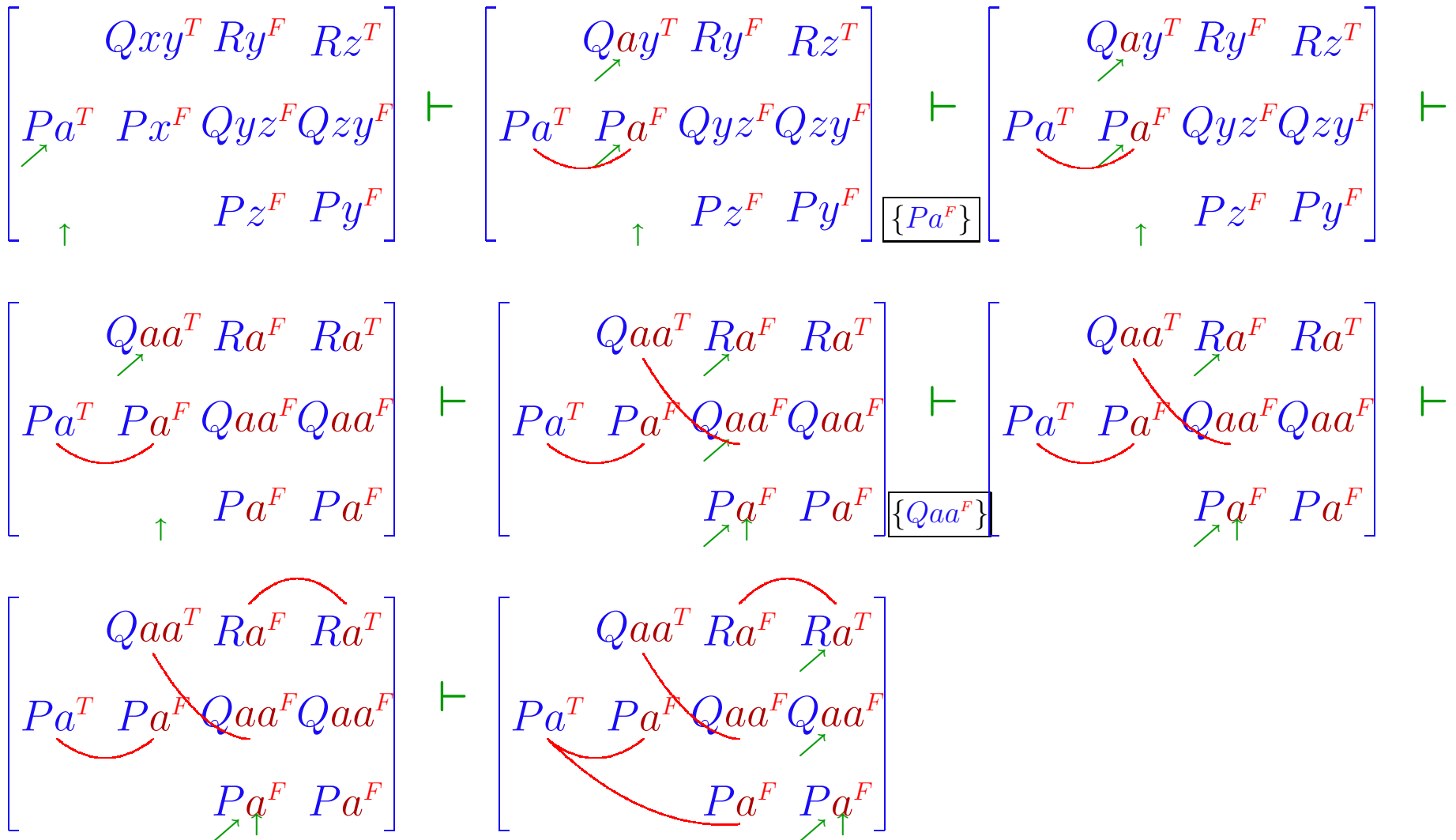
MASLOV-ABLEITUNG PRÄDIKATENLOGISCH



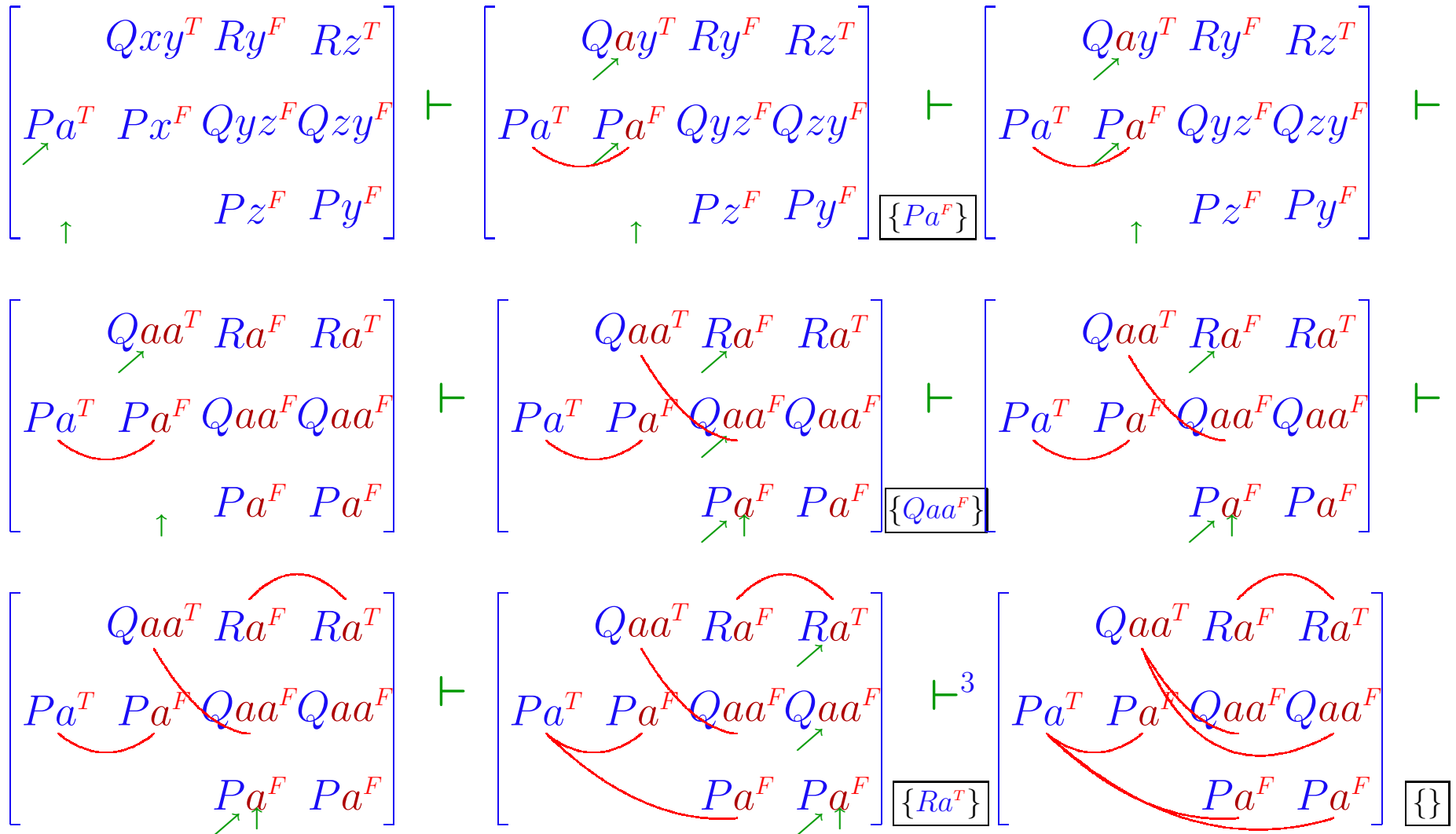
MASLOV-ABLEITUNG PRÄDIKATENLOGISCH



MASLOV-ABLEITUNG PRÄDIKATENLOGISCH



MASLOV-ABLEITUNG PRÄDIKATENLOGISCH



BEWEIS MIT EXTENSIONSVERFAHREN

$$\begin{bmatrix} & Qxy^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Px^F & Qyz^F & Qzy^F \\ & & Pz^F & Py^F \end{bmatrix}$$

↑
↑

BEWEIS MIT EXTENSIONSVERFAHREN

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc}
 & Qxy^T & Ry^F & Rz^T \\
 Pa^T & Px^F & Qyz^F & Qzy^F \\
 & & Pz^F & Py^F
 \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{cccc}
 & Qay^T & Ry^F & Rz^T \\
 Pa^T & Pa^F & Qyz^F & Qzy^F \\
 & & Pz^F & Py^F
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

The diagram illustrates a logical derivation using the extension method. It shows two matrices of terms. The left matrix has terms: Qxy^T , Ry^F , Rz^T , Px^F , Qyz^F , Qzy^F , Pz^F , and Py^F . The right matrix has terms: Qay^T , Ry^F , Rz^T , Pa^T , Pa^F , Qyz^F , Qzy^F , Pz^F , and Py^F . A green arrow points from Pa^T in the left matrix to Pa^T in the right matrix. A red box highlights Pa^T in the right matrix, with a red arc connecting it to Pa^F . A green arrow points from Qay^T in the right matrix to Qyz^F in the right matrix. A green arrow points from Pa^F in the right matrix to Py^F in the right matrix.

BEWEIS MIT EXTENSIONSVERFAHREN

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc}
 & Qxy^T & Ry^F & Rz^T \\
 Pa^T & Px^F & Qyz^F & Qzy^F \\
 & & Pz^F & Py^F
 \end{array} \right] \vdash \left[\begin{array}{cccc}
 & Qay^T & Ry^F & Rz^T \\
 Pa^T & Pa^F \cdot & Qyz^F & Qzy^F \\
 & & Pz^F & Py^F
 \end{array} \right] \vdash \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 & Qaa^T & Ra^F & Ra^T \\
 Pa^T & Pa^F \cdot & Qaa^F \cdot & Qaa^F \\
 & & Pa^F \cdot & Pa^F
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

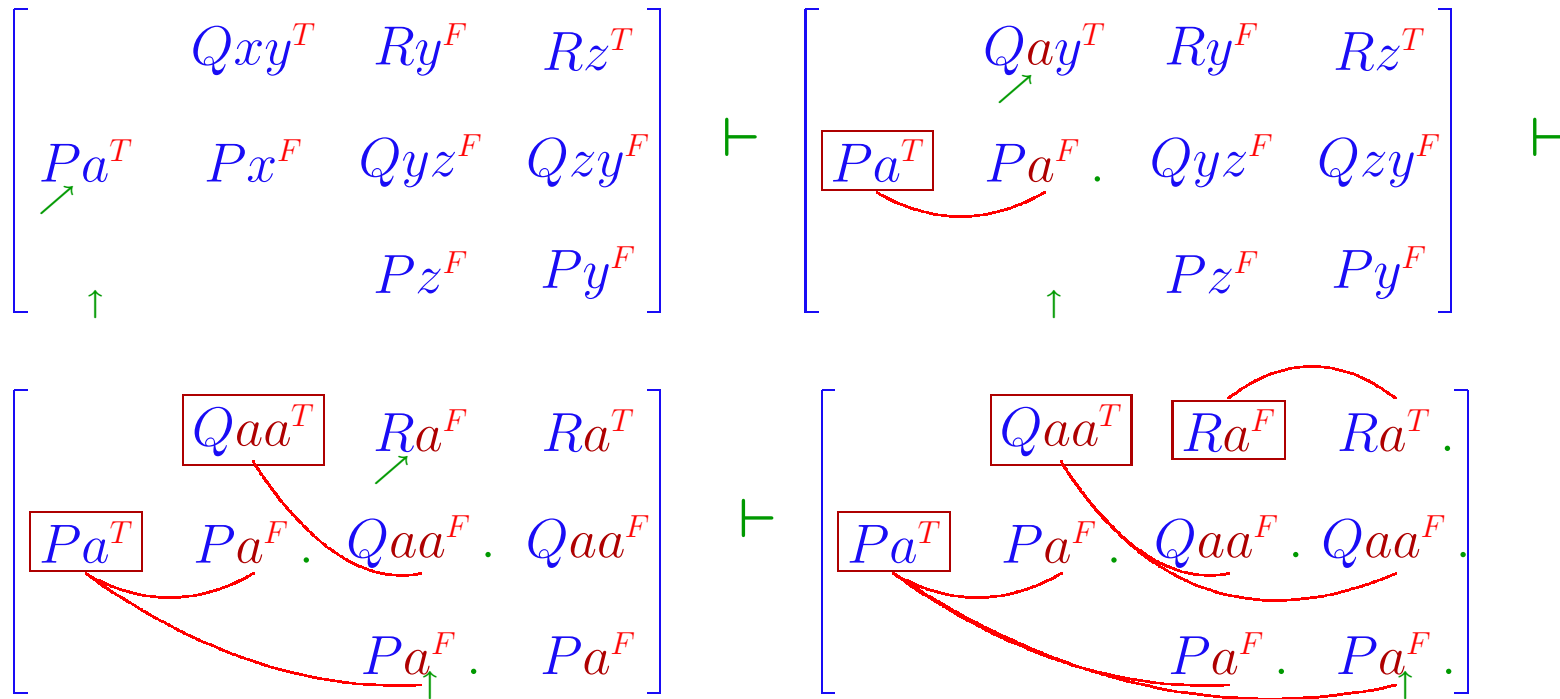
The diagram illustrates a proof using the extension method. It shows three stages of a matrix transformation.

 1. The first matrix has elements Qxy^T, Ry^F, Rz^T in the top row, Pa^T, Px^F, Qyz^F, Qzy^F in the middle row, and Pz^F, Py^F in the bottom row. Green arrows point to Pa^T and Pz^F .

 2. The second matrix is derived from the first. The element Pa^T is boxed in red. A red arc connects it to $Pa^F \cdot$ in the middle row. A green arrow points to Qay^T in the top row.

 3. The third matrix shows further extension. Qaa^T is boxed in red. A red arc connects it to $Qaa^F \cdot$ in the middle row. Another red arc connects Pa^T to $Pa^F \cdot$ in the bottom row. A green arrow points to Ra^F in the top row.

BEWEIS MIT EXTENSIONSVERFAHREN



BEWEIS MIT EXTENSIONSVERFAHREN

$$\begin{bmatrix} Qxy^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Px^F & Qyz^F & Qzy^F \\ & & Pz^F & Py^F \end{bmatrix}$$

↑

⊢

$$\begin{bmatrix} Qay^T & Ry^F & Rz^T \\ Pa^T & Pa^F & Qyz^F & Qzy^F \\ & & Pz^F & Py^F \end{bmatrix}$$

↑

⊢

$$\begin{bmatrix} Qaa^T & Ra^F & Ra^T \\ Pa^T & Pa^F & Qaa^F & Qaa^F \\ & & Pa^F & Pa^F \end{bmatrix}$$

↑

⊢

$$\begin{bmatrix} Qaa^T & Ra^F & Ra^T \\ Pa^T & Pa^F & Qaa^F & Qaa^F \\ & & Pa^F & Pa^F \end{bmatrix}$$

↑

~⁴

$$\begin{bmatrix} Qaa^T & Ra^F & Ra^T \\ Pa^T & Pa^F & Qaa^F & Qaa^F \\ & & Pa^F & Pa^F \end{bmatrix}$$

↑