Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Kirstin Peters
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 06/07

Blatt 1 (Version 1) — Abgabetermin: 23.10.2006, 12.00 Uhr

Zunächst einige Hinweise...

Hausaufgaben Für jede Hausaufgabe können Sie maximal 3 Punkte bekommen. Die Punkte werden nach folgenden Regeln vergeben:

3 Punkte	= die Aufgabe wurde im Wesentlichen korrekt gelöst
2 Punkte	= die Aufgabe wurde nur teilweise gelöst
1 Punkt	= die Lösung der Aufgabe enthielt größere Fehler oder Lücken
0 Punkte	= die Aufgabe wurde nicht gelöst oder enthielt sehr viele Fehler oder Lücken

Sprechzeiten Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- Sprechen Sie in den Übungen Ihre Tutorin bzw. Ihren Tutor an.
- Prof. Dr. Christoph Kreitz, Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. (0331) 977 3060, **Sprechstunde:** mittwochs 09.30–10.30 Uhr und immer, wenn die Tür des Raumes 1.18 offen steht
- Kirstin Peters, Raum 1.22, peters.kirstin@web.de, Tel. (0331) 977 3068, **Sprechstunde:** donnerstags 12.30–13.30 Uhr und immer, wenn die Tür des Raumes 1.22 offen steht

---

Aufgabe 1.1 (deduktiver Beweis)

Beweisen Sie die folgende Aussage:

Wenn x das Produkt von drei geraden ganzen Zahlen ist, dann ist x durch 8 teilbar.

Formulieren Sie eine mathematische Darstellung dieser Aussage, ohne natürliche Sprache zu verwenden! Benutzen Sie dazu die Symbole „$\Rightarrow$“ (Implikation), „$\forall$“ (für alle), „$\exists$“ (existiert ein) und „$a|b$“ (a teilt b)!

Aufgabe 1.2 (Wörter und Sprachen)

Ein Alphabet ist eine endliche, nichtleere Menge von Zeichen. Ein Wort w über einem Alphabet A ist eine endliche Folge von Zeichen $w = w_0 \dots w_{n-1}$, wobei $w_i \in A$ für alle i von 0 bis $n-1$, $n \in \mathbb{N}_0$ und $|w| = n$ die Länge des Wortes w ist. Das leere Wort ($|w| = 0$) wird mit ε bezeichnet. Eine Sprache ist eine Menge von Wörtern.
Sei $A = \{a, b, c\}$ ein Alphabet. Beschreiben Sie die folgenden Sprachen:

1. $L_1 = \big\{cxy | \exists n \in \mathbb{N}_0.(x = b^n a^n \wedge y = b^n) \vee (x = b^{2n} a^n \wedge y = \varepsilon)\big\}$
2. $L_2 = \{w \in A^+ | \exists x \in \{b, c\}^*.w = ax \wedge |x|_b = |x|_c\} \cup \{c^n b^m | n \in \mathbb{N}_0, m \in \mathbb{N}_0, n \leq m\}$
3. $L_3 = \{xy | x \in X, y \in Y\}$, wobei $X = \{a, le\}$ und $Y = \{ber, bend\}$

Aufgabe 1.3 (strukturelle Induktion)

Zeigen Sie mit Hilfe von Induktion, dass die Länge jedes Wortes der Sprache $L = \{w \in \{a,b\}^* | w$ enthält doppelt so viele a's wie b's$\}$ durch 3 teilbar ist.

Hausaufgabe 1.4 (Beschreibung von Mengen)

Beschreiben Sie die folgenden Mengen mit eigenen Worten:

1. $M_1 = \{x \in \mathbb{N}^+ | \exists a, b \in \mathbb{N}. x = ab \wedge (a \text{ und } b \text{ sind gerade})\}$
2. $M_2 = \{xy \in \mathbb{Z} | x \leq 0 \wedge y \geq 0\}$

Formulieren Sie eine mathematische Darstellung der folgenden Mengenbeschreibung, ohne natürliche Sprache zu verwenden:

3. Die Menge M_3 ist die Menge aller positiven ganzen Zahlen, die durch 5 teilbar sind und kein Produkt zweier ungerader Zahlen sind.

Hausaufgabe 1.5 (Beweise von Mengeneigenschaften)

Beweisen oder widerlegen Sie: Für alle Mengen A, B und C gilt...

1. $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
2. $A \subseteq B \Rightarrow C \setminus B \subseteq C \setminus A$

Hausaufgabe 1.6 (Induktion in $\mathbb{Z}$)

Beweisen Sie mittels Induktion, dass $x^3 - x$ für alle $x \in \mathbb{Z}$ durch 3 teilbar ist.

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Lesen Sie sich in das Thema „deterministische endliche Automaten (DEAs)“ ein. Verwenden Sie z.B. die Vorlesungsfolien, eines der empfohlenen Bücher oder das Internet.