Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Kirstin Peters
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 06/07

Blatt 7 (Version 1) — Abgabetermin: 04.12.2006, 12:00 Uhr

Aufgabe 7.1 (Grammatik)

Geben Sie für alle $k \in \mathbb{N}$, $k > 0$ eine Sprache L_k und eine rechtslineare Grammatik $G_k = (V, T, P, S)$ mit $|V| = k$ und $L_k = L(G_k)$ an, so dass L_k von keiner rechtslinearen Grammatik $G' = (V', T', P', S')$ mit $|V'| < k$ beschrieben werden kann! Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 7.2 (Grammatiken)

Geben Sie eine lineare Grammatik G für die Sprache $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ an und zeigen Sie mit Hilfe von Induktion, dass $L = L(G)$!

Aufgabe 7.3 (Homomorphismen)

Sei $h' : \{0, 1, 2\} \to \{a, b\}^*$ die folgendermaßen definierte Abbildung: $h'(0) = a$, $h'(1) = ab$ und $h'(2) = ba$.

1. Definieren Sie mit Hilfe von h' einen Homomorphismus $h : \{0, 1, 2\}^* \to \{a, b\}^*$! Warum ist h durch h' bereits eindeutig bestimmt? Berechenen Sie $h(21120)$.
2. Geben Sie $h(L_i)$ für die Sprachen $L_1 = L(01^*2)$ und $L_2 = L(0 + 12)$ an.
3. Geben Sie $h^{-1}(L_i)$ für die Sprachen $L_3 = \{ababa\}$ und $L_4 = L(a(ba)^*)$ an.

Hausaufgabe 7.4 (Grammatik)

Konstruieren Sie eine Grammatik $G = (V, T, P, S)$ mit $|P| \leq 5$ – also höchstens 5 Produktionen – für die Sprache $L = \left\{a^l b^m c^n \mid l, n, m \in \mathbb{N}^+ . \, m = l + n\right\}$ und geben Sie den Typ Ihrer Grammatik an!

Hausaufgabe 7.5 (Grammatik)

Geben Sie die Sprache L für die Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aS,\ S \to Sb; S \to b\}, S)$ an und zeigen Sie mit Hilfe von Induktion, dass $L(G) = L$!

Hausaufgabe 7.6 (Abschlusseigenschaften)

Die Sprache $L_{ab} = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist nicht regulär. Zeigen Sie unter Verwendung der Abschlusseigenschaften, dass die Sprache $L_{()} = \{w \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *, +, (,)\}^* \mid$ die Ausdrücke in w sind korrekt geklammert$\}$ ebenfalls nicht regulär ist!

Hinweis: Ein Wort $w \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *, +, (,)\}^*$ ist in $L_{()}$, wenn es zu jeder öffnenden Klammer genau eine schließende Klammer gibt und umgekehrt und die öffnenden Klammern vor den zugehörigen schließenden Klammern kommen. Ein Wort w gehört auch dann zur Sprache

$L_{()}$, wenn die uns geläufige Syntax für $+$ und $*$ verletzt wird. So gehören die Wörter $(9*)(2)+$ und $(*)2 + 13(())4$ zur Sprache $L_{()}$, aber nicht die Wörter $)0 + 1($ oder $0 + (1 * 2($.

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Informieren Sie sich über die Minimierung von endlichen Automaten und das Pumping Lemma.