Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Kirstin Peters
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 06/07

Blatt 9 (Version 1) — Abgabetermin: 18.12.2006, 12:00 Uhr

Aufgabe 9.1 (Satz von Myhill/Nerode)

Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Myhill/Nerode, dass die Sprache $L_1 = L(a^*b^+ + b^*a^+)$ regulär und die Sprache $L_2 = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{Z}\}$ nicht regulär ist!

Aufgabe 9.2 (kontextfreie Grammatiken)

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, T\}, \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,+,*,-,(,)\}, P, S)$ mit $P = \{S \rightarrow 1T|2T|3T|4T|5T|6T|7T|8T|9T|S+S|S*S|-S|(S)$, $T \rightarrow 0T|1T|2T|3T|4T|5T|6T|7T|8T|9T|\varepsilon\}$. (Hinweis: Das $-$ bezeichnet hier das Vorzeichen. Es sind mehrere $-$ hintereinander erlaubt.)

1. Warum ist G kontextfrei?
2. Geben Sie die von G erzeugte Sprache an!
3. Geben Sie eine linksseitige und eine rechtsseitige Ableitung für das Wort $99 * -6 + 4$ an!
4. Geben Sie für eine der Ableitungen einen Ableitungsbaum an!
5. Geben Sie eine eindeutige kontextfreie Grammatik an, welche die üblichen Vorrangsregeln für $+$, $*$ und $-$ beachtet (Punktrechnung geht vor Strichrechnung, Vorzeichen bindet stärker als $+$, $*$) und alle Operationen (auch das Aneinanderkleben von Ziffern zu Zahlen) als linksassoziativ ansieht!

Aufgabe 9.3 (strukturelle Induktion)

Beweisen Sie, dass die Grammatik $G = (\{S, T, U\}, \{0, 1\}, P, S)$ mit den Produktionen $P = \{S \rightarrow 0T1|\varepsilon,\ T \rightarrow 0U1,\ U \rightarrow 0S1\}$ die Sprache $L = \left\{0^{3n}1^{3n} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$ erzeugt!

Hausaufgabe 9.4 (Satz von Myhill/Nerode)

Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Myhill/Nerode, dass die Sprache $L_P = \left\{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\right\}$, die Sprache der Palindrome über $\{a, b\}$, nicht regulär ist!

Hausaufgabe 9.5 (kontextfreie Grammatiken)

Sei L die Menge der aussagenlogischen Formeln über den Terminalsymbolen (Hilfssymbolen) $T = \{A, B, C, a, b, c, (,), \wedge, \vee, \Rightarrow, \neg\}$, wobei Aussagenvariablen mit einem Großbuchstaben (A, B oder C) beginnen, dem Kleinbuchstaben (a, b oder c) folgen können. Beispielsweise ist $(\neg\neg A \wedge (B)) \Rightarrow \neg(Cab \vee Cbb)$ eine wohlgeformte Formel, $(X \wedge \wedge B)\neg \vee C$ dagegen nicht.

1. Geben Sie eine möglichst einfache kontextfreie Grammatik an, die genau die aussagenlogischen Formeln über T erzeugt! Verwenden Sie nicht mehr als 3 Nichtterminale (Hilfssymbole)!
2. Ist Ihre Grammatik mehrdeutig? Wenn ja, zeigen Sie die Mehrdeutigkeit an einem Beispiel und geben Sie eine eindeutige Grammatik an, welche die selbe Sprache akzeptiert! (Die eindeutige Grammatik darf mehr als 3 Nichtterminale benutzen.)

Hausaufgabe 9.6 (kontextfreie Sprachen)

Beweisen Sie, dass die Sprache $L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w \in L\left(a^*(b+c)^*\right) \wedge |w|_a = |w|_b + |w|_c\}$ kontextfrei ist!

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Informieren Sie sich über Pushdown Automaten und bereiten Sie sich auf die Probeklausur vor!