Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Kirstin Peters
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 06/07

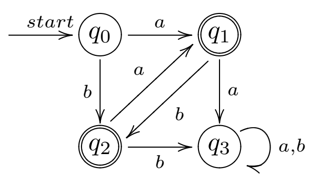
Blatt 10 (Version 1) — Abgabetermin: –, –

Hinweis: Dieses Blatt enthält mehr Präsenzaufgaben, als in einer Übung zu schaffen sind. Überlegen Sie sich, welche Aufgaben Sie mit Ihrem Tutor üben wollen! Dieses Blatt enthält keine Hausaufgaben. Nutzen Sie die Zeit, um sich auf die Probeklausur vorzubereiten!

Alle Antworten sind zu begründen. In jeder Aufgabe sind alle benutzten Regeln aus der Vorlesung anzugeben! Wenn Sie Verfahren oder Informationen nutzen, die nicht aus der Vorlesung stammen, geben Sie ihre Quellen an!

Aufgabe 10.1 (endliche Automaten)

Gegeben seien die Sprache $L_1 = \{w \in \{a,b\}^* \mid$ die letzten 4 Zeichen von w enthalten die Zeichenfolge $ba\}$, der Automat $A_2 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a,b\}, \delta_2, q_0, \{q_1, q_2\})$ und der Automat $A_3 = (\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}, \{a,b\}, \delta_3, A, \{D, E, F\})$, wobei δ_2 durch den folgenden Graphen und δ_3 durch die folgende Tabelle beschrieben wird.

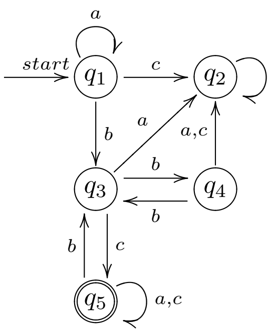


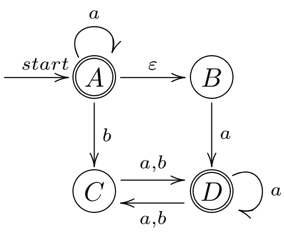
δ_3	ε	a	b
$\rightarrow A$	$\{B\}$	$\emptyset$	$\{F\}$
B	$\{C\}$	$\{D\}$	$\emptyset$
C	$\{A\}$	$\{D\}$	$\{F\}$
$*D$	$\emptyset$	$\{G\}$	$\{E\}$
$*E$	$\{F\}$	$\emptyset$	$\{H\}$
$*F$	$\emptyset$	$\{D\}$	$\{I\}$
G	$\{H, I\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
H	$\emptyset$	$\{G, I\}$	$\{H\}$
I	$\emptyset$	$\{I\}$	$\{I\}$
J	$\{D\}$	$\emptyset$	$\{E, F\}$

1. Geben Sie einen endlichen Automaten A_1 mit höchstens 5 Zuständen für die Sprache L_1 an!
2. Geben Sie die von A_2 akzeptierte Sprache L_2 in möglichst kurzer Form an!
3. Wandeln Sie A_1 in einen äquivalenten minimalen DEA A_1' um!
4. Beweisen Sie durch Induktion, dass A_1 die Sprache L_1 akzeptiert!
5. Beweisen Sie durch Induktion, dass A_2 die Sprache L_2 akzeptiert!
6. Zeigen Sie, dass die Automaten A_2 und A_3 die selbe Sprache akzeptieren!

Aufgabe 10.2 (reguläre Ausdrücke)

Gegeben seien die Sprache $L_4 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w$ enthält mindestens ein c und direkt vor jedem c steht eine ungerade Anzahl an b's$\}$, der reguläre Ausdruck $R_5 = a^+\varnothing^* + (\varnothing bb^* + a \circ \varnothing)^* + \varnothing^+ + cc^*ba$ und die Automaten $A_6 = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a,b,c\}, \delta_6, q_1, \{q_5\})$ und $A_7 = (\{A,B,C,D\}, \{a,b\}, \delta_7, A, \{A,D\})$, wobei δ_6 und δ_7 durch die folgenden Graphen gegeben sind.





1. Geben Sie für die Sprache L_4 einen regulären Ausdruck R_4 an!
2. Kürzen Sie den regulären Ausdruck R_5 so weit wie möglich!
3. Beschreiben Sie die Sprache $L_5 = L(R_5)$ mit eigenen Worten!
4. Wandeln Sie durch Umformung den regulären Ausdruck R_4 in die Sprache L_4 und den regulären Ausdruck R_5 in die Sprache L_5 um!
5. Wandeln Sie die regulären Ausdrücke R_4 und R_5 in endliche Automaten um!
6. Wandeln Sie den Automaten A_6 mit Hilfe der Zustandselemination in einen regulären Ausdruck um!
7. Wandeln Sie den Automaten A_7 mit Hilfe der Zustandselemination in einen regulären Ausdruck um!
8. Geben Sie den in der Pfadanalyse von A_6 entstehenden Ausdruck R^3_{15} an!

Aufgabe 10.3 (Grammatiken)

Gegeben seien die Sprache $L_8 = L\left(a^+(bc)^* + (\varepsilon + a)(\varepsilon + b)(\varepsilon + c)\right)$ und die Grammatiken $G_9 = (\{S,T,U,V,W\}, \{a,b,c\}, P_9, S)$ mit $P_9 = \{S \to \varepsilon|W,\ aTVb \to aaVUb,\ aU \to aa,\ cU \to cc,\ aV \to aa|ac,\ cV \to cb,\ W \to aWb|TV\}$ und $G_{10} = (\{X,Y\}, \{a,b,c,d\}, P_{10}, X)$ mit $P_{10} = \{X \to Y|XcX|XdX,\ Y \to aY|bY|a|b\}$.

1. Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G_8 für die Sprache L_8 an!
2. Welchen Typ haben die Grammatiken G_8, G_9 und G_{10}?
3. Geben Sie jeweils eine Ableitung für die Wörter $abcbc$ für G_8, $aaccb$ für G_9 und $abcbda$ für G_{10} an!
4. Beschreiben Sie die Sprachen $L_9 = L(G_9)$ und $L_{10} = L(G_{10})$ mit eigenen Worten!
5. Welchen Typ haben die Sprachen L_8, L_9 und L_{10}?

6. Beweisen Sie durch Induktion, dass $L_8 = L(G_8)$!
7. Beweisen Sie durch Induktion, dass $L_{10} = L(G_{10})$!
8. Wandeln Sie die Grammatik G_8 in einen endlichen Automaten um!
9. Geben Sie für G_{10} eine linksseitige und eine rechtsseitige Ableitung des Wortes *acada* an!
10. Geben Sie einen Ableitungsbaum für das Wort *acada* für G_{10} an!
11. Ist die Grammtik G_{10} eindeutig?
12. Wenn die Grammatik G_{10} nicht eindeutig ist, so wandeln Sie G_{10} unter Erstellung geeigneter Prioritätsregeln in eine eindeutige Grammatik um!

Aufgabe 10.4 (reguläre Sprachen)

Gegeben seien die Sprachen $L_{11} = \{w \in \{a,b\}^* \mid w$ besteht aus einer Folge von a's gefolgt von einer Folge von b's und die Anzahl an a's in w ist teilbar durch 3 und die Anzahl an b's in w ist nicht durch 3 teilbar$\}$, $L_{12} = \left\{a^{5n}b^{5n+1} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$ und $L_{13} = \left\{w \in \{a,b\}^* \mid 2 * |w|_a = |w|_b\right\}$!

1. Beschreiben Sie die Sprache L_{11} in möglichst kurzer Form!
2. Beschreiben Sie die Sprachen L_{12} und L_{13} mit eigenen Worten!
3. Beweisen oder widerlegen Sie mit Hilfe der Abschlusseigenschaften regulärer Sprachen, dass die Sprachen L_{11}, L_{12} und L_{13} regulär sind!
4. Beweisen oder widerlegen Sie mit Hilfe des Satzes von Myhill / Nerode, dass die Sprachen L_{11}, L_{12} und L_{13} regulär sind!
5. Beweisen oder widerlegen Sie mit Hilfe des Pumping Lemma für reguläre Sprachen, dass die Sprachen L_{11}, L_{12} und L_{13} regulär sind!

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Bereiten Sie sich auf die Probeklausur vor und frohe Weihnachten!