

Übung zur Vorlesung  
**Theoretische Informatik I**

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Kirstin Peters  
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 06/07

**Blatt 12 (Version 2) — Abgabetermin: 22.01.2007, 12:00 Uhr**

---

**Aufgabe 12.1 (Grammatiken und PDAs)**

Gegeben sei die Grammatik  $G = (\{S\}, \{0, 1\}, P, S)$  mit  $P = \{S \rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid \varepsilon\}$

1. Beschreiben Sie die Sprache  $L(G)$ !
2. Welchen Typ hat  $G$ , welchen Typ hat  $L(G)$  und welches der bisher in der Vorlesung beschriebenen Maschinenmodelle kommen für  $L(G)$  in Frage?
3. Wandeln Sie die Grammatik  $G$  in einen PDA  $P$  um! Geben Sie den Automatengraphen von  $P$  an!
4. Geben Sie die Ableitung der Wörter 010 und 1001 an!

**Aufgabe 12.2 (PDAs und Grammatiken)**

Betrachten Sie den PDA  $P = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \{Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ , wobei  $\delta$  durch die folgende Tabelle gegeben ist.

$Q$	$\Sigma \cup \varepsilon$	$\Gamma$	Ergebnis
$\rightarrow q_0$	0	$Z_0$	$q_0, Z_0 Z_0$
$\rightarrow q_0$	1	$Z_0$	$q_1, \varepsilon$
$q_1$	1	$Z_0$	$q_1, \varepsilon$

1. Beschreiben Sie die Sprache  $L(P)$ !
2. Welche Nichtterminale können bei der Umwandlung von  $P$  in eine Grammatik entstehen? Benennen Sie diese Nichtterminale kurz mit  $A, B, \dots$ !
3. Wandeln Sie  $P$  in eine Grammatik  $G$  um!
4. Welchen Typ hat  $G$ ? Geben Sie jeweils eine Ableitung der Wörter 00111 und 01011!

**Aufgabe 12.3 (Abschlusseigenschaften)**

Sei  $\sigma$  eine Abbildung von Wörtern in Sprachen mit  $\sigma(0) = \{a^{m^2} \mid m \in \mathbb{N}\}$  und  $\sigma(1) = \{bb\}$ .

1. Geben Sie die Abbilder der Wörter 00, 01 und 11 unter  $\sigma$  an!
  2. Beschreiben Sie die Sprache  $\sigma(\{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\})$ !
  3. Nutzen Sie eine geeignete Abbildung  $\sigma'$ , um zu beweisen, dass  $L_k = \{a^n b^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$  kontextfrei ist!
-

### Hausaufgabe 12.4 (PDA's und Grammatiken)

In der Vorlesung wurde ein Verfahren beschrieben, mit dem ein PDA, der bei leerem Stack akzeptiert, direkt in eine kontextfreie Grammatik umgewandelt werden konnte. Ändern Sie dieses Verfahren so ab, dass nun PDA's, die mit Endzuständen akzeptieren, direkt (also ohne den Umweg über die  $P_\varepsilon$ ) in eine kontextfreie Grammatik umgewandelt werden können!

### Hausaufgabe 12.5 (DPDA)

**Achtung: Die Sprache dieser Aufgabe wurde leicht abgeändert. Sie dürfen für die Bearbeitung dieser Hausaufgabe die alte oder auch die neue Sprache benutzen.**

Entwerfen Sie einen deterministischen PDA  $P$ , der die Sprache  $L = \{a^n b^m a^n \mid n, m \in \mathbb{N}^+\}$  akzeptiert! Gibt es einen DEA  $A$ , der die Sprache  $L$  akzeptiert? Begründen Sie Ihre Antwort!

### Hausaufgabe 12.6 (Abschlusseigenschaften)

Beweisen Sie mit Hilfe der Abschlusseigenschaften regulärer und kontextfreier Sprachen, dass die Sprache  $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N} \wedge (i = 2j \vee j = 2k)\}$  nicht regulär aber kontextfrei ist! Sie dürfen als bekannt voraussetzen, dass  $L_{01} = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  eine kontextfreie, nicht reguläre Sprache ist. Geben Sie anschließend eine kontextfreie Grammatik  $G$  mit  $L = L(G)$  an! (Sie müssen nicht beweisen, dass  $L = L(G)$  gilt.)

---

**Vorbereitung auf die nächste Vorlesung:** Informieren Sie sich über die Eigenschaften kontextfreier Sprachen!