

# 1 Hauptfehler

## 1. Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen:

- beim Pumping Lemma ist es wichtig nicht zu vergessen, was man zeigen möchte, nämlich dass für alle Zerlegungen das gepumpte Wort **nicht** in der **Sprache** liegt
- es genügt nicht zu zeigen, dass das gepumpte Wort nicht mehr der Struktur des für das PL gewählten Wortes entspricht
- so kann man z.B. für das Wort  $a^n b^n c^{2n}$  nicht mit  $i = 0$  zeigen, dass das gepumpte Wort nicht in der Sprache  $L_7$  liegt, denn man kann nicht verhindern, dass gleichzeitig gleichviel  $b$ 's und  $c$ 's gepumpt werden, die Zerlegung also die Form  $a^n b^n c^{2n} = uvwxy$  mit  $u = a^n b^{n-(j+k)}$ ,  $v = b^j$ ,  $j > 0$ ,  $w = b^k c^l$ ,  $x = c^j$  und  $y = c^{n-(l+j)}$  hat, und somit  $uwy = a^n b^{n-j} c^{2n-j}$  und  $uwy \in L_7$ ; man müsste hier  $i > 1$  wählen, da dann die Bedingung  $r \geq s$  der Sprache  $L_7$  verletzt wird
- noch schwieriger wird es, wenn  $r$  und  $s$  nicht zueinander in Beziehung gesetzt werden, hier kann nur noch mit einem Vielfachen von  $r$  gepumpt werden

## 2. Grammatik für die Sprache $\{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$

- korrekte Grammatiken finden sich im Internet

## 3. Beweis, dass ein Automat oder eine Grammatik die angegebene Sprache akzeptiert

- die Sprache eines Automaten lässt sich auch mit Zustandselimination ermitteln
- bei der Zustandselimination erstellt man einen regulären Ausdruck für **jeden** Endzustand
- die Verknüpfung (mit  $+$ ) der RA für die Endzustände musste zum Schluss in den regulären Ausdruck, der für die Beschreibung der Sprache verwendet wurde, umgeformt werden
- generell gilt: ein Abweichen von den in der Vorlesung beschriebenen Verfahren stellt die Äquivalenz der Umformung in Frage und ist somit oft kein Beweis mehr
- beim Beweis der Sprache eines Automaten mit Hilfe von Induktion ist zu beachten, dass Schleifen im Automaten eine simultane Induktion, also mehrere Induktionsannahmen, nach sich ziehen
- bei der Verwendung des  $\Leftrightarrow$  sollte man Vorsicht walten lassen, so ist die Aussage  $\hat{\delta}(q_0, w) = q_0 \Leftrightarrow w = \epsilon \Leftrightarrow w \in L$  in der Regel falsch; gemeint ist hier wohl eher: für  $w = \epsilon$  gilt  $\hat{\delta}(q_0, \epsilon) = q_0 \Leftrightarrow \epsilon \in L$

- bei der Verwendung von Induktion kann ein Antwortsatz der Form „Aus der Annahme ... folgt, dass der Automat die Sprache  $L$  akzeptiert.“ sicher nicht schaden; hat der Automat mehrere Endzustände, so sollte an dieser Stelle auch die Sprache der jeweiligen Annahmen zu einer Sprache zusammengesetzt werden (mit  $+$ ) und anschließend in die Sprache des Automaten umgeformt werden
- zeigt man die Sprache einer Grammatik mit Hilfe von Induktion, so argumentiert man in der Regel über die Länge der Ableitung; man muss dann einen Zusammenhang zwischen der Länge der Ableitung und den entstehenden Wörtern finden, da sonst das  $\Leftrightarrow$  nicht verwendet werden kann; mit anderen Worten: erfolgt die Ableitung z.B. in  $l + 1$  Schritten, so muss dass  $l$  auch in der Beschreibung des entstehenden Wortes auftauchen
- da im letzten Schritt einer Ableitungsfolge ein Terminalwort erzeugt wird, auf dass man normalerweise keine Regel der Grammatik mehr anwenden kann, wird im Induktionsschritt üblicherweise zuerst eine Regel angewendet und erst dann die Induktionsannahme benutzt und nicht umgekehrt
- generell gilt: eine Induktion, in der keine Induktionsannahme benutzt wird, ist keine Induktion; man sollte daher die Benutzung der Induktionsannahme (besonders bei simultaner Induktion) kennzeichnen