# Theoretische Informatik I





## Rückblick Theoretische Informatik I

## Themen der Theoretischen Informatik I & II

# • Automatentheorie und Formale Sprachen

TI-1

- Endliche Automaten und reguläre Sprachen
  - · Lexikalische Analyse
- Kontextfreie Sprachen und Pushdown Automaten
  - · Syntaxanalyse und Semantik
- Allgemeine und kontextsensitive Sprachen

THEORETISCHE INFORMATIK I §4:

RÜCKBLICK: AUTOMATEN & FORMALE SPRACHEN

## Themen der Theoretischen Informatik I & II

## • Automatentheorie und Formale Sprachen

TI-1

- Endliche Automaten und reguläre Sprachen
  - · Lexikalische Analyse
- Kontextfreie Sprachen und Pushdown Automaten
  - · Syntaxanalyse und Semantik
- Allgemeine und kontextsensitive Sprachen

#### • Theorie der Berechenbarkeit

TI-2

- Berechenbarkeitsmodelle
- Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit
- Unlösbare Probleme (Unentscheidbarkeit)

## Themen der Theoretischen Informatik I & II

## • Automatentheorie und Formale Sprachen

TI-1

- Endliche Automaten und reguläre Sprachen
  - · Lexikalische Analyse
- Kontextfreie Sprachen und Pushdown Automaten
  - · Syntaxanalyse und Semantik
- Allgemeine und kontextsensitive Sprachen

#### • Theorie der Berechenbarkeit

TI-2

- Berechenbarkeitsmodelle
- Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit
- Unlösbare Probleme (Unentscheidbarkeit)

# Komplexitätstheorie

TI-2

- Komplexitätsmaße und -klassen für Algorithmen und Probleme
- Nicht handhabbare Probleme (NP-Vollständigkeit)

# REGULÄRE SPRACHEN

### • Endliche Automaten

- Endliche Menge von Zuständen und Eingabesymbolen
- Verarbeitung von Eingabesymbolen ändert internen Zustand
- Erkannte Sprache: Abarbeitung endet in akzeptierendem Zustand
- Varianten: Deterministisch, nichtdeterministisch mit/ohne  $\epsilon$ -Übergänge
- Umwandlung in deterministische Variante über Teilmengenkonstruktion

# REGULÄRE SPRACHEN

#### • Endliche Automaten

- Endliche Menge von Zuständen und Eingabesymbolen
- Verarbeitung von Eingabesymbolen ändert internen Zustand
- Erkannte Sprache: Abarbeitung endet in akzeptierendem Zustand
- Varianten: Deterministisch, nichtdeterministisch mit/ohne  $\epsilon$ -Ubergänge
- Umwandlung in deterministische Variante über Teilmengenkonstruktion

## • Reguläre Ausdrücke

- Algebraische Notation für Sprachen:  $\epsilon$ ,  $\emptyset$ , Symbole von  $\Sigma$ , +,  $\circ$ , \*
- Umwandelbar in  $\epsilon$ -NEAs (iterative Konstruktion)
- DEAs umwandelbar in reguläre Ausdrücke für Verarbeitungspfade oder durch Zustandselemination im RA Automaten

## REGULÄRE SPRACHEN

#### • Endliche Automaten

- Endliche Menge von Zuständen und Eingabesymbolen
- Verarbeitung von Eingabesymbolen ändert internen Zustand
- Erkannte Sprache: Abarbeitung endet in akzeptierendem Zustand
- Varianten: Deterministisch, nichtdeterministisch mit/ohne  $\epsilon$ -Ubergänge
- Umwandlung in deterministische Variante über Teilmengenkonstruktion

## • Reguläre Ausdrücke

- Algebraische Notation für Sprachen:  $\epsilon$ ,  $\emptyset$ , Symbole von  $\Sigma$ , +,  $\circ$ , \*
- Umwandelbar in  $\epsilon$ -NEAs (iterative Konstruktion)
- DEAs umwandelbar in reguläre Ausdrücke für Verarbeitungspfade oder durch Zustandselemination im RA Automaten

### Grammatiken

- Beschreibung des Aufbaus von Sprachen durch Produktionsregeln
- Erzeugte Sprache: schrittweise Ableitung endet in Terminalworten
- Typ-3 (rechtsslineare) Grammatiken sind äquivalent zu<br/>  $\epsilon\textsc{-NEAs}$ Direkte Umwandlung zwischen Produktionen und Überführungsfunktion

# EIGENSCHAFTEN REGULÄRER SPRACHEN

# • Abschlußeigenschaften

- Operationen  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\overline{\ }$ ,  $\overline{\ }$ ,  $\overline{\ }$ ,  $\overline{\ }$ , h,  $h^{-1}$  erhalten Regularität von Sprachen
- Verwendbar zum Nachweis von Regularität oder zur Widerlegung

## Eigenschaften regulärer Sprachen

# • Abschlußeigenschaften

- Operationen  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\overline{\phantom{a}}$ ,  $\overline{\phantom{a}}$
- Verwendbar zum Nachweis von Regularität oder zur Widerlegung

# • Automatische Prüfungen

- Man kann testen ob eine reguläre Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer regulären Sprache gehört
- Man kann testen ob zwei reguläre Sprachen gleich sind

## Eigenschaften regulärer Sprachen

# • Abschlußeigenschaften

- Operationen  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\bar{}$ ,  $\bar{}$
- Verwendbar zum Nachweis von Regularität oder zur Widerlegung

## • Automatische Prüfungen

- Man kann testen ob eine reguläre Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer regulären Sprache gehört
- Man kann testen ob zwei reguläre Sprachen gleich sind

## • Minimierung von Automaten

– Ein Automat kann minimiert werden indem man äquivalente Zustände zusammenlegt und unerreichbare Zustände entfernt

## Eigenschaften regulärer Sprachen

# • Abschlußeigenschaften

- Operationen  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\bar{}$ ,  $\bar{}$
- Verwendbar zum Nachweis von Regularität oder zur Widerlegung

## • Automatische Prüfungen

- Man kann testen ob eine reguläre Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer regulären Sprache gehört
- Man kann testen ob zwei reguläre Sprachen gleich sind

## • Minimierung von Automaten

– Ein Automat kann minimiert werden indem man äquivalente Zustände zusammenlegt und unerreichbare Zustände entfernt

## • Pumping Lemma

- Wiederholt man einen bestimmten Teil ausreichend großer Worte einer regulären Sprache beliebig oft, so erhält man immer ein Wort der Sprache
- Verwendbar zur Widerlegung von Regularität

## KONTEXTFREIE SPRACHEN

# Kompliziertere Struktur als reguläre Sprachen

#### • Kontextfreie Grammatiken

- Produktionsregeln ersetzen einzelne Variablen durch beliebige Worte
- Ableitungsbäume beschreiben Struktur von Terminalworten (Compiler!)
- Ableitungsbäume entsprechen Links- (oder Rechts-)ableitungen
- Programmiersprachen brauchen eindeutig bestimmbare Ableitungsbäume

## KONTEXTFREIE SPRACHEN

## Kompliziertere Struktur als reguläre Sprachen

#### • Kontextfreie Grammatiken

- Produktionsregeln ersetzen einzelne Variablen durch beliebige Worte
- Ableitungsbäume beschreiben Struktur von Terminalworten (Compiler!)
- Ableitungsbäume entsprechen Links- (oder Rechts-)ableitungen
- Programmiersprachen brauchen eindeutig bestimmbare Ableitungsbäume

## • Pushdown-Automaten

- Nichtdeterministischer endlicher Automat mit Stack und  $\epsilon$ -Ubergängen
- Erkennung von Worten durch Endzustand oder leeren Stack
- Analyse durch Betrachtung von Konfigurationsübergängen
- Nichtdeterministische PDAs äquivalent zu kontextfreien Grammatiken
  - · Umwandlung von Konfigurationsübergängen in Regeln und umgekehrt
- Deterministische PDAs weniger mächtig (nur eindeutige Typ-2 Sprachen)

## EIGENSCHAFTEN KONTEXTFREIER SPRACHEN

# • Abschlußeigenschaften

- Operationen  $\cup,\ ^R,\ \circ,\ ^*,\ \sigma,\ h^{-1}$ erhalten Kontextfreiheit von Sprachen
- Keine Abgeschlossenheit unter  $\cap$ ,  $\overline{\ }$ , -

## EIGENSCHAFTEN KONTEXTFREIER SPRACHEN

## • Abschlußeigenschaften

- Operationen  $\cup$ ,  $^R$ ,  $\circ$ ,  $^*$ ,  $\sigma$ ,  $h^{-1}$  erhalten Kontextfreiheit von Sprachen
- Keine Abgeschlossenheit unter  $\cap$ ,  $\overline{\phantom{a}}$ , -

# • Automatische Prüfungen

- Man kann testen ob eine kontextfreie Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer kontextfreien Sprache gehört
- Man kann nicht testen ob zwei kontextfreie Sprachen gleich sind
  Viele wichtige Fragen sind nicht automatisch prüfbar

## EIGENSCHAFTEN KONTEXTFREIER SPRACHEN

## • Abschlußeigenschaften

- Operationen  $\cup$ ,  $^R$ ,  $\circ$ ,  $^*$ ,  $\sigma$ ,  $h^{-1}$  erhalten Kontextfreiheit von Sprachen
- Keine Abgeschlossenheit unter  $\cap$ ,  $\overline{}$ , -

## • Automatische Prüfungen

- Man kann testen ob eine kontextfreie Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer kontextfreien Sprache gehört
- Man kann nicht testen ob zwei kontextfreie Sprachen gleich sind
  Viele wichtige Fragen sind nicht automatisch prüfbar

## Pumping Lemma

- Wiederholt man bestimmte Teile ausreichend großer Worte einer kontextfreien Sprache beliebig oft, so erhält man immer ein Wort der Sprache
- Viele einfache Sprachen sind nicht kontextfrei

# • Turingmaschinen als Maschinenmodell

- Deterministischer endlicher Automat mit unendlichem Speicherband
- Äquivalent zu realen Computern
- Viele gleichmächtige Varianten
- Simulation nichtdeterministischer Maschine ist exponentiell

## • Turingmaschinen als Maschinenmodell

- Deterministischer endlicher Automat mit unendlichem Speicherband
- Äquivalent zu realen Computern
- Viele gleichmächtige Varianten
- Simulation nichtdeterministischer Maschine ist exponentiell

# • Typ-0 Sprachen

- Keine Einschränkung an Produktionsregeln
- Auch Terminalsymbole und ganze Wörter dürfen ersetzt werden
- Typ-0 Grammatiken sind äquivalent zu Turingmaschinen
  - · Umwandlung von Konfigurationsübergängen in Regeln und umgekehrt

## • Turingmaschinen als Maschinenmodell

- Deterministischer endlicher Automat mit unendlichem Speicherband
- Äquivalent zu realen Computern
- Viele gleichmächtige Varianten
- Simulation nichtdeterministischer Maschine ist exponentiell

## • Typ-0 Sprachen

- Keine Einschränkung an Produktionsregeln
- Auch Terminalsymbole und ganze Wörter dürfen ersetzt werden
- Typ-0 Grammatiken sind äquivalent zu Turingmaschinen
  - · Umwandlung von Konfigurationsübergängen in Regeln und umgekehrt

## • Entscheidbare Sprachen

- Sprachen von Turingmaschinen, die immer terminieren

## • Turingmaschinen als Maschinenmodell

- Deterministischer endlicher Automat mit unendlichem Speicherband
- Aquivalent zu realen Computern
- Viele gleichmächtige Varianten
- Simulation nichtdeterministischer Maschine ist exponentiell

## • Typ-0 Sprachen

- Keine Einschränkung an Produktionsregeln
- Auch Terminalsymbole und ganze Wörter dürfen ersetzt werden
- Typ-0 Grammatiken sind äquivalent zu Turingmaschinen
  - · Umwandlung von Konfigurationsübergängen in Regeln und umgekehrt

# • Entscheidbare Sprachen

- Sprachen von Turingmaschinen, die immer terminieren

# • Typ-1 Sprachen

- Produktionsregeln der Grammatiken dürfen Wörter nicht verkleinern
- Sprachen von Turingmaschinen mit linear beschränktem Band

## Theoretische Informatik I im Rückblick

# FRAGEN?