

Theoretische Informatik II

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Holger Arnold
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Sommersemester 2006

Übung 1 (Version 1)

Zunächst einige Hinweise ...

Übungen Auf den Übungsblättern werden Sie typischerweise mehr Aufgaben finden, als in den Übungsstunden bearbeitet werden können. Wir erwarten trotzdem, dass Sie sich mit allen Aufgaben beschäftigen haben.

Machen Sie sich bereits vor einer Übung Gedanken zu den Aufgaben und notieren Sie sich Lösungsideen und Dinge, die Ihnen unklar sind. Ihr Tutor wird die Aufgaben nach Bedarf besprechen; es ist also besser, wenn Sie mit konkreten Fragen in die Übungen gehen.

Hausaufgaben Damit Sie etwas mehr Zeit haben, sich mit dem Stoff der Vorlesung und den Aufgaben zu beschäftigen, gibt es in diesem Semester nur alle zwei Wochen Hausaufgaben. Nutzen Sie also die zusätzliche Zeit!

Wie bisher können Sie für jede Hausaufgabe maximal 3 Punkte bekommen. Die Punkte werden nach folgenden Regeln vergeben:

- 3 Punkte* = die Aufgabe wurde im Wesentlichen korrekt gelöst
- 2 Punkte* = die Aufgabe wurde nur teilweise gelöst
- 1 Punkt* = die Lösung der Aufgabe enthielt größere Fehler oder Lücken
- 0 Punkte* = die Aufgabe wurde nicht gelöst oder enthielt sehr viele Fehler oder Lücken

Sprechzeiten Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen:

- Sprechen Sie in den Übungen Ihre Tutorin bzw. Ihren Tutor an.
 - Prof. Dr. Christoph Kreitz, Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. (0331) 977 3060,
Sprechstunde: dienstags 9.30–10.30 Uhr und immer, wenn die Tür des Raumes 1.18 offen steht
 - Holger Arnold, Raum 1.21, holger at cs.uni-potsdam.de, Tel. (0331) 977 3066,
Sprechstunde: mittwochs 12.30–13.30 und nach Vereinbarung
-

Was Sie als Vorbereitung auf diese Übung wissen sollten

- Was sind Turingmaschinen (TM) und nichtdeterministische Turingmaschinen (NTM) und wie funktionieren sie?
 - Was ist die akzeptierte Sprache einer TM, was versteht man unter der von einer TM berechneten Funktion und was bedeuten die Begriffe entscheidbar, semi-entscheidbar und Turing-berechenbar?
 - Wie sind Zeit- und Platzkomplexität einer TM definiert?
 - Welche Erweiterungen oder Einschränkungen gibt es, welche die Ausdrucksstärke des TM-Modells nicht ändern?
-

Aufgabe 1.1

Betrachten Sie die formale Definition von Turingmaschinen und beantworten Sie folgende Fragen. Begründen Sie Ihre Antworten.

1. Kann eine Turingmaschine überhaupt ein „echtes“ Symbol durch ein Leersymbol überschreiben?
2. Können Eingabe- und Bandalphabet identisch sein?
3. Kann sich der Kopf einer Turingmaschine in zwei direkt aufeinanderfolgenden Konfigurationen an der gleichen Stelle des Bandes befinden?
4. Gibt es eine Turingmaschine, die keine akzeptierenden Zustände besitzt?
5. Lässt sich jede Turingmaschine durch eine Zeichenkette über einem festen Alphabet eindeutig beschreiben?

Aufgabe 1.2

Erklären Sie, warum der folgende Text keine sinnvolle Beschreibung der Arbeitsweise einer Turingmaschine ist, die entscheidet, ob ein Polynom in mehreren Variablen eine ganzzahlige Nullstelle besitzt (tatsächlich kann es eine solche Turingmaschine nicht geben).

1. Die Eingabe der Turingmaschine (der anfängliche Bandinhalt) ist die Beschreibung eines Polynoms p in den Variablen $x_1, \dots, x_k$.
2. Zähle nacheinander alle k -Tupel ganzer Zahlen, d.h. alle möglichen Belegungen der Variablen $x_1, \dots, x_k$ auf.
3. Werte p für diese Belegungen aus.
4. Falls p für eine dieser Belegungen gleich 0 ist, gehe in einen akzeptierenden Zustand und halte an. Ansonsten gehe in einen nicht akzeptierenden Zustand ohne Übergänge.

Aufgabe 1.3

Konstruieren Sie eine Turingmaschine, welche die Sprache $\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}_{\geq 1} \text{ und } i \times j = k\}$ entscheidet.

1. Beschreiben Sie die Arbeitsweise der Turingmaschine zuerst informal, aber trotzdem präzise genug, um daraus die formale Definition ableiten zu können. Begründen Sie, warum die von Ihnen beschriebene Turingmaschine korrekt ist.
2. Erstellen Sie aus der informalen Beschreibung ein Übergangsdiagramm.
3. Bestimmen Sie Zeit- und Platzkomplexität Ihrer Turingmaschine.

Aufgabe 1.4

Zeigen Sie, dass die entscheidbaren Sprachen unter Vereinigung, Verkettung, Hüllenbildung, Komplementbildung und Durchschnittsbildung abgeschlossen sind.

Aufgabe 1.5

Zeigen Sie, dass die semi-entscheidbaren Sprachen unter Komplementbildung nicht abgeschlossen sind, falls es semi-entscheidbare Sprachen gibt, die nicht entscheidbar sind (was tatsächlich der Fall ist).

Aufgabe 1.6

Sei A die Sprache, die nur die Zeichenkette s enthält, wobei $s = 0$, falls Gott nicht existiert, und $s = 1$, falls Gott existiert. Ist A entscheidbar? Warum oder warum nicht? (beachten Sie, dass die Antwort nicht von Ihrer religiösen Überzeugung abhängt)