

Theoretische Informatik II

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Holger Arnold
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Sommersemester 2006

Übung 7 (Version 3)

Was Sie als Vorbereitung auf diese Übung wissen sollten

- Wie funktioniert ein Diagonalisierungsbeweis? Welche Beispiele für solche Beweise gibt es?
 - Wie argumentiert man mit dem Wachstumsverhalten einer Funktion, dass diese eine Eigenschaft nicht besitzt? Welche Beispiele für solche Beweise gibt es?
 - Was bedeutet es, ein Problem auf ein anderes zu reduzieren?
 - Was bedeutet die Aussage des Satzes von Rice? (was bedeuten die Begriffe „nichttrivial“ und „extensional“?)
 - Was ist das Postsche Korrespondenzproblem?
-

Aufgabe 7.1

Beweisen Sie durch Diagonalisierung, dass es keine universelle primitiv-rekursive Funktion $u : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ gibt, so dass für jede primitiv-rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ein Index i existiert, so dass für alle $x \in \mathbb{N}$ gilt: $f(x) = u(i, x)$.

Aufgabe 7.2

Sei $L \subset \Sigma^*$ mit $L \neq \emptyset$ und $L \neq \Sigma^*$. Zeigen Sie, dass jede entscheidbare Sprache über Σ auf L reduziert werden kann.

Aufgabe 7.3

Sei $M = \{\langle i, j \rangle \mid \forall x. \varphi_i(x) = \varphi_j(x)\}$. Beweisen Sie durch Reduktion, dass weder M noch $\overline{M}$ aufzählbar ist. Verwenden Sie die Eigenschaften der Sprache $H = \{\langle i, x \rangle \mid x \in \text{dom}(\varphi_i)\}$ und ihres Komplements (beachten Sie, dass eine Reduktion $A \leq_f B$ auch eine Reduktion $\overline{A} \leq_f \overline{B}$ definiert).

Aufgabe 7.4

Bestimmen Sie für die folgenden Entscheidungsprobleme, ob diese entscheidbar oder wenigstens aufzählbar sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Berechnet ein Programm die Funktion $x \mapsto x^x$?
2. Berechnen zwei Programme verschiedene Funktionen?
3. Erreicht eine Turingmaschine T mit einer leeren Eingabe jemals einen anderen Zustand als den Startzustand?
4. Gilt für zwei Turingmaschinen T_1 und T_2 , dass $L(T_1) \subseteq L(T_2)$?
5. Hält ein Programm bei irgendeiner Eingabe an?