

Theoretische Informatik II

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Holger Arnold
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Sommersemester 2006

Übung 9 (Version 4)

Sprechzeiten Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen:

- Sprechen Sie in den Übungen Ihre Tutorin bzw. Ihren Tutor an. Nutzen Sie auch das Tutorium.
 - Prof. Dr. Christoph Kreitz, Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. (0331) 977 3060, **Sprechstunde:** dienstags 9.30–10.30 Uhr und immer, wenn die Tür des Raumes 1.18 offen steht
 - Holger Arnold, Raum 1.21, holger at cs.uni-potsdam.de, Tel. (0331) 977 3066, **Sprechstunde:** mittwochs 12.30–13.30 und nach Vereinbarung
-

Aufgabe 9.1

Betrachten Sie die Menge

$$H = \{(V, E) \mid V = \{v_1, \dots, v_n\} \wedge E \subseteq \mathcal{P}(V) \wedge \forall e \in E. |e| = 2 \wedge \exists i_1, \dots, i_n. V = \{v_{i_1}, \dots, v_{i_n}\} \\ \wedge \forall k \in \{1, \dots, n-1\}. \{v_{i_k}, v_{i_{k+1}}\} \in E \wedge \{v_{i_n}, v_{i_1}\} \in E\}$$

Das Entscheidungsproblem, ob ein ungerichteter Graph (V, E) einen Hamilton-Zyklus enthält entspricht der Frage, ob (V, E) in der Menge H enthalten ist. Geben Sie für die folgenden Entscheidungsprobleme die entsprechenden Mengen an:

1. Besitzt ein gerichteter Graph eine stark zusammenhängende Komponente mit mindestens k Knoten?
2. Besitzt ein zusammenhängender gewichteter gerichteter Graph einen aufspannenden Baum mit einem Gewicht kleiner als k ?
3. Besitzt ein ungerichteter Graph einen vollständig verbundenen Teilgraphen (eine Clique) mit k Knoten?
4. Besitzt eine aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform eine erfüllende Variablenbelegung?
5. Kann den Knoten eines ungerichteten Graphen jeweils eine von k Farben so zugeordnet werden, dass allen Knotenpaaren, die durch eine Kante verbunden sind, verschiedene Farben zugeordnet sind?

Geben Sie deterministische und nichtdeterministische obere Schranken für die Zeitkomplexität dieser Probleme an.

Aufgabe 9.2

Konstruieren Sie einen Algorithmus, der entscheidet, ob ein gerichteter Graph einen Zyklus enthält und analysieren Sie dessen Zeit- und Platzkomplexität.

Aufgabe 9.3

Angenommen, es gäbe einen Algorithmus, mit dem sich in polynomieller Zeit entscheiden ließe, ob eine beliebige aussagenlogische Formel eine erfüllende Variablenbelegung besitzt. Zeigen Sie, dass dann auch das Graphfärbungsproblem aus Aufgabe 9.1.5 in polynomieller Zeit entscheidbar wäre.

Aufgabe 9.4

Zeigen Sie, dass in polynomieller Zeit entschieden werden kann, ob eine aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform mit genau zwei Literalen pro Klausel eine erfüllende Variablenbelegung besitzt.