Theoretische Informatik II

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Holger Arnold
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Sommersemester 2006

Übung 11 (Version 2)

Quiz 11

Markieren Sie die folgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

[ ] Jedes NP-vollständige Problem ist polynomiell auf jedes andere Problem in NP reduzierbar.

[ ] Jedes Problem in $TIME(f)$ ist auch in $SPACE(f)$ enthalten und umgekehrt.

[ ] Es gilt $L \in TIME(f)$ genau dann, wenn $\overline{L} \in TIME(f)$.

[ ] Aus $L_1 \leq_p L_2$ folgt $\overline{L}_1 \leq_p \overline{L}_2$.

[ ] NP $\subseteq EXPTIME = \bigcup_k TIME(2^{n^k})$.

[ ] P = NP.

Aufgabe 11.1

Beweisen Sie, dass jedes nichttriviale Problem in P auch P-vollständig ist. Zeigen Sie dazu, dass jedes Problem in P polynomiell reduzierbar auf jedes nichttriviale Problem in P ist. Was würde das für den Fall bedeuten, dass P = NP gilt?

(Diese Aussage gilt für die in der Vorlesung angegebene Definition von Vollständigkeit. Wenn P genauer untersucht werden soll, ist es üblich, eine Sprache L als P-vollständig zu definieren, wenn alle Sprachen in P mit logarithmischem Platzverbrauch auf L reduziert werden können.)

Aufgabe 11.2

Beweisen Sie, dass das Problem, ob eine beliebige aussagenlogische Formel (die nicht notwendigerweise in konjunktiver Normalform sein muss) eine erfüllende Variablenbelegung besitzt, NP-vollständig ist.

Aufgabe 11.3

Beweisen Sie, dass das Problem, ob ein Graph einen Teilgraphen eines anderen Graphen enthält (SGI, Einheit 5.3, Folie 22), NP-vollständig ist. Zeigen Sie dazu, dass SGI in NP liegt und geben Sie eine polynomielle Reduktion von $CLIQUE$ auf SGI an.

Aufgabe 11.4

Beweisen Sie: Wenn P = NP ist, dann gibt es einen polynomiellen Algorithmus, der für jede aussagenlogische Formel eine erfüllende Variablenbelegung berechnet.