Wichtige graphentheoretische Definitionen

- Ein (ungerichteter) *Graph* ist ein Paar $G = (V, E)$, wobei V endliche Menge und $E \subseteq \{ \{v, v'\} \mid v, v' \in V \wedge v \neq v' \}$.
  Ein Graph ist darstellbar als Liste $v_1, ..., v_n,\ \{v_{i_1}, v'_{i_1}\}, ..., \{v_{i_m}, v'_{i_m}\}$.
- Ein Graph $H = (V_H, E_H)$ ist genau dann *Subgraph* des Graphen $G = (V, E)$ ($H \sqsubseteq G$), wenn alle Ecken und Kanten von H auch Ecken bzw. Kanten in G sind:
  $$(V_H, E_H) \sqsubseteq (V, E) :\Leftrightarrow V_H \subseteq V \wedge E_H \subseteq E$$
- $H = (V_H, E_H)$ ist *isomorph* zu $G = (V, E)$ (kurz: $H \cong G$), wenn die Graphen durch Umbenennung (bijektive Abbildung $h : V_2 \to V$) ineinander überführt werden können:
  $$(V_H, E_H) \cong (V, E) :\Leftrightarrow \exists h : V \to V_H.(h \text{ bijektiv } \wedge E_H = \{\{h(u), h(v)\} \mid \{u, v\} \in E\})$$
- Die *Größe* $|G|$ eines Graphen $G = (V, E)$ ist die Anzahl $|E|$ seiner Kanten.
- Der *Komplementärgraph* des Graphen $G = (V, E)$ ist der Graph $G^c = (V, E^c)$ mit $E^c = \{ \{v, v'\} \mid v, v' \in V \} - E$.
- Eine *Clique* der Größe k im Graphen $G = (V, E)$ ist eine vollständig verbundene Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $|V| = k$.
  Dabei heißt V' *vollständig verbunden*, wenn gilt: $\forall v, v' \in V'.\, v \neq v' \Rightarrow \{v, v'\} \in E$
- Eine *unabhängige Knotenmenge* der Größe k im Graphen $G = (V, E)$ ist eine Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $|V| = k$ mit der Eigenschaft
  $$\forall v, v' \in V'.\, v \neq v' \Rightarrow \{v, v'\} \notin E$$
- Eine *Knotenüberdeckung* (Vertex cover) des Graphen $G = (V, E)$ ist eine Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit der Eigenschaft
  $$\forall \{v, v'\} \in E.\ v \in V' \vee v' \in V'$$
- Ein *Hamiltonscher Kreis* im Graphen $G = (V, E)$ ist ein Kreis, der nur aus Kanten aus E besteht und jeden Knoten genau einmal berührt. Eine Beschreibungsmöglichkeit für Kreise sind Permutationen $\pi : \{1..n\} \to \{1..n\}$ mit der Eigenschaft
  $$\forall i < n.\ \{v_{\pi(i)}, v_{\pi(i+1)}\} \in E \wedge \{v_{\pi(n)}, v_{\pi(1)}\} \in E)$$
- Ein Graph $G = (V, E)$ heißt zusammenhängend, wenn jeder Knoten in V von jedem anderen Knoten über Kanten aus E erreichbar ist.
- Ein *gerichteter Graph* ist ein Paar $G = (V, E)$, wobei V endliche Menge und $E \subseteq V \times V$.
  Ein *Hamiltonscher Kreis* im gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist ein gerichteter Kreis, der nur aus Kanten aus E besteht und jeden Knoten genau einmal berührt.

Weitere Konzepte und Beispiele findet man z.B. in

- S. O. Krumke, H. Noltemeier: *Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen*, Teubner 2005.
- C. Meinel, M. Mundhenk: *Mathematische Grundlagen der Informatik*, Teubner 2002.
- K. Denecke: *Algebra und Diskrete Mathematik für Informatiker*, Teubner 2003.