Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Dr. Eva Richter
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Wintersemester 2007

Blatt 10 (Version 2) — Abgabetermin: 21.Januar 2008, 12:30 Uhr

---

Aufgabe 10.1

Zeigen Sie auf direktem Weg (nicht mit Hilfe von Substitutionen), daß die Klasse der kontextfreien Sprachen abgeschlossen ist unter Konkatenation, Vereinigung und Hüllenbildung.

Aufgabe 10.2

Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A\}, \{0, 1, \#\}, P, S)$, wobei P die folgenden Regeln enthält:

$$S \rightarrow 0S1 \mid \#A\#$$
$$A \rightarrow 1A0 \mid S \mid \varepsilon$$

Konstruieren Sie einen PDA P mit $L(P) = L(G)$. Verwenden Sie das in der Vorlesung angegebene Verfahren.

Aufgabe 10.3

Gegeben ist der PDA $A = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$, wobei δ wie folgt definiert ist:

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, 1, Z_0) &= \{(q_0, XZ_0)\}\\
\delta(q_0, 1, X) &= \{(q_0, XX)\}\\
\delta(q_0, 0, X) &= \{(q_1, X)\}\\
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_0, \varepsilon)\}\\
\delta(q_1, 1, X) &= \{(q_1, \varepsilon)\}\\
\delta(q_1, 0, Z_0) &= \{(q_0, Z_0)\}
\end{aligned}$$

Für alle nicht aufgeführten Argumente ist der Funktionswert von δ die leere Menge. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an mit $L(G) = L(A)$. Verwenden Sie dafür das in der Vorlesung angegebene Verfahren.

Hausaufgabe 10.4

Beweisen Sie die folgende Behauptung! Sei $\Sigma = \{a\}$ und $L \subseteq \Sigma^*$. Dann ist L genau dann regulär, wenn L kontextfrei ist.

Hausaufgabe 10.5

Geben Sie einen PDA M an, der die von der Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow bSS|a\}, S)$$

erzeugte Sprache per leerem Keller erkennt. Geben Sie einen PDA M' an, mit $L(M) = L(M')$, der ein Wort w genau dann akzeptiert, wenn es ein $q \in F, \gamma \in \Gamma^*$ gibt mit $(q, \gamma) \in \hat{\delta}(q_0, w, Z_0)$. Welches ist die Sprache $L(G)$?

Hausaufgabe 10.6

Zeigen Sie durch Angabe eines DPDAs, daß die folgende Sprache deterministisch kontextfrei ist:

$A = \{a^i b^i c^j | i, j \geq 1\}$