

Übung zur Vorlesung  
**Theoretische Informatik I**

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Dr. Eva Richter  
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Wintersemester 2007

**Blatt 12 (Version 1) — Abgabetermin: 4. Februar 2008, 12:30 Uhr**

---

### Aufgabe 12.1

Welche der folgenden Mengen sind kontextfrei?

1.  $A = \{a^i b^j \mid j = i^2\}$
2.  $B = \{a^i b^j \mid j = i \text{ oder } i = 2j\}$
3.  $C = \{a^n b^{n!} \mid n \geq 1\}$

Beweisen Sie Ihre Vermutung durch Angabe einer kontextfreien Grammatik oder mit Hilfe des Pumping-Lemmas.

### Aufgabe 12.2

Gegeben sei eine Grammatik  $G$  mit den folgenden Produktionen:

$$S \rightarrow A|B \quad A \rightarrow aC|\varepsilon \quad B \rightarrow aD \quad C \rightarrow aCC|aDE \quad D \rightarrow aCD|aDF|b \quad F \rightarrow b$$

1. Welche Sprache wird von dieser Grammatik erzeugt?
2. Eliminieren Sie die überflüssigen Symbole!
3. Geben Sie eine Grammatik  $G'$  in CNF an, die die Sprache  $L(G) - \varepsilon$  erzeugt.

### Hausaufgabe 12.3

Beweisen Sie, daß die Sprache  $L = \{0^{m^2} \mid m \in \mathcal{N}, m \geq 1\}$  nicht kontextfrei ist.

### Hausaufgabe 12.4

Eine Sprache  $L$  besteht aus allen Wörtern  $w$  über dem Alphabet  $\{a, b, c, d\}$ , die folgende Bedingungen erfüllen:

- (i)  $\#_a(w) + \#_b(w) = 2(\#_c(w) + \#_d(w))^1$ .
- (ii)  $aaa$  ist ein Teilwort von  $w$ , aber  $abc$  ist kein Teilwort von  $w$ .
- (iii) Das dritte Zeichen von  $w$  ist nicht  $c$ .

Beweisen Sie, daß  $L$  kontextfrei ist

---

<sup>1</sup> $\#_a(w)$  bezeichnet wie oft der Buchstabe  $a$  in  $w$  vorkommt

## Hausaufgabe 12.5

Gegeben sei die Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 1 \wedge (2i = j \wedge 2j = k)\}$$

- (a) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen, dass  $L$  nicht regulär ist.
- (b) Ist  $L$  kontextfrei? Beweisen Sie Ihre Vermutung durch Angabe einer kontextfreien Grammatik, Verwendung des Pumping-Lemmas oder mit Hilfe von Abschlußigenschaften.