

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Dr. Eva Richter

Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Wintersemester 2007

Blatt 2 (Version 2) — Abgabetermin: 5. November 2007, 12:30 Uhr

Aufgabe 2.1

Geben Sie deterministische endliche Automaten an, die folgende Sprachen akzeptieren.

- (a) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ ist eine Zweierpotenz}\}$,
- (b) $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid \exists u, v \in \{a, b, c\}^*, w = uabcv \text{ mit } |v| \geq 3\}$,
- (c) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \exists u, v \in \{a, b, c\}^*, \exists n \in \mathbb{N}, w = uabcv \text{ und } |u| = 3n\}$,
- (d) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ enthält eine gerade Anzahl des Symbols } a \text{ und eine durch drei teilbare Anzahl des Symbols } b\}$,

Aufgabe 2.2

Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DEA, der die Sprache S akzeptiert. Zeigen Sie: $\bar{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q \setminus F)$ ist ein DEA der die Sprache $\Sigma^* \setminus S$, das Komplement von S bezüglich Σ^* , akzeptiert. Was bedeutet diese Aussage für die Klasse der regulären Sprachen?

Aufgabe 2.3

Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten an, der genau die Menge aller Wörter in $\{a, b\}^*$ akzeptiert, in denen kein Buchstabe dreimal hintereinander vorkommt (Zustandsgraph genügt).

Hausaufgabe 2.4

Sei

$$\Sigma = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Σ enthält also alle Spaltenvektoren der Größe 3, deren Elemente die Symbole 0 und 1 sind. Eine Zeichenfolge über Σ bildet drei Reihen aus 0 und 1, die sich als drei übereinandergeschriebene binäre Zahlen interpretieren lassen. Sei S die Menge aller Worte über Σ , die mindestens die Länge 1 besitzen und deren unterste Zeile (vom niedrigsten zum höchsten Bit gelesen¹) die Summe der oberen beiden Zeilen ist. Zeigen Sie, dass S eine reguläre Sprache ist. Konstruieren Sie dazu einen DEA, der die Sprache S akzeptiert.

¹Die Bitfolge 0111 z. B. soll als $0+2+4+8=14$ gelesen werden.

Hausaufgabe 2.5

Geben Sie einen DEA an, der die folgende Sprache akzeptiert: Die Menge aller mit 1 beginnenden Folgen von 0 und 1, die ein Vielfaches von 3 bilden, wenn sie als Binärdarstellung einer natürlichen Zahl interpretiert werden. Die Zahl wird hierbei vom höchsten zum niedrigsten Bit gelesen, z.B. steht 110 für $1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4 + 2 = 6$.

Tipp: Modellieren Sie mit den Zuständen den Teilungsrest bei der Division der aktuell gelesenen Binärzahl durch 3.

Hausaufgabe 2.6

Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DEA und $\hat{\delta}$ seine erweiterte Überföhrungsfunktion. Beweisen Sie, daß für alle Wörter u, v über Σ und alle Zustände $q \in Q$ gilt: $\hat{\delta}(q, uv) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, u), v)$. Verwenden Sie strukturelle Induktion über Zeichenketten.