Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

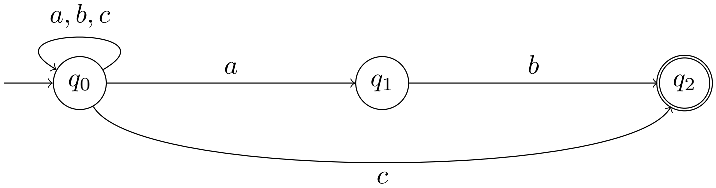
Prof. Dr. Christoph Kreitz / Dr. Eva Richter
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Wintersemester 2007

Blatt 4 (Version 1) — Abgabetermin: 19. November 2007, 12:30 Uhr

---

Aufgabe 4.1

Gegeben sei ein NEA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_2\})$ mit $\Sigma = \{a, b, c\}$ und dem folgenden Zustandsübergangsdiagramm für N.



1. Geben Sie eine Konfiguration von N an.
2. Gilt $(q_1, bw) \vdash (q_2, w)$, wobei $w \in \{a, b, c\}^*$?
3. Geben Sie ein Paar von Konfigurationen von N an, das nicht in der Relation $\vdash$ liegt.

Aufgabe 4.2

Geben Sie für jeden der folgenden regulären Ausdrücke über $\Sigma = \{a, b, c\}$ je zwei Wörter an, die in derdurch ihn repräsentierten Sprache enthalten sind sowie zwei Wörter, die nicht enthalten sind.

1. $(a + b)^*$
2. $a(b)^*$
3. $(ab)^*$
4. $(a + b + c)^*$
5. $(a + \varepsilon)b^*$

Aufgabe 4.3

Geben Sie reguläre Ausdrücke für folgende Sprachen an:

1. $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w$ ist ein Wort mit einer geradzahligen Länge$\}$[1]
2. $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w$ enthält mindestens ein a oder b und ein $c\}$
3. $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w$ enthält aab als Teilwort$\}$
4. $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w$ besteht nur aus b-s und c-s$\}$
5. $\{w \in \{a, b\}^* \mid w$ ist eine beliebige Wiederholung eines 2-er Strings$\}$

---

[1] Die Länge eines Wortes ist die Anzahl der in ihm enthaltenen Zeichen des Alphabets.

Aufgabe 4.4

Beweisen Sie die Gültigkeit der folgenden Aussagen für beliebige Ausdrücke A und B oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

1. $(A + B) + A = A + B$
2. $(A + B)^* = A^* + B^*$
3. $\varepsilon + (A + B)^* = ((A + B)(A + B)^*)^*$

Aufgabe 4.5

Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung vorgestellten Verfahrens einen NEA, der die durch den regulären Ausdruck

$$R = ((aab)^*)b^*$$

repräsentierte Sprache $L(R)$ akzeptiert.

Hausaufgabe 4.6

Zwei reguläre Ausdrücke R_1 und R_2 heißen *äquivalent* (geschrieben $R_1 \cong R_2$), wenn sie dieselbe Sprache repräsentieren, d.h. wenn $L(R_1) = L(R_2)$. Beweisen Sie, daß $\cong$ tatsächlich eine Äquivalenzrelation ist.

Hausaufgabe 4.7

Sei L_{xy} die Sprache über dem Alphabet $\{x, y, z\}$, die aus den Wörtern besteht, deren letzte vier Zeichen mindestens ein x oder ein y enthalten. Konstruieren Sie einen ε-NEA $N = (Q, \{x, y, z\}, \delta, q_0, F)$, der die folgenden Bedingungen erfüllt:

1. $\hat{\delta}(q_0, w) \cap F \neq \emptyset$ genau dann, wenn $w \in L_{xy}$,
2. $|Q| \leq 5$,
3. $\forall q \in Q\ \forall a \in \{x, y, z\} :\ |\delta(q, a)| \leq 2$ und $\forall q \in Q\ \forall a \in \{x, y, z\} :\ |\{q' \mid q \in \delta(q', a)\}| \leq 2$.

Hausaufgabe 4.8

Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung vorgestellten Verfahrens einen NEA, der die durch den regulären Ausdruck

$$R = (a^* + (ab)^*)b$$

repräsentierte Sprache $L(R)$ akzeptiert.